МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

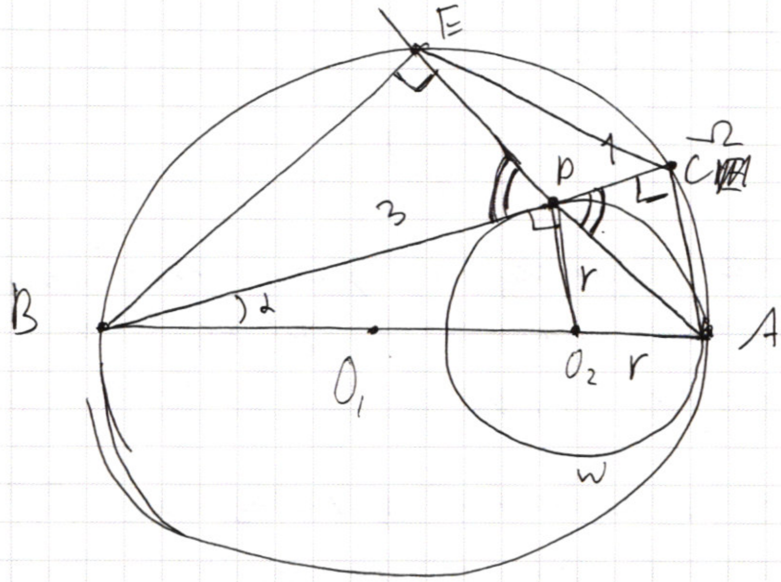
5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство
$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$
выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



Диагональ AB содержит в себе центры двух окружностей
R - радиус Ω
r - радиус w

$\angle BDO_2 = 90°$ (касательная)

$BO_2 = 2R - r$

$(2R-r)^2 = r^2 + 9$

$4R^2 - 4Rr + \cancel{r^2} = \cancel{r^2} + 9$

$4R(R-r) = 9$

$\angle BCA = 90°$ (Δ-ик опирается на диам. BA)

$\left.\begin{array}{l}\angle ABC - \text{общ} \\ \angle BDO_2 = \angle BCA\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta BDO_2 \sim \Delta BAC$

$\frac{AB}{BO_2} = \frac{2R}{2R-r} = \frac{4}{3}$ $\quad 6R = 8R - 4r$

$2R = 4r \qquad R = 2r$

№2 (продолжение)

$\boxed{\text{Ответ: 99 треугольников.}}$

№5

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(x/y) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

свойство функции схоже со свойствами логарифма $\Rightarrow$ можно сказать, что

$f(x/y) = f(x) - f(y)$

Простые числа на промежутке $[1; 21]$:

1; 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19

Если каждое число поделить на 2, получится ряд

0,5; 1; 1,5; 2,5; 3,5; 5,5; 6,5; 8,5; 9,5

И от каждого возьмём целую часть.
(k b = [a])

0; 1; 1; 2; 3; 5; 6; 8; 9

$f(y) > f(x)$

$f(y)$ и $f(x)$ может быть равен 0, 1, 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9

При $f(x) = 0$

$f(y)$ может принимать 8 значений

Переберём таким образом все значения

$f(x)=0$	$f(x)=1$	$f(x)=2$	$f(x)=3$	$f(x)=5$	$f(x)=6$	$f(x)=8$
$f(y)$ – 8 знач.	$f(y)$ – 6 знач.	$f(y)$ – 5 знач.	$f(y)$ – 4 знач.	$f(y)$ – 3 знач.	$f(y)$ – 2 з.	$f(y)$ – 1 з.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (продолжение)

$R = 2r$

$4R(R-r) = 9$

$4 \cdot 2r(2r-r) = 9$

$8r^2 = 9$

$r^2 = \frac{9}{8}$ $\qquad r = \pm\frac{3}{2\sqrt{2}}$, $r' = -\frac{3}{2\sqrt{2}}$ не подходит по усл.

