МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

d - 4-ый член, $aq=b$, $aq^2=c$, $aq^3=d$

$ax^2+2bx+c=0$

$d=\frac{-2b\pm\sqrt{4b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-ac}}{a}=\frac{-aq\pm\sqrt{a^2q^2-a\cdot aq^2}}{a}=$

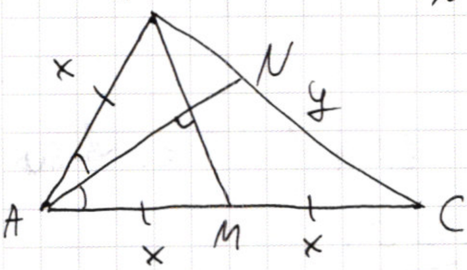
~~если a, b и c положит, то $d<0$, но $b=aq$, $c=aq^2$, $d=aq^3$ $\Rightarrow$ d должно быть >0~~

$=-q$

$d=aq^3$ $\Rightarrow aq^3=-q \Rightarrow a=-\frac{1}{q^2} \Rightarrow c=aq^2=-\frac{1}{q^2}\cdot q^2=-1$

Ответ: $c=-1$

№2



AN - бисс. и выс. в $\Delta ABM \Rightarrow$

$\Rightarrow AB=AM=x \Rightarrow AC=2x$ (BM - мед.)

$BC=y$

по нерав. Δ-ка: $y<3x$, $2x<x+y \Rightarrow x<y$, $x<2x+y$

$x<y<3x \Rightarrow 4x<3x+y<6x \Rightarrow \frac{1200}{6}<x<\frac{1200}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow 200<x<300 \Rightarrow$ 99 вариантов

Если подразумевалось, что может быть только 1 пара $\perp$ медиана и бисс., то значит только 2

Сторона относ. как 1:2, но $y \neq x$, $\overset{y \neq 4x}{и}$ $y \neq \frac{x}{2}$, что нерав. Δ-ка => y может быть $= 2x$ =>

=> $x \neq \frac{1200}{1+2+2} = 240$ => 93 вар.

~~Отве~~ Если же подразумевалось наличие хотя бы одной пары ⊥-ых биссектриссы и медианы, то 99

Ответ: 93 или 99 (см. выше)

P.S. бисс. и мед. из 1-го угла не могут быть ⊥ т.к. тогда $\frac{1}{2}$ угл этого угла $\geq 90°$ =>

=> угол $> 180°$, что невозможно

№3

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} a = x - 1 \\ b = y - 2 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} b - 2a = \sqrt{ab} \\ 2a^2 + b^2 - 3 = 0 \end{cases}$$

$b^2 - 4ab + 4a^2 = ab$ $(ab \geq 0,\ b - 2a \geq 0)$

$b^2 - 5ab + 4a^2 = 0$

$b = \frac{5a \pm \sqrt{25a^2 - 16a^2}}{2} = (\frac{5 \pm 3}{2})a = a;\ 4a$

$b = a$:

$2a^2 + a^2 - 3 = 0$

$a^2 = 1$

$b = a = \pm 1$

($b = a \neq 1$, т.к. $b - 2a \geq 0$)

$b = a = -1$

$b = 4a$

$2a^2 + 16a^2 = 3$

$a^2 = \frac{1}{6}$

$a = \pm\sqrt{\frac{1}{6}}$

$b = \pm 4\sqrt{\frac{1}{6}}$

$(a \neq \sqrt{\frac{1}{6}},\ b \neq 4\sqrt{\frac{1}{6}}$, т.к. $b - 2a \geq 0)$

$b = \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6}}{6} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

$a = \frac{\sqrt{6}}{6}$

=>

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

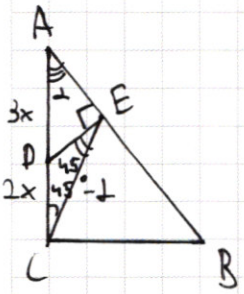
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow x=0,\ y=1$

