

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 11

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c – соответственно первый, второй и третий члены некоторой арифметической прогрессии (при этом a, b, c не заданы, но известно, что $c < 0 < a$). Большой корень уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$ является четвёртым членом этой прогрессии. Найдите его.
2. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - \sqrt[3]{y^2 - x^2} = 17, \\ y - \sqrt[3]{y^2 - x^2} = -10. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите количество шестизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12345.
4. [5 баллов] Четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм с тупым углом C . Пусть E – точка пересечения прямой AB с перпендикуляром к AC , проходящим через C , а прямая ED пересекает диагональ AC в точке N . Известно, что $CN = 6$, $AN = 12$, а $\operatorname{tg}(\frac{1}{2}\angle ADC) = \frac{4}{5}$.
- а) Найдите $\operatorname{tg} \angle BAC$.
- б) Найдите площадь треугольника ENA .
5. [5 баллов] Биссектрисы внутреннего и внешнего угла A треугольника ABC пересекают прямую BC в точках M и N соответственно. Окружность, описанная вокруг треугольника AMN , касается стороны AB в точке A . Прямая AC повторно пересекает окружность в точке K . Найдите радиус окружности, угол ACB и площадь четырёхугольника $ANKM$, если известно, что $AB = 3\sqrt{3}$, $BM = \sqrt{6}$.
6. [5 баллов] На доску выписаны попарно различные натуральные числа: часть из них чётны, но не делятся на 3, остальные же делятся на 3 и при этом нечётны. Оказалось, что выбрать тройку чисел из выписанных на доску так, чтобы среди них оказалось хотя бы одно чётное и хотя бы одно кратное 3, можно 25 способами. Сколько было выписано чисел?
7. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$-\frac{10x + 10}{5x + 6} \leq ax + b \leq 5x + 2 + |10x + 6|$$

выполнено для всех x на промежутке $[-1; -\frac{2}{5}]$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$$ax^2 - 2bx + c = 0$$

$$D_1 = b^2 - ac$$

$$\left. \begin{array}{l} a > 0 \\ c < 0 \\ b^2 \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow ac < 0 \Rightarrow D_1 = b^2 - ac > 0, \forall a, b, c \text{ из ум.}$$

$$x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{D_1}}{a} = \frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{D_1}}{a}, \quad \left. \begin{array}{l} \sqrt{D_1} > 0 \\ a > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{D_1}}{a} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} + \frac{\sqrt{D_1}}{a} > \frac{b}{a} - \frac{\sqrt{D_1}}{a}, \quad \Rightarrow x_{\max} = \frac{b + \sqrt{D_1}}{a}$$

a, b, c - члены арифм. прогрессии, a - первый член,

$$\Rightarrow a = a$$

$$b = a + k$$

$$c = a + 2k$$

$$a > c \Rightarrow a \neq c$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}$$

$$\Downarrow \\ k < 0$$

$$a = b - k \quad (1)$$

$$b = b$$

$$c = b + k$$

где k - какое-то число
(по стр. арифм.)

$$D_1 = b^2 - ac = b^2 - (b-k)(b+k) = b^2 - b^2 + k^2 = k^2$$

$$x_{\max} = \frac{b + \sqrt{k^2}}{b-k} = \frac{b + |k|}{b-k} \Big|_{k < 0} = \frac{b-k}{b-k}$$

$\exists b = k, \Rightarrow a = b - b$ (из (1)) $= 0$, что противоречит ум. $a > c$

$$\Rightarrow b \neq k, \Rightarrow b - k \neq 0, \Rightarrow x_{\max} = \frac{b-k}{b-k} = 1$$

Ответ: 1.

$$\begin{cases} x - \sqrt[3]{y^2 - x^2} = 14 \\ y - \sqrt[3]{y^2 - x^2} = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \sqrt[3]{y^2 - x^2} = 14 \\ -y + \sqrt[3]{y^2 - x^2} = 10 \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } x, y \in \mathbb{R}$$

$$x - y = 24$$

$$\begin{cases} x - \sqrt[3]{(y-x)(x+y)} = 14 \\ y - \sqrt[3]{(y-x)(x+y)} = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3\sqrt[3]{(x+y)} = 14 \\ y + 3\sqrt[3]{(x+y)} = -10 \end{cases}$$

$$x + y + 6\sqrt[3]{x+y} = 4$$

$$\sqrt[3]{x+y} = t, \Rightarrow t^3 + 6t = 4,$$

$$t^3 + 6t - 4 = 0$$

$$(t-1)(t^2 + t + 4) = 0$$

$$t^2 + t + 4 = 0$$

$$D = 1 - 28 = -27 < 0, \Rightarrow \text{корней нет}$$

$$\Rightarrow t = 1, \Rightarrow \sqrt[3]{x+y} = 1, \Rightarrow x+y = 1$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 24 \end{cases}$$

$$2x = 25,$$

$$x = 12.5$$

$$14 + y = 1,$$

$$y = -13$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 12.5 \\ y = -13 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (12.5; -13)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.