$\boxed{r = \frac{3}{2\sqrt{2}}}$

$\boxed{R = 2r = \frac{3}{\sqrt{2}}}$

$\angle EDB = \angle CDA$

$\frac{CA}{DO_2} = \frac{4}{3}$

$\cancel{3}CA = 4 \cdot \frac{\cancel{3}}{2\sqrt{2}}$

$CA = \frac{2}{\sqrt{2}}$ $\qquad CA = \sqrt{2}$

$DA = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$

$\triangle BED \sim \triangle DCA$

$\frac{DE}{DC} = \frac{DB}{DA}$ $\qquad \frac{DE}{1} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$DE = \sqrt{3}$

S - всего пар.

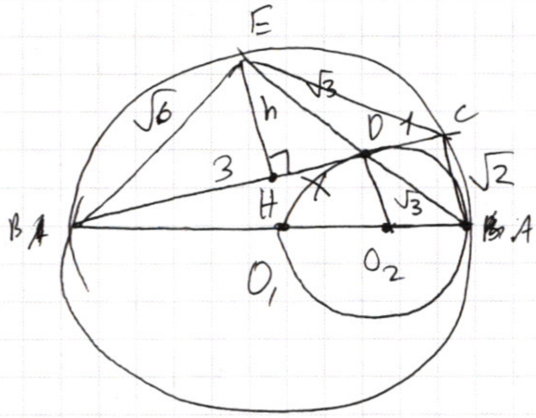
$S = 8 + 6 \cdot 2 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 8 + 12 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 =$

$= 20 + 9 + 6 = \underline{35}$

Ответ: Всего 35 пар.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

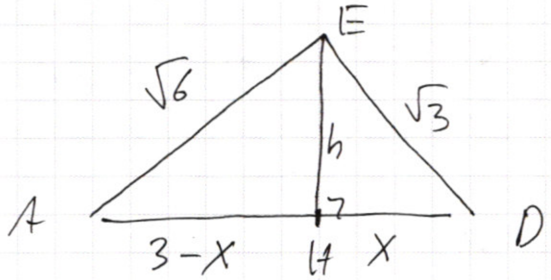
$$\frac{BE}{AC} = \frac{DE}{DC}$$



$$\frac{BE}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$BE = \sqrt{6}$$

Проведём высоту EH △-ка ~~AEC~~ AED



$$\begin{cases} h^2 + x^2 = 3 \\ h^2 + 9 - 6x + x^2 = 6 \end{cases}$$

$$3 + 9 - 6x = 6$$

$$6x = 6 \qquad x = 1$$

$$h = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$$

8R $S_{BEC} = \frac{h \cdot BC}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 4}{2} = 2\sqrt{2}$

$$S_{BAC} = \frac{BC \cdot CA}{2} = \frac{4 \cdot \sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\boxed{S_{BECA} = S_{BEC} + S_{BAC} = 4\sqrt{2}}$$

Ответ:

$R = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$r = \frac{3}{2\sqrt{2}}$

$S = 4\sqrt{2}$

N 4

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$$\cancel{y=2x+\sqrt{xy-2x-y+2}}$$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(1-x)(2-y)} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(1-x)(2-y)} \\ (y-2)^2+2(x-1)^2=3 \end{cases}$$

$$\cancel{\begin{matrix} y+2x=\sqrt{(1-x)(2-y)} \\ (2-y)^2+2(1-x)^2=3 \end{matrix}}$$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ (y-2)^2+2(x-1)^2=3 \end{cases}$$

$x-1=a \qquad y-2=b$

$\cancel{y+2x=b-2a} \qquad y-2x=b-2a$

$$\begin{cases} b-2a=\sqrt{ab} \\ b^2+2a^2=3 \end{cases} \qquad \begin{matrix} b\geq 2a \\ ab\geq 0 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} b^2-4ab+4a^2=ab \\ b^2+2a^2=3 \end{cases}$$

$$\cancel{\begin{cases} b^2-5ab+4a^2=0 \\ b^2+2a^2=3 \end{cases}} \qquad \begin{matrix} a\neq 0 \\ b\neq 0 \end{matrix}$$

$$\cancel{\begin{cases} 2a^2+5ab-4a^2=3 \\ b^2+2a^2=3 \end{cases}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

a, b, c, d - прогрессия d - 4-й член

$ax^2+2bx+c=0$

$$x=\frac{-2b\pm\sqrt{4b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-ac}}{a}$$

