МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

1) Т.к. это геом. прогрессия $a \neq 0$

И последовательность a, b, c, d, где d – четвёртый элемент прогрессии можно записать: a, aq, aq^2, aq^3, где $q \neq 0$

Итого:

$b = aq$

~~$c = aq$~~ $c = aq^2$

$d = aq^3$

2) $ax^2 - 2bx + c = 0$

$ax^2 - 2aqx + aq^2 = 0$

$a(x^2 - 2qx + q^2) = 0$

$a(x-q)^2 = 0$

т.к. $a \neq 0$ $x = q$

Т.е. единственный корень данного уравнения q

$d = q$, но при этом $d = aq^3$

$q = a \cdot q^3$

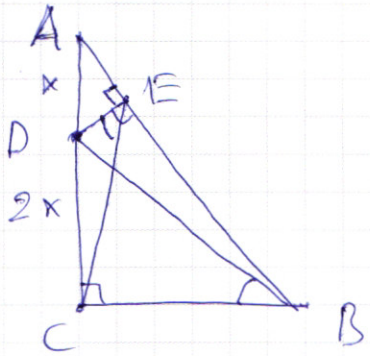
т.к. $q \neq 0$

$1 = aq^2$

А $aq^2 = c$ (третий член прогрессии)

Ответ: 1

№ 4



Дано:

а) $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$ $tg\angle BAC - ?$

$\angle CED = 30^\circ$

б) $AC = \sqrt{7}$

$S_{\triangle CED} - ?$

а) 1) пусть $AD = x$

$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$

$AC = 3AD = 3x$

$DC = AC - AD = 2x$

2) $BEDC$ – впис (т.к. $\angle DEB + \angle DCB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$)

$\cancel{\angle DEC = \angle DBC}$

$\angle CED = \angle DBC = 30^\circ$

3) $\triangle DBC$ – п/у:

$ctg\angle DBC = \frac{BC}{DC}$

$BC = ctg\angle DBC \cdot DC$

$BC = ctg\,30^\circ \cdot 2x = 2\sqrt{3}\,x$

4) $tg\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2\sqrt{3}\,x}{3x} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

б) 1) $\triangle ADE$ – п/у:

$tg\angle EAD = tg\angle BAC = \frac{DE}{AE}$

$AE = \frac{DE}{tg\angle BAC} = \frac{DE\cdot 3}{2\sqrt{3}} = \frac{DE\sqrt{3}}{2}$

$DE^2 + AE^2 = AD^2$

$DE^2 + \frac{3}{4}DE^2 = x^2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{7}{4} DE^2 = x^2$$

$$DE^2 = \frac{4x^2}{7}$$

$$DE = \frac{2x}{\sqrt{7}}$$

$$AE = \frac{\cancel{2}x \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{7} \cdot \cancel{2}} = \frac{x\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

2) $AC = 3x$

$$3x = \sqrt{7}$$

$$x = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$AE = \cancel{\sqrt{7}} \quad \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

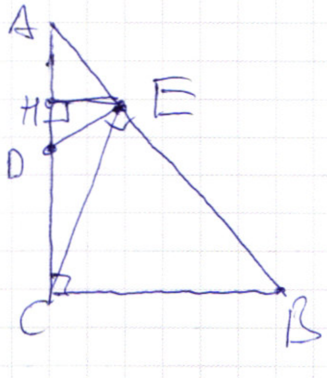
3) $\triangle ABC$ – п/у

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = 9x^2 + 12x^2 = 21x^2$$

$$AB = x\sqrt{21}$$

4)



$EH \perp AC$

$\triangle AHE \sim \triangle ABC$ (т.к. п/у и $\angle AEH = \angle ABC$ как соотв при $HE \parallel BC$ и сек AB)

$$\Downarrow$$

$$\frac{EH}{BC} = \frac{AE}{AB}$$

$$EH = \frac{AE \cdot BC}{AB}$$

$$EH = \frac{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}\cancel{x}}{3 \cdot \cancel{x}\sqrt{21}} = \frac{6}{3\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{21}}$$