\overline{abcdef} - наше число

$$\exists M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \Rightarrow b, c, d, e, f \in M, a \in M \setminus \{0\}$$

3 последовательные ст. - $10^1, 10^2, 10^3$

$$\Rightarrow \Sigma = 100d + 90e + 3f \leq 123 \cdot 9 = 1107 < 12345, \Rightarrow \text{такие ст. не подходят}$$

3 последовательные ст. - $10^2, 10^3, 10^4$

$$\Rightarrow \Sigma = 1000c + 200d + 30e + 3f \leq 1233 \cdot 9 = 11097 < 12345, \Rightarrow$$

такие ст. не подходят

3 посл. ст. - $10^4, 10^5, 10^6$ и выше

$$\Rightarrow \Sigma \geq 10^4 a + 2 \cdot 10^5 b + 3 \cdot 10^6 c + 3 \cdot 10^7 d + 3 \cdot 10^8 e + 3f \geq 100000712345, \Rightarrow \text{такие ст. не подходят}$$

\Rightarrow рассмотрим следующие ст.: $10^3, 10^4, 10^5$

$$\Rightarrow \Sigma = 10^4 b + 2 \cdot 10^3 c + 3(10^2 d + 10 e + f) = 12345$$

$\exists b \geq 2, \Rightarrow \Sigma \geq 20000 > 12345$ - не удов. усл., $\Rightarrow b \in \{0, 1\}$

① $b = 0: 2 \cdot 10^3 c + 3(10^2 d + 10 e + f) = 12345$

$\Rightarrow 2 \cdot 10^3 c \div 3$, тогда представим $c = 3k, k \in \{0, 1, 2, 3\}$

$$2 \cdot 10^3 \cdot 3k + 3(10^2 d + 10 e + f) = 12345 \cdot \frac{1}{3},$$

$$2 \cdot 10^3 k + 10^2 d + 10 e + f = 4115$$

$\exists k = 0, \Rightarrow 10^2 d + 10 e + f = 4115$

$$100d + 10e + f \leq 111 \cdot 9 \cdot 999 < 4115, \Rightarrow k \neq 0$$

$$\exists k = 1, \Rightarrow 10^2 d + 10e + f = 2115$$

$$100d + 10e + f \leq 999 < 2115, \Rightarrow k \neq 1$$

$$\exists k = 3, \Rightarrow \frac{10^2 d + 10e + f = 4115 - 6000 < 0}{100d + 10e + f \geq 0} \Rightarrow k \neq 3$$

$$\Rightarrow k = 2$$

$$10^2 d + 10e + f = 115$$

$$\exists d = 0, \Rightarrow 10e + f = 115$$

$$10e + f \leq 11 \cdot 9 = 99 < 115 \Rightarrow d \neq 0 \quad \left| \Rightarrow d = 1 \right.$$

$$\exists d \geq 2, \Rightarrow 100d + 10e + f \geq 200 > 115, \Rightarrow d \leq 1$$

$$d = 1, \Rightarrow 10e + f = 15$$

$$\exists e = 0, \Rightarrow f = 15 \quad \left| \begin{array}{l} f \leq 9 \\ \Rightarrow e \neq 0 \end{array} \right.$$

$$\exists e \geq 2, \Rightarrow 10e + f \geq 20 > 15, \Rightarrow e \leq 1 \quad \left| \Rightarrow e = 1 \right.$$

$$e = 1: f = 5$$

$$\Rightarrow b = 0; c = 3k = 6; d = 1; e = 1; f = 5$$

От a ничего не зависит, $\Rightarrow a$ - любое ^{целое}

Получаем ~~только~~ числа вида $\overbrace{a06115}^{[7-9]}$ - 9 вариантов

$$\textcircled{2} b = 1, \Rightarrow 2 \cdot 10^3 c + 3(10^2 d + 10e + f) = 2345$$

$$\exists c = 0: \frac{3(10^2 d + 10e + f)}{3} = \frac{2345}{3} \Rightarrow c \neq 0$$

$$\exists c \geq 2: 2 \cdot 10^3 c + 3 \cdot 10^2 d + 3 \cdot 10e + 3f \geq 4000 > 2345, \Rightarrow c \leq 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow c = 1: 300d + 30e + 3f = 345$$

$$d = 0: 30e + 3f = 345$$

$$30e + 3f \leq 33 \cdot 9 = 297 < 345 \Rightarrow d \neq 0$$

$$d \geq 2: 300d + 30e + 3f \geq 600 > 345, \Rightarrow d \leq 1 \Rightarrow d = 1$$

$$d = 1: 30e + 3f = 45,$$

$$10e + f = 15$$

$$\} e = 0, \Rightarrow f = 15 \mid \Rightarrow e \neq 0$$

$$f \leq 9$$

$$\} e = 1, 2, \Rightarrow 10e + f \geq 20 > 15, \Rightarrow e \leq 1 \Rightarrow e = 1$$

$$e = 1: f = 5$$

$$\Rightarrow b = 1; c = 1; d = 1; e = 1; f = 5$$

От a число не зависит, $\Rightarrow a$ - любое из M , \Rightarrow

Подходят числа вида $\overline{a1115}$ - 9 вариантов

Рассмотрены все варианты \overline{abcdef} и получено всего 18 случаев, удовлетворяющих усл-ю.

Примечание: в решении я часто использовал тот факт, что если $a \geq b$, то $a \neq b$

Сматривая при делении \overline{abcdef} на 10^n - n последних чисел если $n \leq 6$ и \overline{abcdef} , если $n > 6$ эти факты очевидны.

Ответ: 18.

№ 6.

Обозначим за u кол-во чет / 3 чисел, n - кол-во нечет: 3 числа.

При выборе тройки чисел, мы всегда удовлетворяем условию, мы всегда будем выбирать хотя бы одно из 2-х ~~чисел~~ u и 1-го n или 2-х n ~~или~~ u одной u .