$x=\frac{2\sqrt{6}}{3}+1,\ y=\frac{\sqrt{6}}{6}+2$ } Ответ

№4



$\frac{AD}{AC}=\frac{3}{5}$

$DE\perp AB$

$\angle CED=45°$

$tg(\angle BAC)-?$

$\angle BAC=\alpha,\ \angle AEC=135° \Rightarrow \angle ACE=45°-\alpha$

$AE=3x\cos\alpha$

теор. sin: $\frac{3x\cos\alpha}{\sin(45°-\alpha)}=\frac{5x}{\sin(135°)}$

$\cos\alpha\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=5(\sin 45°\cdot\cos\alpha-\cos 45°\sin\alpha)$

$3\cos\alpha=5\cos\alpha-5\sin\alpha$

$25\sin^2\alpha=4(1-\sin^2\alpha)$

$\sin^2\alpha=\frac{4}{29} \Rightarrow tg\alpha=\sqrt{\frac{\frac{4}{29}}{1-\frac{4}{29}}}=\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2}{5}$

| $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

| $1+\frac{1}{tg^2\alpha}=\frac{1}{\sin^2\alpha}$

| $tg^2\alpha=\frac{\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}$

$AC=\sqrt{29},\ S_{\triangle CED}-?$

$S_{\triangle CED}=S_{AEC}-S_{AED}=\frac{\sin\alpha}{2}\cdot AE(AC-AD)=$

$=\frac{AD\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{2}\cdot AC(1-\frac{3}{5})=\frac{AC^2\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\sin\alpha\cos\alpha}{2}=$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 3
(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{3AC^2 \sin\angle\cos\angle}{25} = \frac{3\cdot 29\cdot\sqrt{\frac{4}{29}}\cdot\sqrt{1-\frac{4}{29}}}{25} = \frac{3\cdot 29\cdot\frac{2\cdot 5}{29}}{25} =$$