Прогрессия геометрическая $\Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{c}{b}$

$b^2=ac$

$\cancel{d=x}$ $x=\frac{-b\pm\sqrt{0}}{a}=\frac{-b}{a}$

$d=-\frac{b}{a}$

$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$ $\quad \frac{b}{a}=\frac{-\frac{b}{a}}{c}$

$\frac{b}{a}=-\frac{b}{ac}$

Если $b\neq0$, $a\neq0$ $\boxed{c=-1}$

~~Если $b=0$ или $a=0$:~~

При $a=0$: прогрессия из нулей, тогда $\boxed{c=0}$

При $b=0$, $a\neq0$: прогрессия из нулей, кроме a, тогда $\boxed{c=0}$

Ответ: Если $a=0$ или $b=0$, $c=0$
Если $a\neq0$ и $b\neq0$, $c=-1$

$\cancel{5ab - 2a^2}$

$\cancel{2a^2 - 5ab + 3 = 0}$

$\cancel{a = \frac{5b \pm \sqrt{25b^2 - 24}}{4}}$

$$\begin{cases} b^2 - 5ab + 4a^2 = 0 \\ b^2 + 2a^2 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{b}{a} - 5 + 4\frac{a}{b} = 0 \\ b^2 + 2a^2 = 3 \end{cases}$$

$\frac{a}{b} = t \qquad t \neq 0$

$\frac{1}{t} - 5 + 4t = 0$

$4t^2 - 5t + 1 = 0$

$t = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = 2 \end{array}\right.$$

$b^2 + 2b^2 \cdot t^2 = 3$

$b^2(1 + 2t^2) = 3$

$b^2 = \frac{3}{1+2t^2} \qquad b = \pm \frac{3}{1+2t^2}$

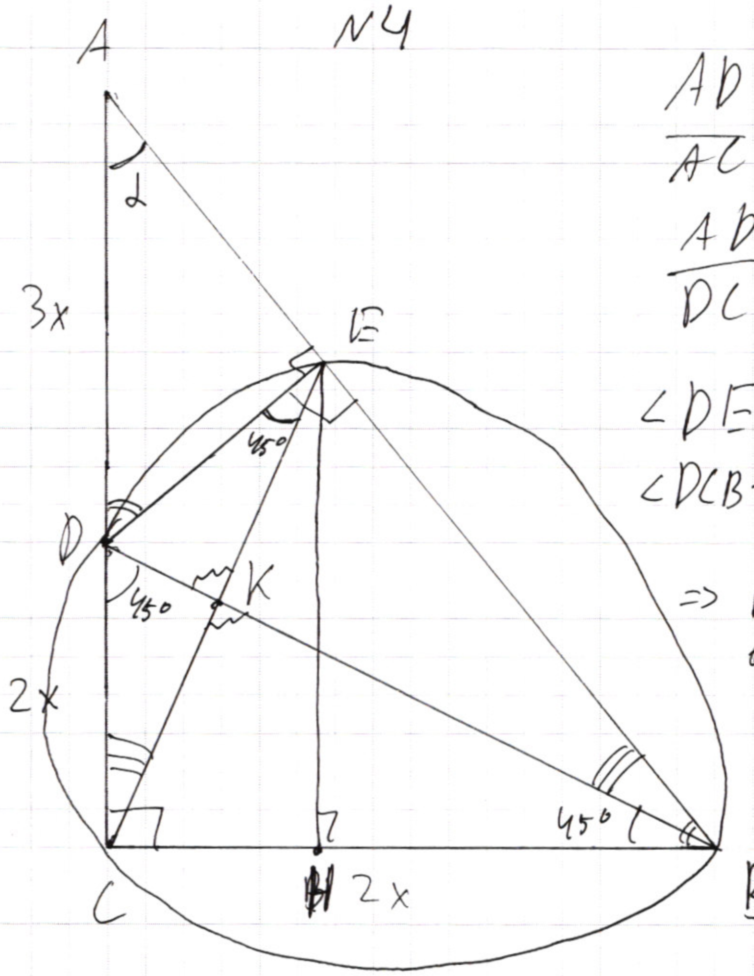
$a = b \cdot t$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 13

