МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1.

Решение.

Если $a_0; b_0; c_0$ являются членами арифметической прогрессии, 1,2,3 членами соответственно, значит $b=q\cdot a$; $c=q^2\cdot a$; $d=q^3\cdot a$, где $a\neq 0$; $q\neq 0$;

Тогда

$$\begin{cases} ax^2+bx+c= \\ a\neq 0 \\ q\neq 0 \end{cases} \begin{cases} ax^2+qax+q^2a= \\ a\neq 0 \\ q\neq 0 \end{cases} \begin{cases} a\cdot(x+q)^2=0 \\ a\neq 0 \\ q\neq 0. \end{cases}$$

Т.к $a\neq 0$, то $(x+q)^2=0$, т.е $x=-q$.

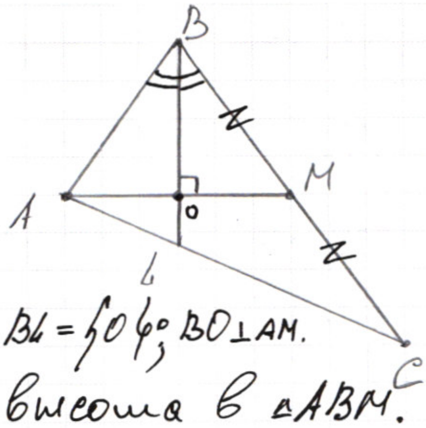
Т.к корень уравнения является четвертым членом арифметической прогрессии, то

$$\begin{cases} -q=q^3a \\ q\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^2a=-1 \\ q\neq 0 \end{cases}$$, т.е 3 член прогрессии равен -1.

Ответ: -1.

Задача №2.

Решение



1) Пусть дан $\triangle ABC$.

AM – медиана $\triangle ABC$

BL – биссектриса $\triangle ABC$; $AM\cap BL=\{O\}$; $BO\perp AM$.

Тогда BO – биссектриса и высота в $\triangle ABM$. Тогда $\triangle ABM$ – р/б с основанием AM, т.е $AB=BM=MC$. Тогда пусть $AB=a$; $AC=b$. Тогда $BC=2a$.

По неравенству треугольника:

$$\begin{cases} a<2a+b \\ 2a<a+b \\ b<a+2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<b \\ b<3a \end{cases} \Leftrightarrow a<b<3a$$

Тогда $P_{\triangle ABC}=1200 \Leftrightarrow 3a+b=1200 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6a>1200 \\ 4a<1200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>200 \\ a<300 \end{cases}$$

. Т.к все стороны целочисленные, то $201\le a\le 299$, т.е

Пусть $a=201$. Тогда $201<b<603$. Для любого данного b из найдется необходимый треугольник.

$201\cdot(602-202+1)=201\cdot 401.$

Всего треугольников: $\sum\limits_{i=201}^{299} i\cdot((3i-1)-(i+1)+1) = \sum\limits_{i=201} i\cdot(2i-1) =$

$= 201\cdot 401+202\cdot 403+203\cdot 405+\dots+299\cdot 597 =$

$= \sum\limits_{i=201}^{299} 2i^2 - \sum\limits_{i=201}^{299} i = 2\sum\limits_{i=201}^{299} i^2 - \sum\limits_{201}^{299} i = 2\cdot\left(\sum\limits_{i=1}^{299} i^2 - \sum\limits_{i=1}^{200} i^2\right) - \sum\limits_{201}^{299} i =$

$= 2\cdot\left(\dfrac{299\cdot 300\cdot(2\cdot 299+1)}{6} - \dfrac{200\cdot 201\cdot(2\cdot 200+1)}{6}\right) - \left(\sum\limits_{i=1}^{299} i - \sum\limits_{i=1}^{200} i\right) =$

$= 2\cdot(299\cdot 50\cdot 599 - 100\cdot 67\cdot 401) - \left(\dfrac{299\cdot 300}{2} - \dfrac{200\cdot 201}{2}\right) =$