$$= \frac{6}{5}$$

Ответ: а) $tg(\angle BAC) = \frac{2}{5}$ б) $S_{CED} = \frac{6}{5}$

№6

$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x-1|$

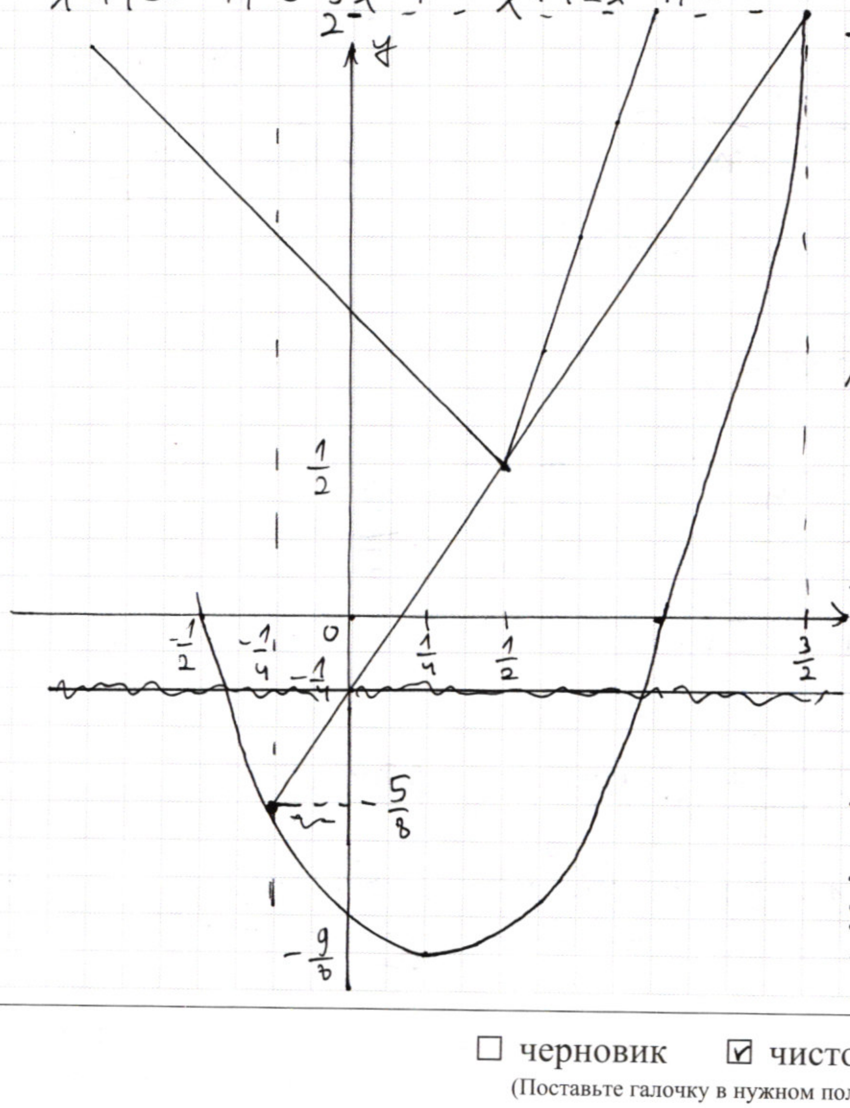
$2x^2 - x - 1$

вершина: $x_в = \frac{1}{4}$, $y_в = 2\cdot\frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{9}{8}$

$x + |2x-1|$:

$x \ge \frac{1}{2}$: $x < \frac{1}{2}$:

$x + |2x-1| = 3x - 1$ $x + |2x-1| = 1 - x$



По картинке видно, что это возможно только в одном случае, когда знач. в $-\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{2}$ минимальны, т.ке леж. на параболе. $a = \frac{3}{2}$, $b = -\frac{1}{4}$, т.к. $a = \frac{2-(-\frac{5}{8})}{\frac{3}{2}-(-\frac{1}{4})} = \frac{3}{2}$,

$b = -(-\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{2}) + -\frac{5}{8} = -\frac{1}{4}$

$\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, т.е прям проходит как раз через излом $x + |2x-1|$ => если знач. в $-\frac{1}{4}$ или $\frac{3}{2}$ будет больше, то

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

и знач. в $\frac{1}{2}$ больше $\Rightarrow$ $ax+b \le x+|2x-1|$ не будет выполняться

Ответ: $a = \frac{3}{2}$, $b = -\frac{1}{4}$

№7

$1\cdot 1\cdot 1\ldots 1 \Rightarrow f(1) = f(1)+f(1)+\ldots+f(1) = f(1) = 0$

$f(x) = a$, $x \in \mathbb{R}$

$f(1) = 0$

$1 = x\cdot\frac{1}{x}$

$\Rightarrow f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \Rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x) \Rightarrow$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{p}\right) < 0$

$f(2) = f(3) = 1 \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow f\left(\frac{16}{6}\right) = f\left(\frac{8}{3}\right) = f(4) = f(6) =$

$= f(9)$

$f(8) = f(12) = f(18)$ и т.д.

$f\left(\frac{p_1}{p_2}\right) < 0$, $p_1 > p_2$, $p_1 \ne 3$, т.к. $f(p_2) > f(p_1) \Rightarrow$

$\Rightarrow f(p_2) + f\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = f(p_1) < f(p_2)$

$f\left(\frac{a_1}{a_2}\right) < 0$ если $f(a_1) < f(a_2)$

$f(a) = 0$, $f(b) = x \Rightarrow f(ab^z) = x$, $z \in \mathbb{Z}$

$f(9) = f(3)+f(3) = 2 = f\left(\frac{16}{3}\right) = f(6) = f(4) = f\left(\frac{8}{3}\right)$

$f(5) = 2$

$f(7) = 3$

$f(11) = 5$

$f(13) = 7$

$f(10) = f(5)+f(2) = 2+1 = 3$

$f(12) = f(6)+f(2) = 3$

$f(14) = f(7)+f(2) = 4$

$f(16) = f(2)\cdot 4 = 4$

$f(15) = f(3)+f(5) = 3$

$f(17) = 8$, $f(18) = f(9)+f(2) = 3$

$f(8) = f(2)\cdot 3 = 3$

$f(20)=f(10)+f(2)=4$

$f(21)=f(3)+f(7)=4$

$f(1)<f(2)=f(3)<f(4)=f(6)=f(9)\underset{=f(5)}{<}f(7)\underset{=f(8)}{=}f(10)=f(15)=$