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4



$\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$

$\frac{AD}{DC} = \frac{3}{2}$

$\angle DEB = 180 - \angle AED = 90°$

$\angle DCB = 90°$

$\Rightarrow$ DEBC можно вписать в окружность.

$\angle DEC = \angle DBC$ (опираются на одну дугу)

~~$\angle DKE = \angle CKB \Rightarrow \triangle DKE \sim \triangle KCB \Rightarrow$~~
~~$\Rightarrow \frac{DE}{DC} = \frac{DK}{KC}$~~

$\angle CDB = \cancel{90}\ 90° - \angle DBC = 90 - 45 = 45°$

$\angle CDB = \angle CBD \Rightarrow \triangle DCB$ - р/б $\Rightarrow DC = CB = 2x$

$\boxed{tg\alpha = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}}$

$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{25+4}} = \frac{2}{\sqrt{29}}$

$\cancel{b = \pm B}$

$$\left[\begin{array}{l} b = \pm \frac{1}{3} \\ b = \pm \frac{3}{19} \end{array}\right.$$

$\cancel{b = \frac{1}{3}}$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} b = \pm \frac{1}{3} \\ a = \pm \frac{2}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} b = \pm \frac{3}{19} \\ a = \pm \frac{9}{19} \end{cases} \end{array}\right.$$

$a \cdot b \geq 0$

$y = 2 + b$

$X = 1 + a$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = 2 \pm \frac{1}{3} \\ X = 1 \pm \frac{2}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} y = 2 \pm \frac{3}{19} \\ X = 1 \pm \frac{9}{19} \end{cases} \end{array}\right.$$

$\cancel{\begin{cases} y = \frac{4}{3} \\ X = \frac{5}{3} \end{cases}}$

$y =$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = \frac{7}{3} \\ X = \frac{5}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} y = \frac{5}{3} \\ X = \frac{1}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} y = \frac{41}{19} \\ X = \frac{28}{19} \end{cases} \\ \begin{cases} y = \frac{35}{19} \\ X = \frac{10}{19} \end{cases} \end{array}\right.$$

$\boxed{\text{Ответ: } (X; y) \in \left\{ \left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right); \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right); \left(\frac{28}{19}; \frac{41}{19}\right); \left(\frac{10}{19}; \frac{35}{19}\right) \right\}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$AC = \sqrt{29} = 5x$ $\qquad \cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{29}}$

$x = \frac{\sqrt{29}}{5}$

~~AE = 1~~ $AE = 3x \cdot \cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{29}} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{29}}{5} = 3$

$AB = \frac{5x}{\cos\alpha} = \frac{5 \cdot \frac{\sqrt{29}}{5}}{\frac{5}{\sqrt{29}}} = \frac{29}{5}$

Проведём высоту $\triangle$-ка ECB – EH

$\triangle ABC \sim \triangle BEH$

$\frac{EH}{AC} = \frac{AB-AE}{AB} = \frac{\frac{29}{5} - \frac{15}{5}}{\frac{29}{5}} = \frac{14}{29}$

$EH = \sqrt{29} \cdot \frac{14}{29} = \frac{14}{\sqrt{29}}$

$S_{ECB} = \frac{EH \cdot BC}{2} = \frac{\frac{14}{\sqrt{29}} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{29}}{5}}{2} = \frac{14}{5}$

$DE = AD \cdot \sin\alpha = 3 \cdot \frac{\sqrt{29}}{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{6}{5}$