$= 100\cdot(299\cdot 599 - 67\cdot 802) - 50\cdot(299\cdot 3 - 2\cdot 201) =$

$= 12546700 - 50\cdot(897-402) = 12546700 - 24750 = 12521950$

$$\begin{array}{r} \times\, 599 \\ 299 \\ \hline 5391 \\ 5391 \\ 1198 \\ \hline 179201 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 802 \\ 67 \\ \hline 5614 \\ 4812 \\ \hline 53734 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -\,179201 \\ 53734 \\ \hline 125467 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 495 \\ 50 \\ \hline 000 \\ 2475 \\ \hline 24750 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -\,12546700 \\ 24750 \\ \hline 12521950 \end{array}$$

Ответ: 12521950.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3

Решение

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y-2x)^2=(y-2)(x-1) \\ 2\cdot(x-1)^2+(y-2)^2-3=0. \\ y-2x\geq 0 \end{cases}$$

Пусть $y-2=b$; $x-1=a$, тогда

$$y-2x=(b+2)-2\cdot(a+1)=b-2a\geq 0.$$

$\begin{cases} (b-2a)^2=ab \\ 2a^2+b^2-3=0. \\ b-2a\geq 0 \end{cases}$. Пусть пара чисел $(a_0;b_0)$ явл. корнем уравнения $2a^2+b^2-3=0$.

Тогда и пары чисел $(-a_0;b_0)$; $(a_0;-b_0)$; $(-a_0;-b_0)$ являются корнями данного уравнения.

Пусть $a_0\geq 0$; $b_0\geq 0$. Тогда т.к. функция a^2, а значит и $2a^2$ $\uparrow$ на $[0;+\infty)$; b^2 $\uparrow$ на $[0;+\infty)$, то на промежутке $[0;+\infty)$ уравнение $2a^2+b^2=3$ имеет не более 1ого решения. Пусть $a=1$; $b=1$ тогда $2a^2+b^2=2\cdot1+1=3$ (и). Тогда все корни данного уравнения: $(1;1)$; $(-1;1)$; $(1;-1)$; $(-1;-1)$. Значит для каждого корня проверим условие:

$\begin{cases} (b-2a)^2=ab \\ b-2a\geq 0. \end{cases}$ Пусть $a=1$; $b=1$, тогда $(b-2a)^2=(1-2)^2=1$.

$ab=1 \to$ и.

$b-2a=-1<0$.

Противоречие.

Если $a=-1;\ b=1$, то $\left.\begin{matrix}(b-2a)^2=3^2\\ ab=-1\end{matrix}\right\}$ противоречие

Если $a=1;\ b=-1$, то $\left.\begin{matrix}(b-2a)=3^2\\ ab=-1\end{matrix}\right\}$ противоречие

Если $a=-1;\ b=-1$, то $\left.\begin{matrix}(b-2a)=1^2=1\\ ab=1\\ b-2a=1>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow$

$\Rightarrow$ единственный корень $(-1;-1)$

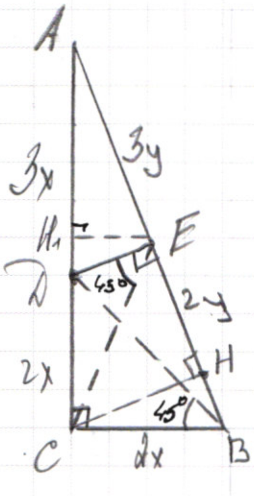
Если $a=-1$ и $b=-1$, то

$\begin{cases}x-1=-1\\ y-2=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=1.\end{cases}$

Ответ: $(0;1)$

Задача №4.

Решение



а) 1) $\left.\begin{matrix}AD:AC=3:5\\ AC=AD+DC\end{matrix}\right\}\Rightarrow$

$\Rightarrow AD:DC=3:2$.

Пусть $AD=3x$, тогда $DC=2x$.

2) Т.к $\angle DEB=90°$ и $\angle DCB=90°$, то

$DEBC$ – вписанный четырехугольник, тогда углы, опирающиеся на одну дугу равны:

$\angle DEC=\angle DBC=45°$; $\angle C=90°$. Значит $BC=DC=2x$.

Значит $tg\angle BAC=BC:AC=2x:5x=2:5$.

б) 1) $\triangle ABC$ – прямоугольный.

Пусть CH – высота $\triangle ABC$. Тогда $AH=\frac{AC^2}{AB}$;

$BH=\frac{BC^2}{AB}$.