$=f(12)=f(18)<f(14)=f(16)=f(20)=f(21)<f(11)<f(13)<f(17)<$

$<f(19)$

кол-во пар = сумме кол-ва чисел, f() от которых меньше чем от этого числа для кажд. числа, т.е. это ~~Σf~~ кол-во чисел, f() от которых $<f(19)$ + кол-во чисел, f() от которых < чем ~~от~~ ~~от~~ $f(17)$ и т.д. * (см. в конце реш.)

это равно:

$20+19+16+17+13\cdot 4+7\cdot 6+3\cdot 4+1\cdot 2=$

$=39+35+40+12+42+12+2=75+39+54+14=$

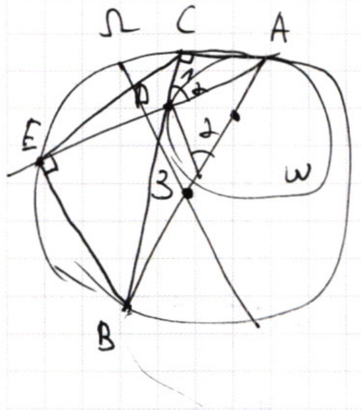
$=182$. ~~это~~

Т.е. это кол-во вариантов выбрать 2 числа, f которых отличаются, ~~большее поставить~~ $\angle b$ ~~знаменатель, т.к. $f(b)=f(a)+1$~~ число с большим f поставить в ~~числитель~~ знаменатель, и тогда $f(b)=f(a)+f(\frac{b}{a})$, а если $f(a)<f(b)$, то $f(\frac{b}{a})<0$

Ответ: 182

* кол-во пар = сумме чисел a_i для каждого числа от 1 до 21

a_i = ~~число~~ кол-во чисел, f() от которых меньше, чем f() от числа, для которого расчитывается a_i



$AD \cdot DE = CD \cdot DB$

2
75
39
54
14
16 2

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

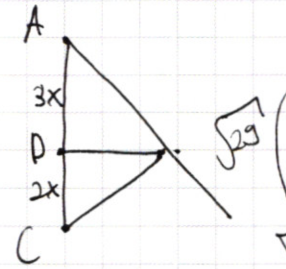
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

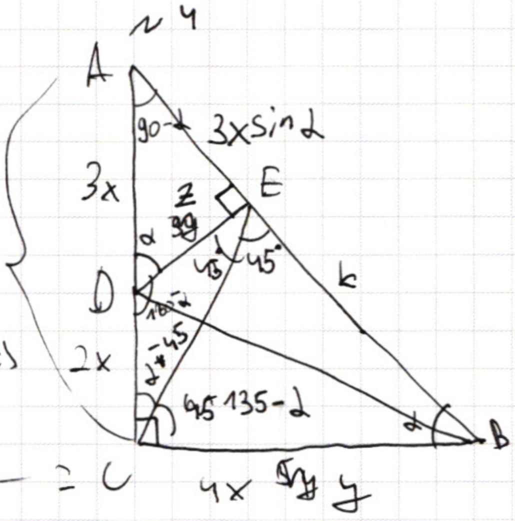
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4





$tg(\angle BAC) - ?$

$2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{64} - 1 =$

$k = \frac{3\sin\alpha}{5}$

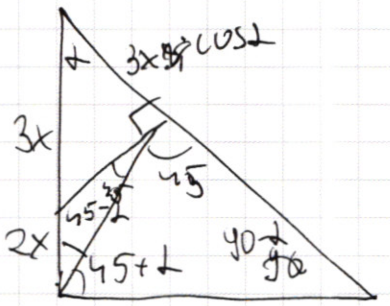
$= \frac{1}{8} + \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{5}{8}$