кол-во троек 1-го вида: $C_n^2 \cdot n$

кол-во троек 2-го вида: $C_n^2 \cdot u$

Всего троек: $C_n^2 \cdot n + C_n^2 \cdot u = \frac{u(u-1)}{2} \cdot n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot u = 50$

$u(n-1) + u(n-1) = 50$

$u(n+u-2) = 50 = 1 \cdot 1 \cdot 50 = 1 \cdot 2 \cdot 25 = 1 \cdot 5 \cdot 10 = 5 \cdot 5 \cdot 2$

$\begin{matrix} n & u \\ n & n \end{matrix}$ Диофантово ур-е

Для определения, u, n

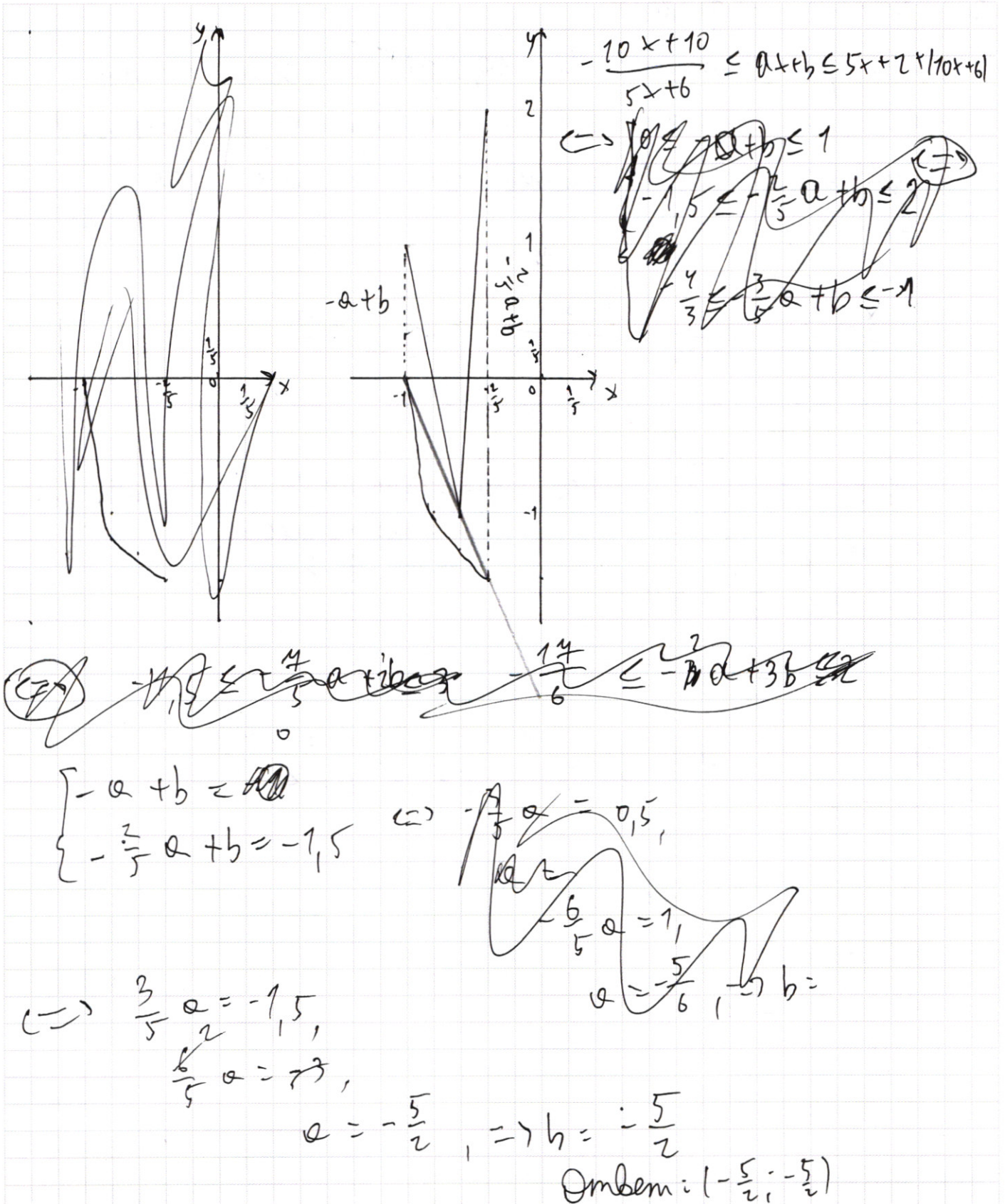
$$\begin{cases} u=1 \\ n=1 \\ u+n-2=50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=1 \\ n=1 \\ u+n=52 \end{cases} \text{ - неверно} ; \begin{cases} u=50 \\ n=1 \\ u+n-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=50 \\ n=1 \\ u+n=51 \end{cases} \text{ - неверно}$$

$$\begin{cases} u=2 \\ n=1 \\ u+n-2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=2 \\ n=1 \\ u+n=24 \end{cases} \text{ - неверно} ; \begin{cases} u=25 \\ n=1 \\ u+n-2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=25 \\ n=1 \\ u+n=26 \end{cases} \text{ - неверно}$$

$$\begin{cases} u=25 \\ n=2 \\ u+n-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=25 \\ n=2 \\ u+n=3 \end{cases} \text{ - неверно} ; \begin{cases} u=5 \\ n=1 \\ u+n-2=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=5 \\ n=1 \\ u+n=12 \end{cases} \text{ - неверно}$$

$$\begin{cases} u=10 \\ n=5 \\ u+n-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=10 \\ n=5 \\ u+n=3 \end{cases} \text{ - неверно} ; \begin{cases} u=10 \\ n=1 \\ u+n-2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=10 \\ n=1 \\ u+n=4 \end{cases} \text{ - неверно}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} n=5 \\ n=5 \\ n+n-2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=5 \\ n=5 \text{ - неверно;} \\ n+n=4 \end{cases}; \begin{cases} n=5 \\ n=2 \\ n+n-2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=5 \\ n=2 \\ n+n=4 \end{cases} \text{ - верно}$$

\Rightarrow всего 4 ~~варианта~~ ^{чисел}.