$S_{AED} = \frac{DE \cdot AE}{2} = \frac{\frac{6}{5} \cdot 3}{2} = \frac{9}{5}$

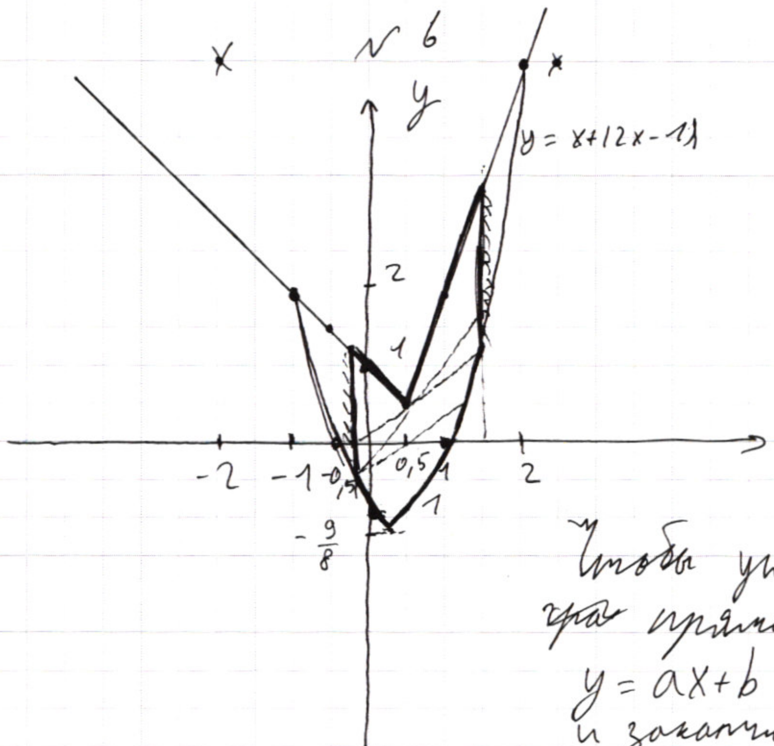
$S_{ABC} = \frac{BC \cdot AC}{2} = \frac{\sqrt{29} \cdot \frac{2}{5}\sqrt{29}}{2} = \frac{29}{5}$

$$\boxed{S_{CED} = S_{ABC} - S_{AED} - S_{ECB} = \frac{29}{5} - \frac{14}{5} - \frac{9}{5} = \frac{6}{5}}$$

(Ответ: $\operatorname{tg}\angle BAC = \frac{2}{5}$; $S_{CED} = \frac{6}{5}$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6



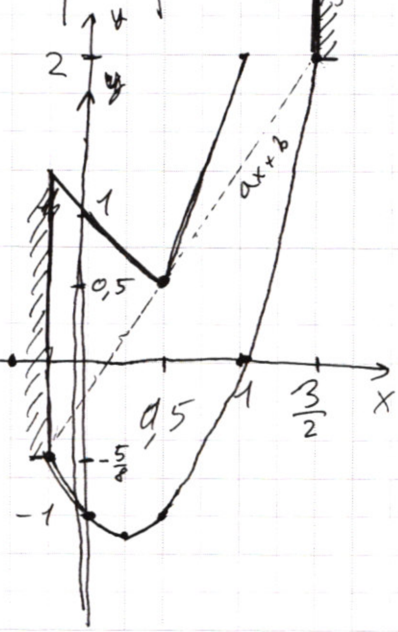
Чтобы условие выполнялось, ~~что~~ прямая графика $y = ax+b$ должна начинаться и заканчиваться, пересекая верт. отрезки и не выходя за линии

$y = 2x^2 - x - 1$

y	-1	0	2	0
x	0	1	-1	-0,5

$y = x + |2x-1|$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x \geq 0,5 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0,5 \\ y = -x + 1 \end{cases}\end{array}\right.$$



$2 \cdot \frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 1 = 2$

Рассмотрим прямую $ax+b$, проходящую через точки $(\frac{3}{2}, 2)$; $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

$$\begin{cases} 2 = \frac{3}{2}a + b \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2}a + b \end{cases} \qquad \frac{3}{2} = a \qquad \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$ – одна из ~~дв~~ критических прямых, заданная двумя верхними крит. точками. Найдём вторую ~~прям~~ крит. прямую, заданную двумя нижними крит. точками.