$1 + \frac{1}{tg^2} = \frac{1}{\sin^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow tg^2 = \frac{1}{\frac{1}{\sin^2\alpha} - 1} = C$

$90 > \alpha > 45$

$= \frac{\sin^2}{1 - \sin^2} = \frac{\frac{4}{29}}{\frac{25}{29}} = \frac{4}{5}$



$\alpha - 45 = 45 - (90 - \alpha)$

$\frac{3x\sin\alpha}{\sin(\alpha - 45)} = \frac{5x}{\sin 135}$

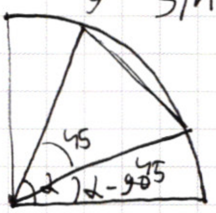
$\frac{3x\cos\alpha}{\sin(45-\alpha)} = \frac{5x}{\sin 45}$

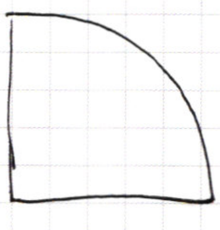
$\sin 45 \cdot \sin\alpha = \sin(\alpha - 45) =$

$\sin\alpha = \sqrt{2} \cdot \sin(\alpha - 45)$

$\frac{3}{\sqrt{2}}\cos\alpha = 5\sin(45-\alpha) =$

$= 5(\sin 45\cos\alpha - \cos 45 \sin\alpha) \Rightarrow$





$\sin 2\alpha = \sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha\sin\alpha$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha + -\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\Rightarrow 3\cos\alpha = 5\cos\alpha - 5\sin\alpha$

$\sin(90 - 30) = \sin 90\cos 30 - \cos 90\sin 30$

$5\sin\alpha = 2\cos\alpha$

$\sin(60 - 30) = \sin 60\cos 30 - \cos 60 \sin 30 =$

$25\sin^2\alpha = 4(1 - \sin^2\alpha)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$29\sin^2\alpha = 4$

$\sin^2\alpha = \frac{4}{29}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$b = aq$

№1

$$aq^3 = \frac{-aq \pm \sqrt{a^2q^2 - a \cdot aq^2}}{a}$$

№3 $y - 2x = \epsilon$

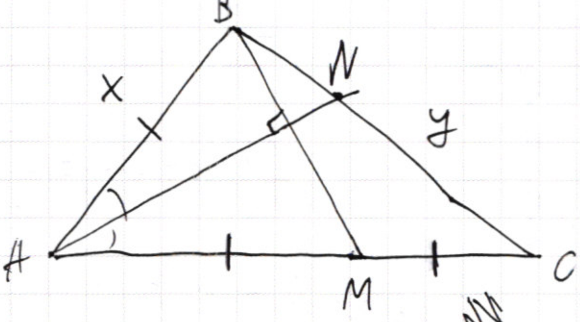
$aq^3 = -q \Rightarrow a = -\frac{1}{q^2}$

$q = -\frac{1}{q^2 a} \Rightarrow aq^3 = a \cdot \left(-\frac{1}{q^2 a}\right)^3 = \frac{-a}{q^6 a^3}$

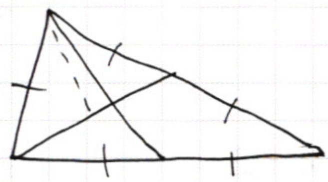
$aq^3 = -\frac{1}{q^2} \cdot q^2 = -1$

№2

$P = 1200 \quad a, b, c \in N$



$\triangle ABM$ – РБ



$2x$

$y < 3x$

$\cancel{2x < 2x+y}$ $x < 2x + y$

$2x < x + y$

$\Rightarrow \begin{cases} y < 3x \\ x < y \end{cases} \Rightarrow x < y < 3x$

$4x < 3x + y = 1200 < 6x$

$x < 400$

$x > 200$

199 вар.

199?