Были рассмотрены все варианты (если $n < n$, то меняем n и n местами, получаем аналогичные рассуждения), в результате чего выяснилось, что всего 4 числа.
 Ответ: 4.

н.ч.

$$-\frac{10x+10}{5x+6} = \frac{2}{5x+6} - \frac{10x+12}{5x+6} = \frac{2}{5x+6} - 2$$

$$f(x) = \frac{2}{5x+6} - 2, D(f) = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{6}{5} \right\}$$

$-\frac{6}{5} \notin [-1; -\frac{2}{5}]$, $\Rightarrow f(x)$ непрерывно на M (св-во упр-но-рациональной ф-ции) и монотонно возрастает, т.к. $-\frac{6}{5} < -1$

$$f(-1) = \frac{2}{7} - 2 = 0$$

$$f\left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{2}{4} - 2 = -1,5$$

$$g(x) = 5x + 2 + |10x + 6| = \begin{cases} 15x + 8, & \text{если } x \geq -\frac{3}{5} \\ -5x - 4, & \text{если } x < -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$D(g) = \mathbb{R}$$

$$g\left(-\frac{3}{5}\right) = -1 \text{ - экстремум}$$

$$g(-1) = 1$$

$$g\left(-\frac{2}{5}\right) = 2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) b=1, \rightarrow 2 \cdot 10^3 c + 3(10^2 d + 10e + f) = 2345$$

$$c=0: 300d + 30e + 3f = 2345$$

$$f: 5 \rightarrow f = 5 \times \{0, 1, 2\}$$

$$60d + 6e + 3$$

$$3(10^2 d + 10e + f) : 3 \left| \begin{array}{l} 2345 \\ \hline 2345 \end{array} \right. \rightarrow \emptyset$$

$$c=1: 300d + 30e + 3f = 345$$

$$d=0: 30e + 3f = 345$$

$$30e + 3f \leq 294 < 345, \rightarrow \emptyset$$

$$d=1: 30e + 3f = 45$$

$$e=0: 3f = 45$$

$$f = 15 \notin M$$

$$e=1: 3f = 15$$

$$f = 5$$

$$\begin{array}{r} 11115 \\ + 1115 \\ \hline 12230 \\ + 115 \\ \hline 12345 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 333 \\ \times 9 \\ \hline 2997 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 9 \\ \hline 297 \end{array}$$