2) $DE\perp AB\Rightarrow DE\parallel CH\Rightarrow AD:AC=AE:EH=3:2$ (по теореме о пропорциональных отрезках.)

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $\frac{AH}{BH} = \frac{\frac{AC^2}{AB}}{\frac{BC^2}{AB}} = \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{(5x)^2}{(2x)^2} = \frac{25}{4}$, тогда если $AE = 3y$, то

$EH = 2y$; ~~BH~~ $AH = 5y$, тогда $BH = \frac{5y \cdot 4}{25} = 0{,}8y$.

Пусть $EH_1 \perp AC$. Тогда $EH_1 \parallel BC$. Тогда

$EH_1 : CB = AE : AB$ (из подобия $\triangle AEH_1$ и $\triangle ABC$ по углам)

Тогда $EH_1 = \frac{CB \cdot AE}{AB} = \frac{2x \cdot 3y}{5{,}8y} = \frac{6}{5{,}8}x = \frac{30}{29}x$.

$AC = \sqrt{29}$, поэтому $5x = \sqrt{29}$, т.е $x = \frac{\sqrt{29}}{5}$.

Если $x = \frac{\sqrt{29}}{5}$, то $S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2} DC \cdot EH_1 =$

$= \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \frac{30}{29}x = \frac{30}{29} \cdot x^2 = \frac{30 \cdot 29}{29 \cdot 25} = 1{,}2$

Ответ: 1,2

Задача №6.

Решение

$2x^2 - x - 1 = 2 \cdot (x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}) = 2 \cdot ((x - \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{16} - \frac{1}{2}) = 2 \cdot ((x - \frac{1}{4})^2 - \frac{9}{16})$.

График данной функции получен параллельным переносом графика функции $y = x^2$ на вектор $(\frac{1}{4}; -\frac{9}{16})$ и растяжением ~~в~~ в 2 раза от оси OX

Неравенства выполняются для всех x на промежутке ~~от~~ $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$, в том числе для $-\frac{1}{4}$. Тогда $2 \cdot (-\frac{1}{4})^2 - (-\frac{1}{4}) - 1 = 2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 =$

$= -\frac{1}{8}$; Тогда $-\frac{1}{4}a+b \geq -\frac{1}{8}$.

Для $\frac{3}{2}$: $2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} - 1 = 2\cdot\frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 1 = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = 2$.

Тогда $\frac{3}{2}a+b \geq 2$.

$\frac{1}{2} \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$, тогда

$\frac{1}{2}a+b \leq \frac{1}{2} + \left|2\cdot\frac{1}{2} - 1\right| = \frac{1}{2}$.

Запишем систему неравенств.

$$\begin{cases} -\frac{1}{4}a+b \geq -\frac{1}{8} \quad (1) \quad \Big| \cdot 6 \\ \frac{3}{2}a+b \geq 2 \quad (2) \\ \frac{1}{2}a+b \leq \frac{1}{2}. \quad (3). \end{cases}$$

$\cancel{6(1)+(2)}$ $\begin{cases} -\frac{6}{4}a+6b \geq -\frac{6}{8} \\ \frac{3}{2}a+b \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7b \geq 2 - \frac{6}{8} \\ \frac{3}{2}a+b \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 1\frac{1}{4}/7 \\ \frac{3}{2}a+b \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b \geq \frac{5}{28} \\ \frac{3}{2}a+b \geq 2. \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{3}{2}a+b \geq 2 \quad \Big| \cdot(-1) \\ \frac{1}{2}a+b \leq \frac{1}{2} \quad \Big| \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2}a-b \leq -2 \\ \frac{3}{2}a+3b \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}a+b \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \leq \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2}a+b \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} -\frac{1}{4}a+b \geq -\frac{1}{8} \quad \Big| \cdot(-1) \\ \frac{1}{2}a+b \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}a \leq \frac{5}{8} \\ \frac{1}{2}a+b \leq \frac{1}{2}. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq \frac{5}{6} \\ \frac{1}{2}a+b \leq \frac{1}{2}. \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{3}{2}a+b \geq 2 \quad \Big| \cdot \cancel{(-\frac{8}{6}\cdot 1)} \\ \frac{1}{2}a+b \leq \frac{1}{2} \quad \Big| \cdot(-1) \end{cases} \Leftrightarrow \cancel{\begin{cases} 4a \leq \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2}a+b \leq \frac{1}{2} \end{cases}} \begin{cases} a \geq 3/2 \\ \frac{1}{2}a+b \leq \frac{1}{2}. \end{cases}$

$\begin{cases} a \geq \frac{3}{2} > 1 \\ a \leq \frac{5}{6} < 1 \end{cases}$ противоречие.