$y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} =$

$= \sqrt{y(x-1) - 2(x-1)} = \sqrt{(y-2)(x-1)}$

$\cancel{2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3}$ $\cancel{y - 2}$

$\cancel{y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2}$

$\cancel{4x^2 + y^2 - 5xy + 2x + y + 2 = 0}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

1 2 3 4 5 6 7
✓ + + a)+ +

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

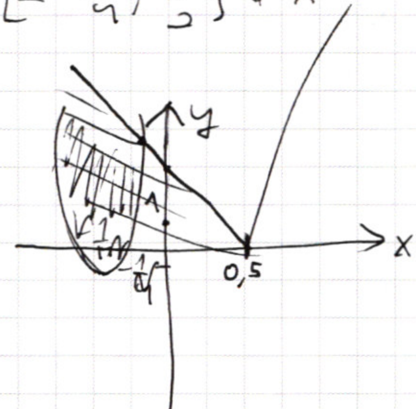
(заполняется секретарём)

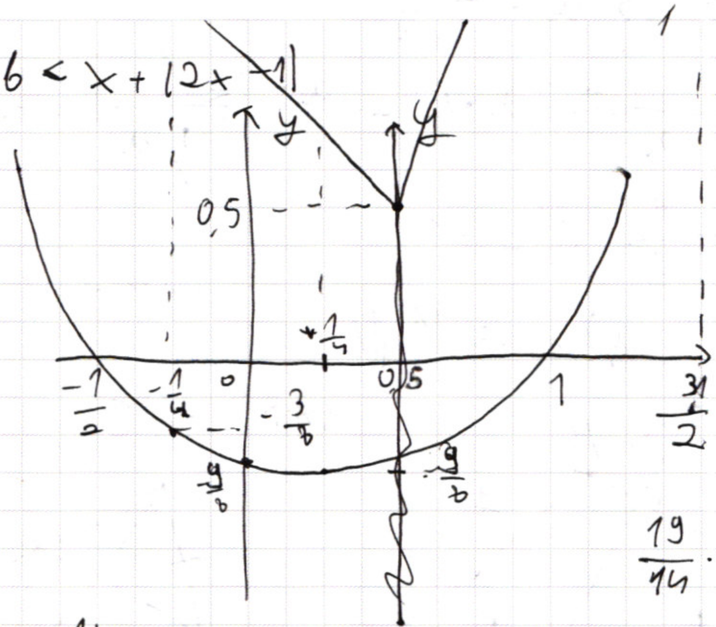
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$2x^2 - x - 1 \le ax + b < x + |2x-1|$

$[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$ x





$\frac{19}{14} \cdot 0{,}5 - \frac{1}{28} = \frac{18}{28} > 0{,}5$

$2x > 1 \Rightarrow x + |2x-1| = 3x - 1$

$x \ge 0{,}5$

$x \le 0{,}5 \Rightarrow x + |2x-1| = x + 1 - 2x = 1 - x$

$2 \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{8}$

$\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} = -\frac{1}{2};\ 1$

$2 \cdot \frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 1 = 2$

$2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{8}$

$2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{9}{8}$ $\quad \frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{9}{8}$

$-\frac{1}{4}a + b = -\frac{3}{8}$

$\frac{3}{2}a + b = 2$

$7b = -\frac{1}{4}$

$b = -\frac{1}{28}$

$a = 4\left(\frac{3}{8} + \frac{1}{28}\right) =$

$= \frac{12}{8} - \frac{1}{7} =$

$= 1{,}5\ \frac{21}{14} - \frac{2}{14} =$

$= \frac{19}{14}$

$7b \ge 2 - \frac{18}{8}$

$b \ge -\frac{1}{28}$

!!! $\begin{cases} a \cdot \frac{3}{2} + b \ge 2 \\ \frac{a}{2} + b \le \frac{1}{2} \\ -\frac{a}{4} + b \ge -\frac{3}{8} \end{cases}$

$\frac{3a}{2} + b + \frac{1}{2} \ge 2 + \frac{a}{2} + b$

$a > \frac{3}{2}$

$\frac{3}{4} + b \le \frac{1}{2}$

$b \le -\frac{1}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(x \cdot \frac{1}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y}) =$