\Rightarrow

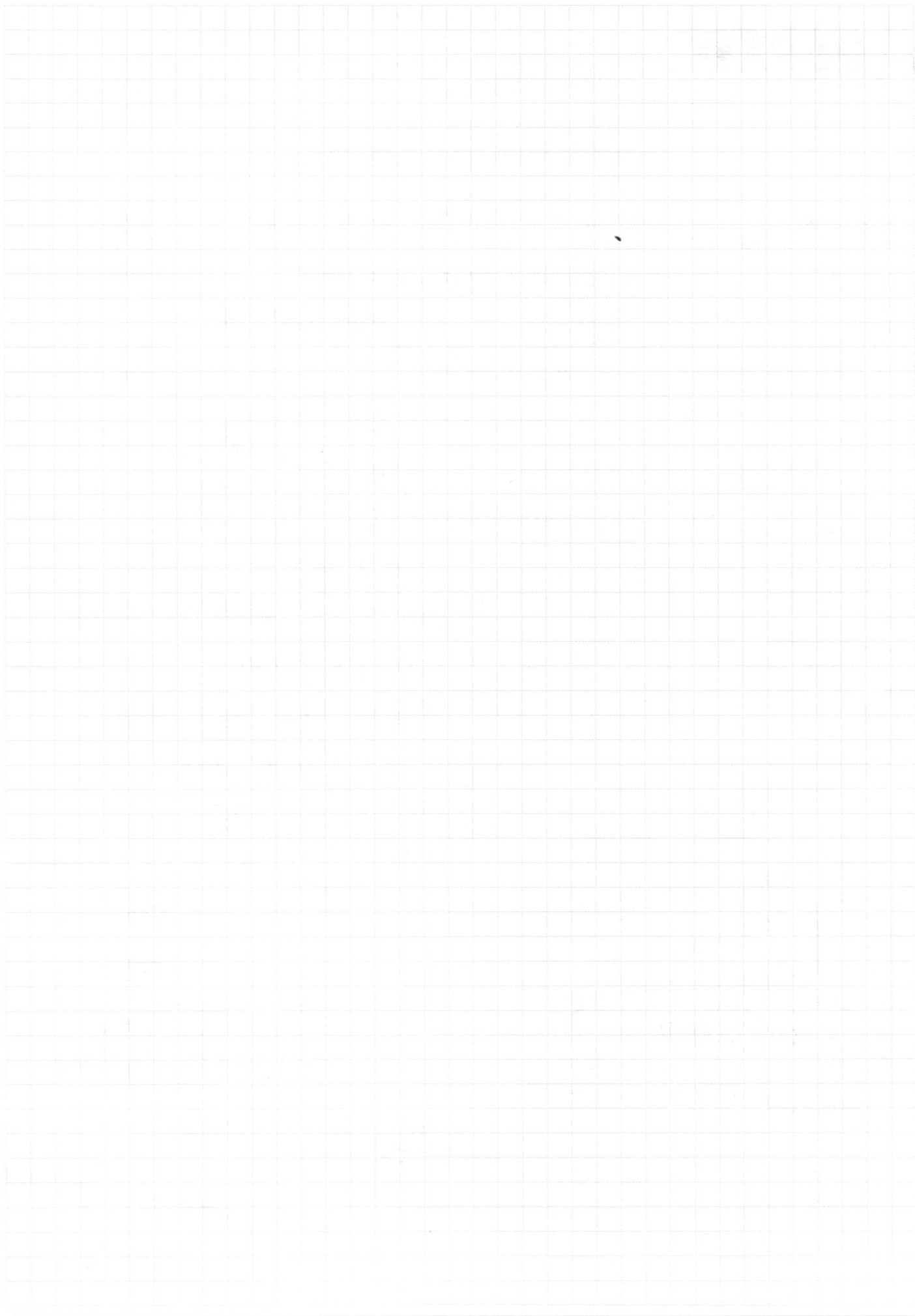
123	a	b	c	d	e	f
	1	1	1	1	5	

всего 10

$$\begin{array}{r} 1233 \\ \times 9 \\ \hline 11097 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12345 \\ - 22 \\ \hline 3 \\ - 3 \\ \hline 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} 3 \\ \hline 4115 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 9 \\ \hline 297 \end{array}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

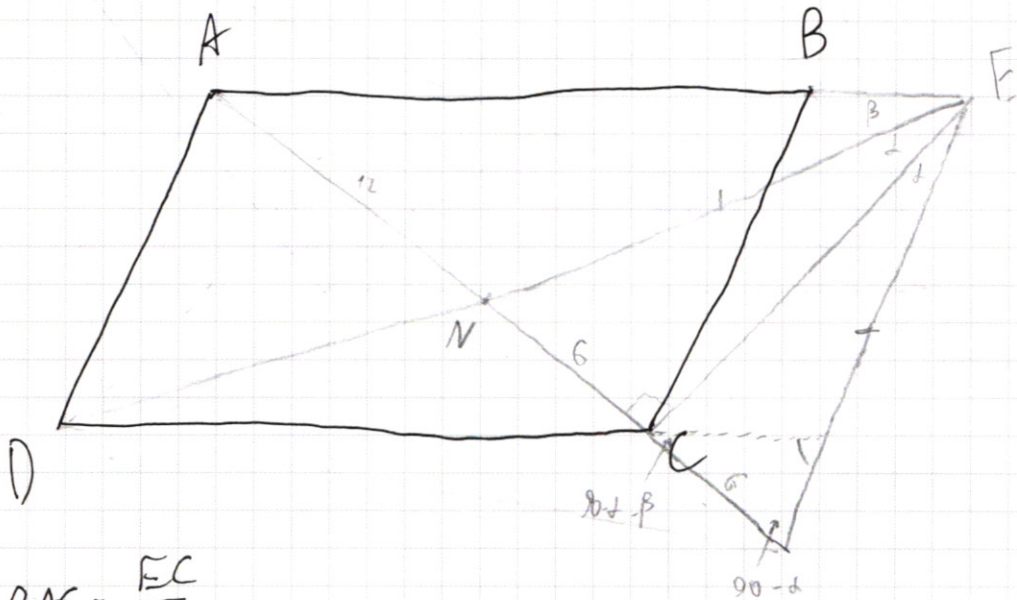
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\angle ADC}{2} \right) = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \angle ADC = \frac{\frac{8}{5}}{1 - \frac{16}{25}} = \frac{8}{5} = \frac{40}{9}$$