Значит таких пар чисел a и b не существует.

Ответ: таких пар a и b не существует

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №7

Решение.

$\cancel{f(\frac{x}{y})=}$ $f(x)=f(y\cdot\frac{x}{y})=f(\frac{x}{y})+f(y) \Rightarrow f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$

Посчитаем $f(1)$.

$f(5\cdot1)=f(5)+f(1) \Rightarrow f(1)=0.$

Тогда посчитаем $f(x)$ для всех x от 2 до 21.

$f(2)=[2/2]=1.$

$f(3)=[\frac{3}{2}]=1$

$f(4)=f(2)+f(2)=2$

$f(5)=[\frac{5}{2}]=2$

$f(6)=f(2)+f(3)=2$

$f(7)=[\frac{7}{2}]=3$

$f(8)=f(2)+f(4)=3$

$f(9)=f(3)+f(3)=2.$

$f(10)=f(2)+f(5)=1+2=3$

$f(11)=[\frac{11}{2}]=5.$

$f(12)=f(2)+f(6)=1+2=3$

$f(13)=[\frac{13}{2}]=6.$

$f(14)=f(2)+f(7)=4$

$f(15)=f(3)+f(5)=3$

$f(16)=f(2)+f(8)=4$

$f(17)=[\frac{17}{2}]=8$

$f(18)=f(2)+f(9)=3$

$f(19)=[\frac{19}{2}]=9$

$f(20)=f(4)+f(5)=4$

$f(21)=f(3)+f(7)=4.$

Итог ~~1 2 3 4 5 6 8 9~~

$f(x)$	0	1	2	3	4	5	6	8	9
Кол-во	1	2	4	6	4	1	1	1	1.

Чтобы получилось отриц. $f(\frac{x}{y})$ необходимо, чтобы $f(x) < f(y)$, тогда способов.

Если $f(x)=0$, то способов: $1\cdot20.$

Если $f(x)=1$, то способов $2\cdot18$ и т.д.

Всего:

$1\cdot 20 + 2\cdot 18 + 4\cdot(21-7) + 6\cdot(21-13) + 4\cdot 4 + 1\cdot 3 + 1\cdot 2 + 1 + 1\cdot 0 =$

$= 20 + 36 + 4\cdot 14 + 6\cdot 8 + 16 + 3 + 2 + 1 + 0 =$

$= 56 + 56 + 48 + 16 + 7 = 112 + 48 + 23 = 112 + 71 = 183.$

Ответ: 183.

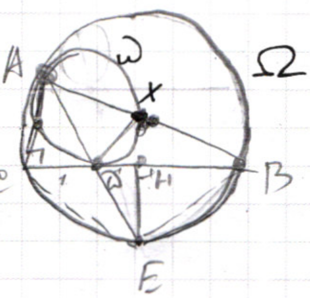
Задача №5.

Решение.

1) По теореме: E - середина $\smile CB$:

Теорема: Если окружность внутренним образом касается второй окружности и её хорды, то ~~по~~ прямая, проходящая через точки касания проходит через середину дуги.

Тогда AD - биссектриса $\triangle ABC$, значит по характеристическому св-ву биссектрисы



треугольника: $AC : AB = 1:3$; $AC = x$; $AB = 3x$

$\triangle ABC$ - прямоугольный; $\angle C = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$ по т. Пифагора: $9x^2 = x^2 + (1+3)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8x^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}.$

Тогда $AB = 3\sqrt{2}$; R (радиус бóльшей окр) $= \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

По ~~св~~ св-ву степени т. B отн. окружности ω: $(AB \cap \omega = X)$

$3^2 = BX \cdot BA = 2R\cdot(2R - 2r)$, где r - радиус меньшей окружности.