$\frac{ab-1}{2}$ $\frac{a-1}{2} + \frac{b-1}{2}$ ~~$a+b-2$~~

$ab-1$

$f(1) = f(1 \cdot 1) + f(1) + \dots f(1) \Rightarrow$ ~~$f(1) = 10$~~ $f(1)=0$

$f(2) = \cancel{f(1)} + f(\frac{1}{2}) + f(4) = 1 = \underbrace{f(10) + f(\frac{1}{10})}$ $+ f(\frac{1}{2})$

$\boxed{f(1)=0}$

$\boxed{f(x) = -f(\frac{1}{x})}$

$f($

$f(2) + f(\frac{1}{2}) = f(1) = 0$

$\;\;\;\;\; \parallel \;\;\;\;\;\;\; \parallel$

$\;\;\;\;\; 1 \;\;\;\;\; -1$

$f(10) + f(\frac{1}{5}) = 1$

$f(10) + f(\frac{1}{10}) = 0$

$f(\frac{1}{5}) - f(\frac{1}{10}) = 1$

$\boxed{f(\frac{1}{p_1}) = -[\frac{p-1}{2}]}$

$f(\frac{7}{5}) + f(5) = f(7) = 3$

$f(2) + \boxed{f(\frac{3}{2})} = f(3)$

$\;\;\; \parallel \;\;\;\;\; \parallel \;\;\;\;\; \parallel$

$\;\;\; 1 \;\;\;\;\; 0 \;\;\;\;\; 1$

$f(\frac{4}{3})$

$f(\frac{p_1}{p_2})$ $p_1 > p_2,$ ~~p_2~~ $p_1 \neq 3$

$f(4) + f(\frac{3}{2}) = f(6)$ $=0$

$f((\frac{3}{2})^{n}) = 0 = f((\frac{2}{3})^{n})$

$f(\frac{2}{3}) = f(4) = f(6) = f(9)$

$f(8) = f(12) = f(18)$

$f(10) = f(15)$

$f(14) = f(21)$

$f(1)=0$

$f(2) = f(3) = 1$

$f(5) = 2$

$f(7) = 3$

$f(11) = 5$

$f(13) = 6$

$f(17) = 8$

$f(19) = 9$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} = \sqrt{(y-2)(x-1)}$ $\quad \sqrt{y-2} = \sqrt{x-1}$

ab

$\cancel{2x(x-1)} - 2(x-1)$

$2(x^2-2x+1) = 2(x-1)^2 + (y-2)^2 - 3 = 0$

$y^2 - 4y + 4$

-3

a^2+b^2

$$\begin{cases} a-2b = \sqrt{ab} \\ 2b^2 + a^2 - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow a^2 - 4ab + 4b^2 = ab$$

$\Rightarrow a = \sqrt{3-2b^2}$ $\quad a^2 + 2b^2 = 3ab - 2b^2 = b(3a-2b)$

$a = \sqrt{3-2b^2}$

$\sqrt{3-2b^2} - 2b = \sqrt{b\sqrt{3-2b^2}}$

$a^2 - 5ab + 4b^2 = 0$

$a = \frac{5b \pm \sqrt{25b^2 - 16b^2}}{2} = \frac{5b \pm 3b}{2} = b;\ 4b$ $\quad ab \geq 0$ $\quad a - 2b \geq 0$

$2b^2 + b^2 - 3 = 0$

$3b^2 = 3$

$a = b = \pm 1$

$2b^2 + 16b^2 = 3$

$6b^2 = 1$

$b = \pm\sqrt{\frac{1}{6}}$

$a = \pm 4\sqrt{\frac{1}{6}}$

$1, 1$ $-$

$-1, -1$ $+$

$4\sqrt{\frac{1}{6}};\ \sqrt{\frac{1}{6}}$ $+$

$-4\sqrt{\frac{1}{6}};\ -\sqrt{\frac{1}{6}}$ $-$

$\cancel{x=2}$

$3;\ 0;\ 1$

$4\sqrt{\frac{1}{6}} + 2;\ \sqrt{\frac{1}{6}} + 1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)