$$\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{EC}{AC}$$

$$-a + b = 0$$

$$-\frac{3}{5}a + b = 1, \quad b = \frac{5}{2}$$

$$-\frac{4}{3} \leq -\frac{8}{5}a + 2b$$

$$180 - 180 + 2\alpha + \beta = 2\alpha + \beta$$

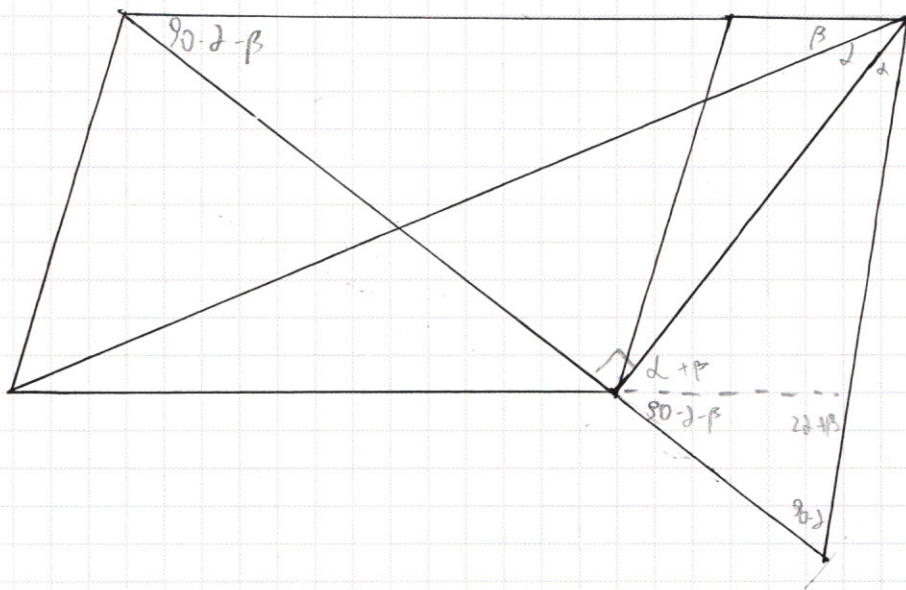
$$\frac{2}{5}a = 1, \quad -7,5$$

$$a = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} - \frac{4}{3} =$$

$$= -\frac{8}{6} - \frac{8}{6} = -\frac{14}{6}$$

$$0 \leq -a + b \leq 1$$

$$-\frac{4}{3} \leq -\frac{3}{5}a + b \leq -1$$



$$170 - 130 + 2\alpha + \beta$$

$$180 - 90 - \alpha - 2\alpha - \beta =$$

$$= 90 - \alpha - \beta$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2, 4, 8, 3, 9, 15

2ч, 1к

1к, 2ч

$$C_n^2 \cdot k + C_k^2 \cdot \mu = 25$$

$$\frac{\mu(\mu-1)}{2} \cdot k + \frac{k(k-1)}{2} \cdot \mu = 25$$

~~хм~~

$$\mu k (\mu - 1) + k \mu (k - 1) = 50$$

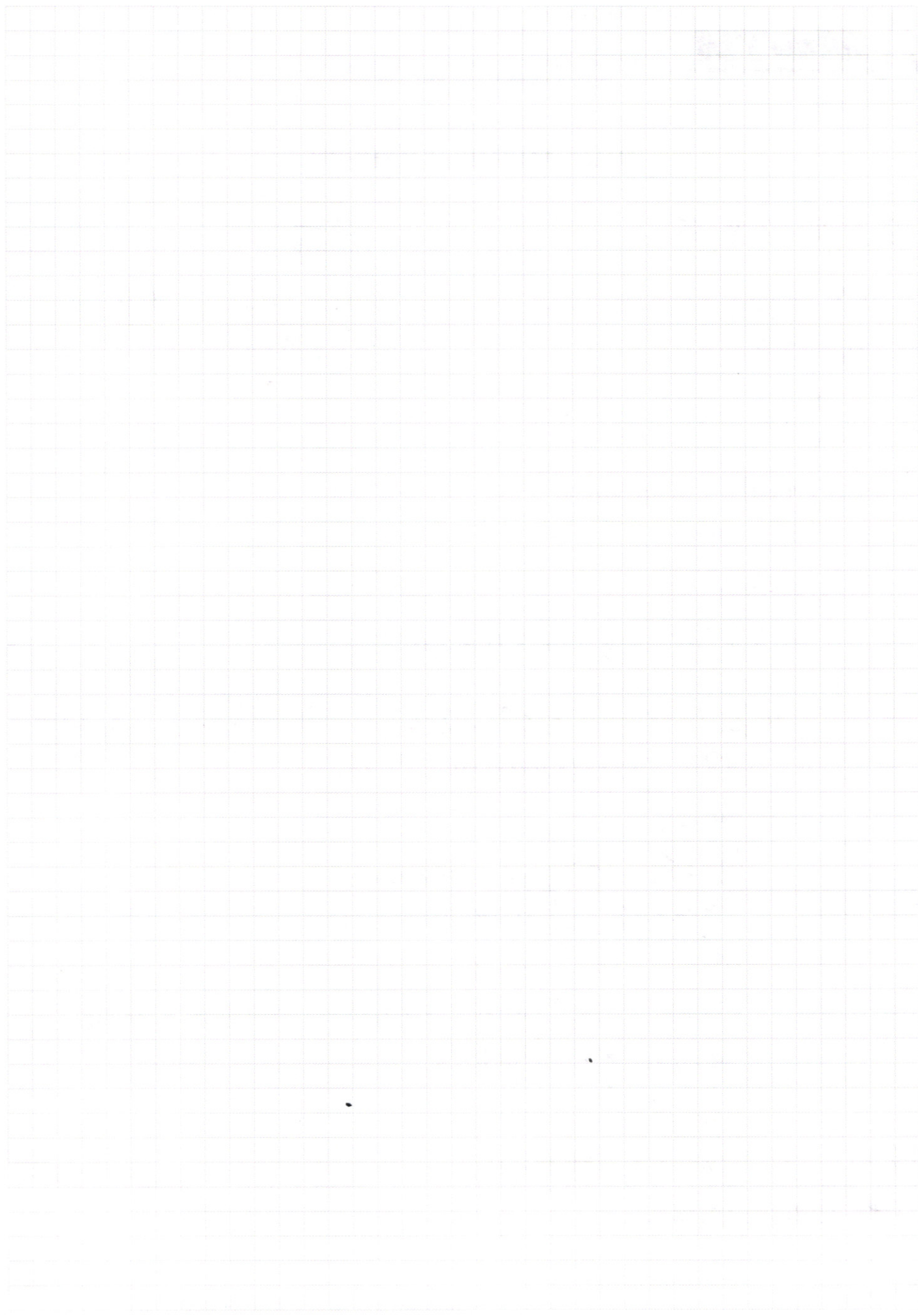
$$\mu k (\mu + k - 2) = 50 = 2 \cdot 5 \cdot 5 = 10 \cdot 1 \cdot 5 = 2 \cdot 25 \cdot 1 = 50 \cdot 1 \cdot 1$$