Тогда $9 = 4R^2 - 4rR \Leftrightarrow r = \frac{4R^2 - 9}{4R} = \frac{4\cdot\frac{(3\sqrt{2})^2}{4} - 9}{4\cdot\frac{3\sqrt{2}}{2}} = \frac{9}{6\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}.$

Пусть $EH \perp BC$; $AC \perp BC \Rightarrow AC \parallel EH \Rightarrow \angle DEH = \angle DAC = \angle DAB.$ $\Rightarrow$

$\angle ADX = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle ADX \sim \triangle$ ~~DHE~~ $EHD \Rightarrow \frac{AX}{DE} = \frac{AD}{EH} \Rightarrow EH = \frac{DE\cdot AD}{AX}.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5.

По опр. степени точки:

ст. т. D: $CD \cdot DB = AD \cdot DE = 3 \cdot 1 = 3$.

Тогда $EH = \frac{DE \cdot AD}{AX} = \frac{3}{2v} = \frac{3}{\frac{3\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$.

Тогда $S_{ABEC} = \cancel{\frac{AC \cdot BC}{2}} + S_{ABC} + S_{CBE} =$

$= \frac{AC \cdot CB}{2} + \frac{CB \cdot HE}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 4}{2} + \frac{\sqrt{2} \cdot 4}{2} = 4\sqrt{2}$

Ответ: $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; $\frac{3\sqrt{2}}{4}$; $4\sqrt{2}$.

$y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} y-2x>0 \\ y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2 \end{cases}$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$\cancel{2x^2+2y^2}$

$x=p_1^{\beta_1}\cdot p_2^{\beta_2}\cdot p_3^{\beta_3}$ $\quad +y^2-4xy+4x^2-xy+2x+y-2=$

$y=p_1^{\lambda_1}\cdot p_2^{\lambda_2}\cdot p_3^{\lambda_3}$

$3y+1=0 \,/\cdot 2$

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)$

$f(x)<f(y)=$

$f(ab)=$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(p_1)\cdot(\beta_1-\lambda_1)+f(p_2)\cdot(\beta_2-\lambda_2)\cdot\ldots$

$\frac{1}{\cancel{2}\,1}$ $\quad \cancel{f(ab)}\; f(a)=f(a)+f(1) \Rightarrow f(1)=0.$

$4x-6y+2=0$

$x^2-y^2-6y=0$ $\quad b^2\leq\frac{72}{23}$

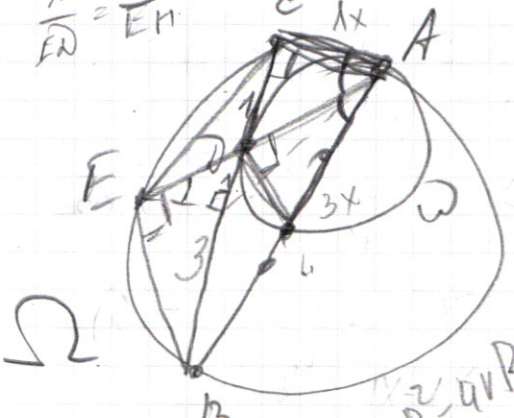
0	1	2	3	4	5	6	8	9
1	2	4	6	4	1	1	1	1

$x^2=\frac{16}{10}$ $\quad 6a^2-5ab+2b^2-3=0.$

$10x^2=16.$ $\quad x=\sqrt{\frac{4\sqrt{10}}{10}}$

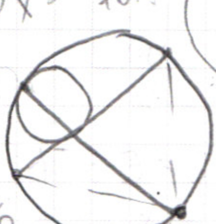
$\frac{AC}{ED}=\frac{AD}{EM}$

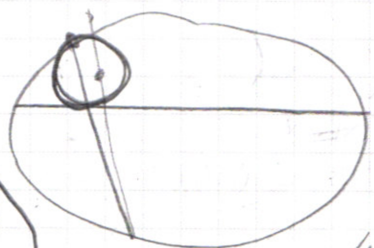
$3^2=(2R-2r)\cdot 2R$



$1^2=$

$3x^2=\frac{12\sqrt{10}}{10}$





$3^2=4R^2-4rR$

$9=4\cdot\frac{12^2}{10}-4r\cdot\frac{12\sqrt{10}}{10}$

$4a^2-4ab+b^2=ab$

$b+2-2(a+1))^2$ $\quad 6a^2+2b^2-5ab-3=0.$

$b-2a>0.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a = a_0$

$b = q a_0$

$c = q^2 a_0$

$d = q^3 a_0$

$2x^2 - x - 1 = x + |2x-1|$

$(x-1)(2x+1) = x + |2x-1|$

$x > \frac{1}{2}$

$\begin{cases} 2x^2 - x - 1 = x + 2x - 1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$