5) $\triangle CED$:

у него EH – высота к CD

$$S_{\triangle CED} = \frac{1}{2}\cdot EH\cdot CD$$

$$CD = 2x = \frac{2\sqrt{7}}{3}$$

$$S_{\triangle CED} = \frac{2\cdot 2\sqrt{7}}{\sqrt{21}\cdot 3\cdot 2} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}\cdot 3} = \frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

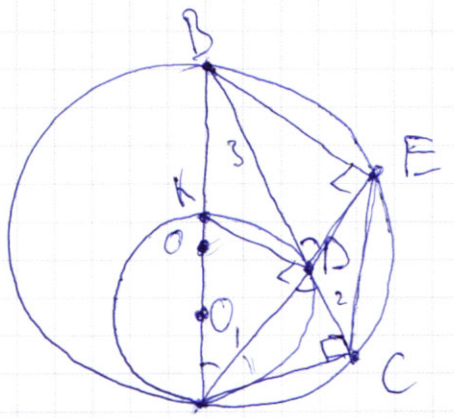
Отв: а) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

б) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

№5

Пусть центр окр Ω – O и радиус R

а центр окр ω – O_1 и радиус r



$CD = 2$

$BD = 3$

r, R, S_{BACE} – ?

1) AB проходит через O_1 т.к. обе окр. имеют общую кас в точке A ~~прям~~, назовем ее K. $AB \perp c$, $O_1A \perp c$ } это невозможно, если $AB \neq O_1A$

$AB \cap O_1A = A$

2) пусть $AD = a$, $DE = b$

$\angle BEA = 90^\circ$, $\angle BAC = 90^\circ$ (т.к. AB – диам)

$\triangle BED \sim \triangle CDA$ (т.к. $\angle BDE = \angle ADC$ и н/у)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{BD}{AD} = \frac{ED}{DC} = \frac{BE}{AC}$$

$$\frac{3}{a} = \frac{b}{2} = \frac{BE}{AC}$$

$ab = 6$

$a = \frac{6}{b}$

3) $\triangle BED$ – п/у: ~~Смута~~

$BE^2 = BD^2 - DE^2$

$BE = \sqrt{9 - b^2}$

$\triangle ADC$ – п/у:

$\cancel{AD^2}$ $AC^2 = AD^2 - DC^2$

$$AC = \sqrt{a^2 - 4} = \sqrt{\frac{36}{b^2} - 4} = \frac{\sqrt{36 - 4b^2}}{b}$$

4) $\cancel{\frac{b}{2} = \frac{BE}{AC} = \frac{\sqrt{9-b^2}}{36-}}$

4) $\angle ADK = 90^\circ$ (т.к. AK – диам)

$\triangle AKD \sim \triangle ABE$ (т.к. п/у и $\angle KAD$ – общ)

$\cancel{\frac{AE}{ED}}$ $\cancel{\frac{ED}{AE} = \frac{BK}{AK}}$ $\cancel{\frac{ED}{AE} = \frac{BK}{AB}}$ $\frac{AK}{AB} = \frac{AD}{EA}$

$\cancel{\frac{b}{a+b} = \frac{BK}{AB}}$ $\frac{AK}{AB} = \frac{a}{a+b}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №5

(Нумеровать только чистовики)

5) Вкр ω, к сек AB и $\overset{кас}{BD}$; DC - кас к ω

$BK \cdot AB = BD^2 = 9$

$BK = \frac{9}{AB}$

$\angle \overset{u}{A}DC = \angle BAD$

$\triangle ADC \sim \triangle AKD$ (п/у и $\angle ADC = \angle BAD$)