Для определенности, $\mu > k$

$$\begin{cases} \mu = 5 \\ k = 5 \\ \mu + k - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mu = 5 \\ k = 5 \\ \mu + k = 4 \end{cases} \text{ - неверно}$$

$$\begin{cases} \mu = 5 \\ k = 2 \\ \mu + k - 2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mu = 5 \\ k = 2 \\ \mu + k = 4 \end{cases} \text{ - верно, всего 7 мячей}$$

$$\begin{cases} \mu = 5 \\ k = 1 \\ \mu + k - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mu = 5 \\ k = 1 \\ \mu + k = 2 \end{cases} \text{ - неверно ...}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

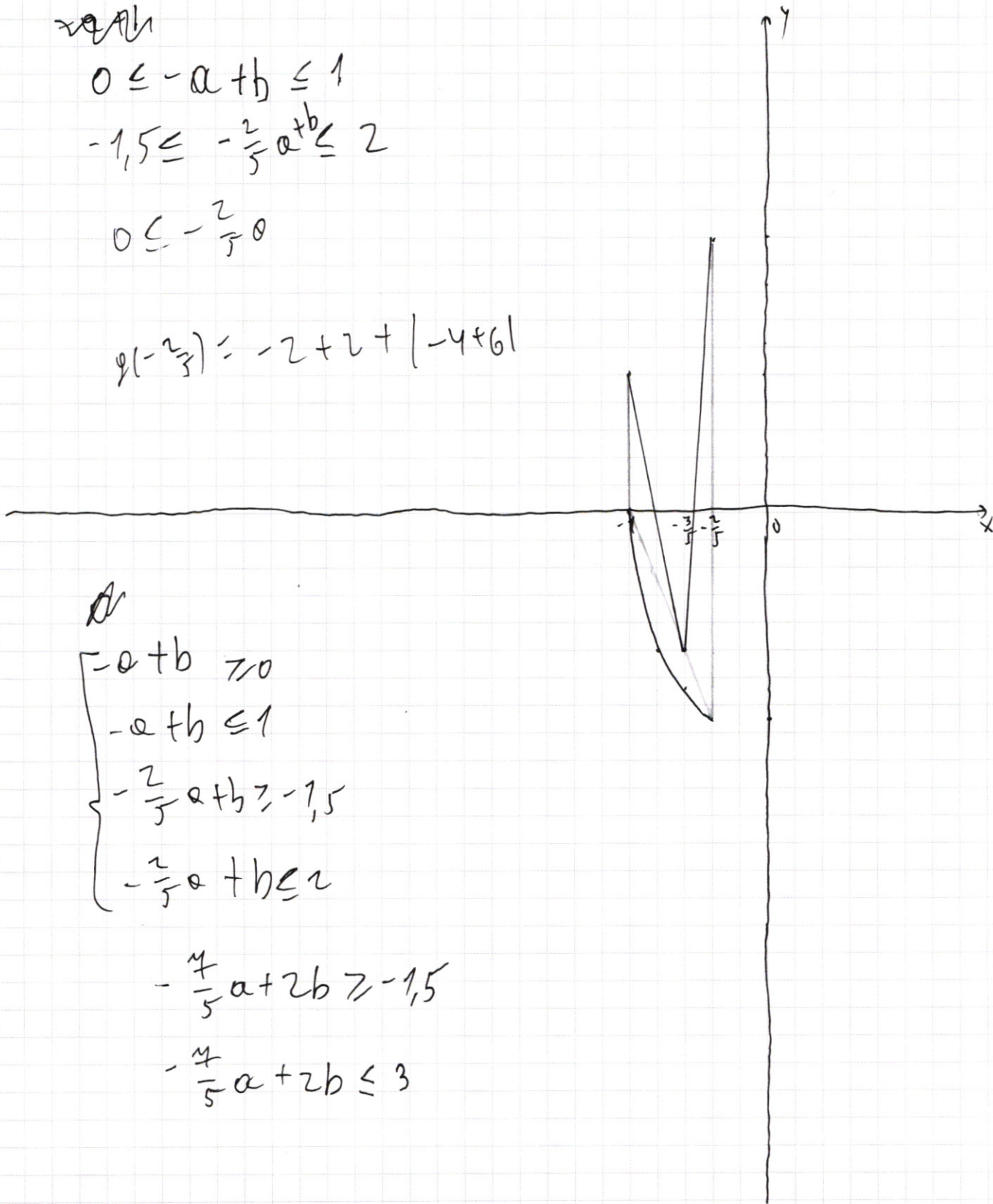
заданы

$$0 \leq -a + b \leq 1$$

$$-1,5 \leq -\frac{2}{5}a + b \leq 2$$

$$0 \leq -\frac{2}{5}a$$

$$f\left(-\frac{2}{5}\right) = -2 + 2 + |-4 + 6|$$



или

$$\begin{cases} -a + b \geq 0 \\ -a + b \leq 1 \\ -\frac{2}{5}a + b \geq -1,5 \\ -\frac{2}{5}a + b \leq 2 \end{cases}$$

$$-\frac{4}{5}a + 2b \geq -1,5$$

$$-\frac{4}{5}a + 2b \leq 3$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$128\% \cdot 10 = 8$$

$$100000$$

$$128\% \cdot 100 = 128$$

abcde \bar{f}

$$M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\begin{array}{r} 999 \\ + 99 \\ \hline 1098 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12345 \overline{) 3} \\ \underline{12} \\ 3 \\ \underline{3} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 5 \\ \underline{5} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2000 \\ + 9 \\ \hline 18000 712345 \end{array}$$

$$10^5 a + 2 \cdot 10^4 b + 3(10^3 c + 10^2 d + 10e + f) + 9999$$

$$\begin{array}{r} 9999 \\ + 999 \\ \hline 10998 \\ 99 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2000 \\ \underline{6} \\ \hline 12000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6115 \\ + 6115 \\ \hline 12230 \\ 115 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12230 \\ \underline{115} \\ \hline 12345 \end{array}$$