$2x^2 - 4x = 0$

$(x-2)(x) = 0 \quad x = 2$

$2(x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}) = 2 \cdot ((x - \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{16} - \frac{1}{2}) =$

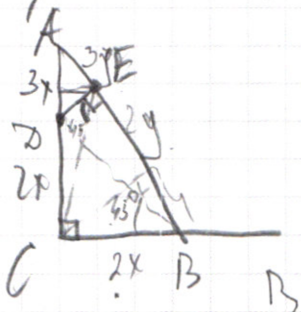
$2 \cdot ((x - \frac{1}{4})^2 - \frac{9}{16})$

$a(-\frac{1}{4}) + b >$

$(\frac{3}{2} - \frac{1}{4})^2$

$(\frac{5}{4})^2 - \frac{9}{16}$

$2d = 2$



$3x + 1$

$-x + 1$

$-\frac{1}{4}$

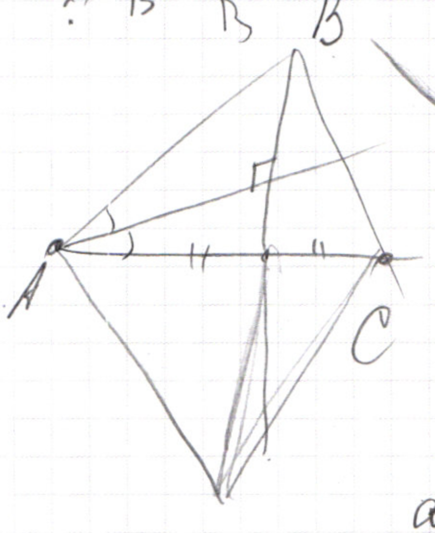
$\frac{3}{4}$

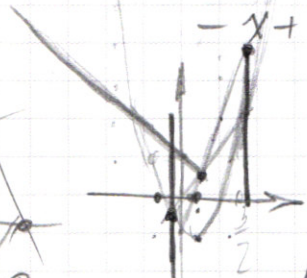
$-\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} - \frac{9}{16} = \frac{1}{2} - \frac{9}{8} =$

$2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{8} =$

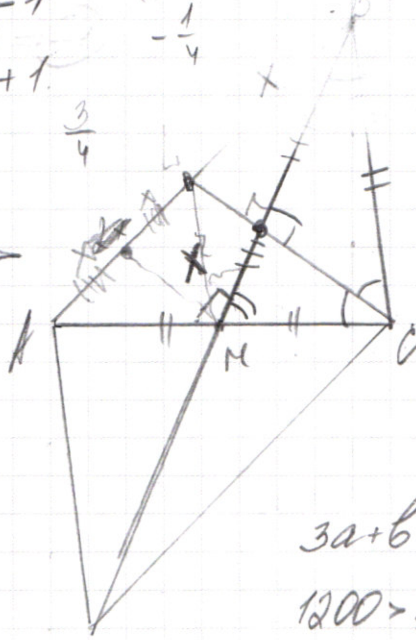
$= -\frac{5}{8}$





$3 \times \frac{3}{2} - 1 =$

$= \frac{7}{2} = 3{,}5$



$a \quad 2a$

$3a + b$

$3a > b$

$a + b > 2a$

$b > a$

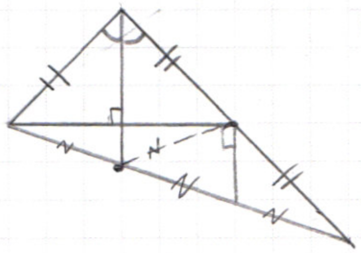
$2a + b > a$

$a + b > 0$

$201 \to 30$

$299 \to 99$ чисел

1



$3a + b > 4a$

$1200 > 4a$

$a < 300$

$3a > b$

$3a + b > 2b$

$1200 > 2b \Rightarrow b < 600$

$1200 < 6a \quad a < 600$

$a > 200$