$y = ax + b$ проходит через $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); \left(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8}\right)$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}a + b \\ -\frac{5}{8} = -\frac{1}{4}a + b \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{8} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)a$$

$$\frac{4}{8} + \frac{5}{8} = \frac{3}{4}a$$

$$\frac{9}{8} = \frac{3}{4}a \qquad a = \frac{9 \cdot 4}{3 \cdot 8} = \frac{3}{2}$$

$$b = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = -\frac{1}{4}$$

Вторая крит. прямая имеет те же параметры => => условию соответствует лишь одна пара чисел $a = \frac{3}{2}$ $b = -\frac{1}{4}$

$\boxed{\text{Ответ: } (a; b) = \left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

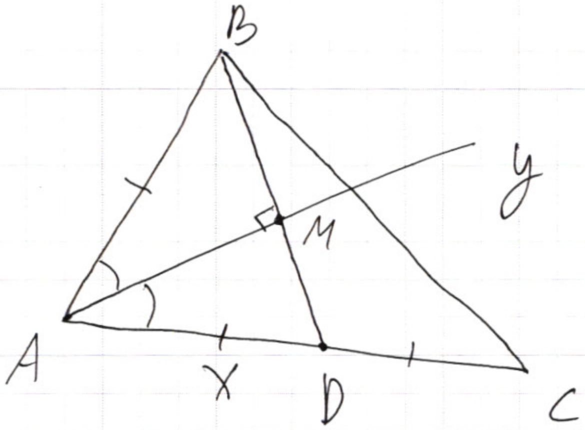
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 2



В △-ке ABC AM - бис, BD - медиана

В △-ке ABD AM и высота и биссектриса => => он р/б => $AD = AB$

Пусть $BC = y$, $DC = x$

$x + y > 2x$ $\quad y > x$

~~xx~~ $\quad y < 3x$

$1200 = 3x + y$

$y = 1200 - 3x$

$\begin{cases} 1200 - 3x > x \\ 1200 - 3x < 3x \end{cases}$ $\quad \begin{cases} 1200 > 4x \\ 1200 < 6x \end{cases}$

~~120~~ $\cancel{300 > x}$ $\cancel{200 < x}$ $\quad \begin{cases} 300 > x \\ 200 < x \end{cases}$ $\quad x \in \mathbb{Z}$

$300 < x < 200$

Каждое разное x задает разные △-ки. $\quad x \in \{201; 202 \ldots; 299\}$ => всего будет 99 △-ков.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x-2x+1=-x+1$

$f(x)+f(\frac{1}{y})<0$ 2 $2+4-1$ $2+3=5$ №4 $1,2,3,5,7,11,13,17,19$

$1+2-1$

$f(p)=f(a)+f(b)=\cancel{f(\frac{a+b}{2})}\left[\frac{a+b}{2}\right]$

a, b, c, d d - 4-й член прогрессии

$3-1=\sqrt{2}$

$-1+|-2-1|=-1+3=2$ $-2+(-\cancel{2}-1)$ $f(x)<\cancel{f(x)}-f(\frac{1}{y})$ $6-4=\sqrt{2}$

$ax^2+2bx+c=0$ $-2+5-$ $2+1-1$

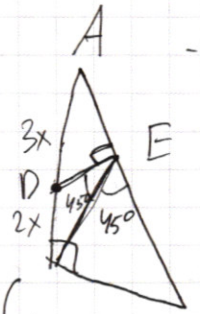
$2+(\cancel{5}-4-1)$

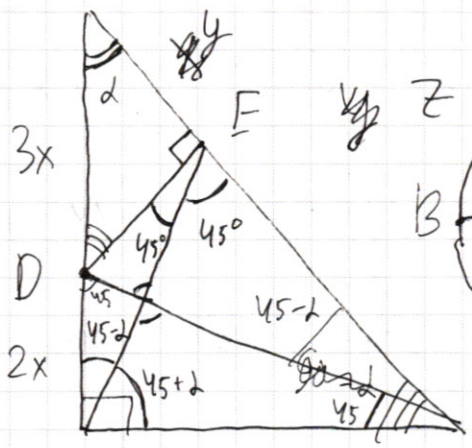
$$x=\frac{-2b\pm\sqrt{4b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-ac}}{a}$$