~~abc~~

$$10^4 b + 2 \cdot 10^3 c + 3(10^2 d + 10e + f) = 12345$$

$$2 \cdot 10^3 (5b + c)$$

$$1) b = 0, \Rightarrow c = 3k, k \in \{1, 2\}$$

$$3(2 \cdot 10^3 k + 10^2 d + 10e + f) = 12345$$

$$2 \cdot 10^3 k + 10^2 d + 10e + f = 4115$$

$$f : 5, f = 5n \quad (n \in \{0, 1\})$$

$$4 \cdot 10^3 k + 20d + 2e + n = 823$$

$$k = 1: 20d + 2e + n = 423$$

$$2d + 2e + n \leq 204 < 423$$

$$k = 2: 20d + 2e + n = 23$$

$$d = 1: 2e + n = 3$$

$$n = 0: 2e = 3, \Rightarrow \emptyset$$

$$n = 1: 2e = 2, \Rightarrow e = 1$$

$$\begin{array}{r} 998 \\ + 3 \\ \hline 2994 < 12345 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4115 \overline{) 5} \\ \underline{40} \\ 11 \\ \underline{10} \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 9 \\ \hline 204 \end{array}$$

$$d = 0:$$

$$2e + n = 23$$

$$n = 0: 2e = 23 \Rightarrow \emptyset$$

$$n = 1: 2e = 22$$

$$e = 11 \Rightarrow \emptyset$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ + 9 \\ \hline 1104 \end{array}$$

1-9

abcde \bar{f}
06115

$$10^5, 10^4, 10^3$$

$$1000000$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$-\frac{10x+12}{5x+6} + \frac{2}{5x+6} = \frac{2}{5x+6} - 2$$

$$\frac{2}{5}$$

$$5x+6=0, \\ x = -\frac{6}{5}$$

$$x = -1: 2 - 2 = 0$$

$$15x+8$$

$$\frac{2}{-2+6} - 2 = \frac{2}{4} - 2 = 0,5 - 2 = -1,5$$

$$-6+8$$

$$-1,5 \leq \frac{-10x+10}{5x+6} \leq 0$$

$$5x+2+10x+6$$

$$-1 \frac{2,5}{5}$$

$$10x+6=0$$

$$10x = -6$$

$$x = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5}$$

$$x = -\frac{3}{5}: -3 + 2 + |-6+6|$$

$$x = -\frac{3}{5}: f(x) = -\frac{-6+10}{-3+6} =$$

$$x = -\frac{2}{5}: -2 + 2 + |-4+6|$$

$$2 - \frac{4}{3}$$

$$-3 - 1,2 < -1,33 < -1,4$$

$$-\frac{3}{5}: -3 + 2 = -1$$

$$x = -1: f(x) =$$

$$-5 + 2 + |-10+6|$$

$$-\frac{2}{5}: -2 + 2 + |-4+6| = 2$$

$$x = -1: f(x) = 0$$

$$x = -\frac{2}{5}: f(x) = -\frac{-4+10}{-2+6} = -\frac{6}{4} = -1,5$$

$$x = -\frac{4}{5}: f(x) = -\frac{-8+10}{-4+6} = -\frac{2}{2} = -1$$

$$-\left(\frac{10x+12}{5x+6} - \frac{2}{5x+6}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$D_1 = b^2 - 4ac \geq 0, \forall a, b, c$$

$$x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \geq 0, \Rightarrow \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \leq \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$b - k, b, b + k$$

" " "
a b c

$$D_1 = b^2 - b^2 + k^2 = k^2$$

$$x_{\min} = \frac{b - |k|}{b - k} = \frac{b - k}{b - k} = 1$$

$$\begin{cases} x - \sqrt{y^2 - x^2} = 14 \\ -y + \sqrt{y^2 - x^2} = 10 \end{cases} \sim 2.$$

$$x - y = 24$$

$$\begin{cases} x + 3\sqrt{x+y} = 14 \\ y + 3\sqrt{x+y} = -10 \end{cases}$$

$$x + y + 6\sqrt{x+y} = 4$$

$$t^3 + 6t - 4 = 0$$

~~else~~

$$(t-1)(t^2+t+4) = 0$$

$$D = 1 - 28 = -27 < 0$$

$$\Rightarrow t = 1$$

$$\sqrt{x+y} = 1$$

$$x+y = 1$$

$$\begin{cases} x - y = 24 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$2x = 28,$$

$$x = 14$$

$$14 + y = 1,$$

$$y = -13$$

$$\begin{cases} x = 14 \\ y = -13 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} t^3 + 6t - 4 \\ - t^3 + t^2 \\ \hline -t^2 + 6t \\ - t - t \\ \hline -4t \end{array} \left| \begin{array}{l} t \\ t \\ t \end{array} \right. \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} t^3 + 6t - 4 \\ - t^3 - t^2 \\ \hline t^2 + 6t \\ - t^2 - t \\ \hline 7t - 4 \end{array} \left| \begin{array}{l} t-1 \\ t^2+t+4 \end{array} \right.$$