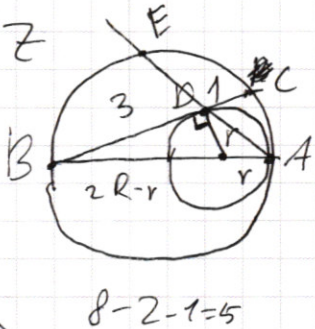
$y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}$ $0{,}5+|1-1$ $f(p)=f(1)+f(p)=\cancel{f(1,p)}$

$2x^2-4x+y^2-4y+4-1=0$

$-0{,}5\cancel{x}+2$ $-1{,}5+|3-1|$ $-1{,}5+$ $-\frac{9}{8}$







$2\cdot\frac{9}{4}-\frac{3}{2}-1$

$\frac{9}{2}-\frac{3}{2}-\frac{2}{2}$
2

$8-2-1=5$

$2x^2-x-1$ $(2x+1)(x-1)$ $x+|2x-1|$ $3x-$

$2x-1>0$
$x>0{,}5$

$(2x+1)(x-1)$ $\frac{b}{a}=\frac{c}{b}$

$2x^2+x-2x-1$ $\cos\alpha=$ $\frac{y}{3x}=\frac{5x}{z}$ $ac=b^2$

$2\cdot\frac{1}{16}+\frac{1}{4}-1$

$\frac{1}{8}+\frac{2}{8}-\frac{8}{8}$ y^2-4y+4 $(y-2)^2+$ $\cancel{y^2}+2xy$ $4x-1=0$ $x=\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{4}=\frac{3}{4}+b$

$-\frac{5}{8}$ $b=-\frac{1}{4}$

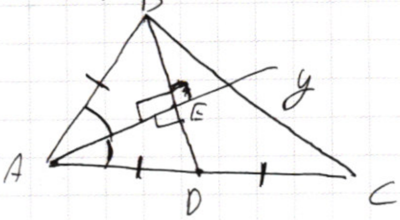
12 $\frac{2}{16}-\frac{4}{16}-\frac{16}{16}=\frac{1}{8}-\frac{2}{8}-\frac{8}{8}$ $y^2-2xy+2x^2=xy-2x-y+2$

$y^2+2x=3xy-2x-y+2$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)
Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\cancel{y^2+2x^2+1}$

$y^2+4x^2-4xy = xy-2x-y+2$



$\cancel{4x(x-y)}$

$$\begin{cases} y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2 \\ y^2+2x^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$ $AD=AB$

$$\begin{cases} y^2+4x^2-5xy+2x+y-2=0 \\ y^2+2x^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$ -5 $+4$

$(y-2)^2+2x^2-4x-1=0$

$2y^2+8x^2-10xy+4x+2y-4=0$ $+1$ -2

$y^2+2x^2-4x-4y+3=0$

$y^2+6x^2-10xy+6y-7=0$ $(1-x)(2-y)$

$f(x\cdot\frac{1}{y}) = f(x)+f(\frac{1}{y})$ $(2-2x-y+x$

Свойство функции схоже с логарифмом

$f(\frac{x}{y}) = f(x)-f(y)$

$(b-4)($ $\cancel{(y-2)^2+x^2-2}+(x^2$

$a^b+a^c=a^d$ y^2

$(y-2)^2+x^2-2+(x-2)^2=0$

$y^2-4y+4+2x^2-4x+2=3$ $2\cdot9$ 18

$(y-2)^2+2(x-1)^2=3$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)