$\frac{AD}{AK} = \frac{DC}{AD} \Leftrightarrow AD^2 = 2AK$

$AK = \frac{a^2}{2}$

6) $\frac{ab}{a+b} = \frac{9}{AB^2}$

$AB^2 = AC^2 + BC^2$ ($\triangle ABC$ - п/у)

$AB^2 = 4\left(\frac{2\sqrt{9-b^2}}{b^2}\right)^2 + 25 = \frac{36-4b^2}{b^2} + 25 =$

$= \frac{36-4b^2+25b^2}{b}$

$\frac{ab}{a+b} = \frac{9b}{36-4b^2+25b^2}$

$a = \frac{6}{b}$

$\frac{1}{\frac{6}{b}+b} = \frac{9}{36-4b^2+25b^2}$

$36-4b^2+25b^2 = \frac{54}{b} + 9b$

$36b - 4b^3 + 25b^3 = 54 + 9b^2$

$4b^3 - 16b^2 - 36b + 54 = 0$

$2b^3 - 8b^2 - 18b + 27 = 0$

$21b^3 - 9b^2 + 36b - 54 = 0$

$7b^3 - 3b^2 + 12b - 18 = 0$

6) $\frac{a^2}{2 \cdot AB} = \frac{a}{a+b}$

$a^2 + ab = 2AB$

$\frac{6}{b}\left(\frac{6}{b}+b\right) = 2AB$

$\frac{6}{b} \cdot \frac{6+b^2}{b} = 2AB$

7) $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = \frac{36-4b^2}{b^2} + 25 =$

$= \frac{36-4b^2+25b^2}{b} =$

$= \frac{36+21b^2}{b}$

8) $\frac{18+3b^2}{b^2} = \sqrt{\frac{36+21b^2}{b}}$

$\frac{18^2+9b^4+108b^2}{b^4} = \frac{36+21b^2}{b}$

$18^2 + 9b^4 + 108b^2 = 36b^3 + 21b^5$

$\frac{6}{b\left(\frac{6}{b}+b\right)} = \frac{9b}{36-4b^2+25b^2}$

$\frac{6}{6+b^2} = \frac{9b}{36+21b^2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

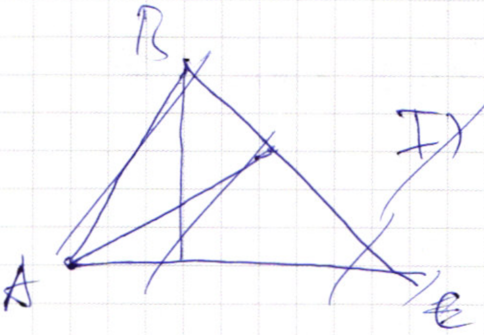
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

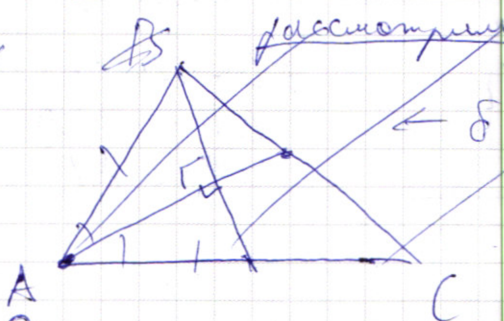
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



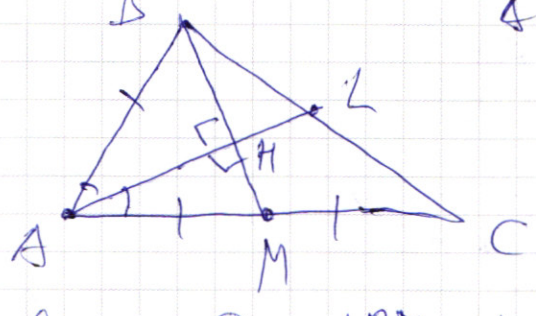
~~рассмотрим варианты:~~



Рассмотрим варианты:

1) ~~нашлась бис~~

для бисс из вершины треугольника нашлась медиана из другой верш. ⊥ перпендикулярная ей. (здесь не ~~в~~ важно, какая именно из 2 оставшихся вершин треугольника „другая") ~~т.к.~~



$\triangle ABC$:

AL – бис-са

BM – мед

$BM \perp AL$

~~в т~~ в $\triangle ABM$: AH – высота и бис-са

$\Downarrow$

$\triangle ABM$ – р/б $\Rightarrow AM = AB$

т.е. для треугольника со сторонами

a, $2a$ и c, где $a, c \in \mathbb{N}$

и только вышеупом. случай (1)

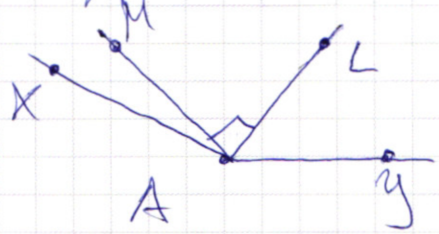
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

2) для бис-сы из вершины Δ ~~каждая меди~~ медиана из этой же вершины ей перпендикулярна.

Пусть такое возможно:

рассмотрим эту вершину Δ:



$\angle XAY$ - угол Δ

AL - бис-са

AM - мед

$AM \perp AL$

Медиана и бис-са всегда должны лежать внутри угла Δ.

AL - бис-са: $\angle YAL = \angle XAL$

$\angle XAL = \angle XAM + \angle MAL = \angle XAM + 90^\circ > 90^\circ$

~~$\angle YAL$ $\angle XAY = 2\angle YA$~~

$\angle XAY = 2\angle XAL > 180^\circ$, чего не может быть.

Итого:

стороны треугольника должны быть числами $a, 2a, c$, где $a, c \in \mathbb{N}$

при этом

$$\begin{cases} a < 2a + c \\ 2a < a + c \\ c < 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < c \ (1) \\ c < 3a \ (2) \end{cases}$$

и $3a + c = 900$

$c = 900 - 3a$

(1) $a < 900 - 3a$

$4a < 900$

$a < 225$

(2) $900 - 3a < 3a$

$900 < 6a$

$a > 150$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 8

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Итого: $150 < a < 225$ и $a \in \mathbb{N}$

Возможных a $(225-150-1)$ штук, т.е. 74

При этом каждое a однозначно дает

Отв: 74 треугольника

№3

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{y(x-6)-(x-6)} \\ (x^2-12x+36)-36+2(y^2-2y+1)-2+20=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2+2(y-1)^2=18 \end{cases}$$

Замена: $a=x-6$, $b=y-1$

$a-6b=x-6-6y+6=x-6y$

$$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \quad (1) \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$$

(1) 1. a и $b \geq 0$

$a-\sqrt{a}\sqrt{b}-6b=0$

решаем как кв. ур. отн-но $\sqrt{a}$

$D=b+24b=25b$

$\sqrt{a}_{1,2}=\frac{\sqrt{b}\pm5\sqrt{b}}{2}$

$$\left[\begin{array}{l}\sqrt{a} = 3\sqrt{b} \\ \underbrace{\sqrt{a}}_{>0} = \underbrace{-2\sqrt{b}}_{<0} \text{ — не } \cancel{\text{подходит}} \text{ верно}\end{array}\right.$$

$\sqrt{a} = 3\sqrt{b}$

$a = 9b$

~~2. a и b < 0~~

$\cancel{a - \sqrt{(-a)(-b)} - 6b = 0}$

$\cancel{(\sqrt{-a})^2 - \sqrt{-a}\cdot\sqrt{-b} - 6(\sqrt{-b})^2 = 0}$

$\cancel{\sqrt{-a}_{1,2} \quad D =}$

Подставляем в систему!

$$\begin{cases} a = 9b \\ 81b^2 + 2b^2 = 18 \ (*) \end{cases}$$

$(*)\quad 83b^2 = 18$

$$\begin{cases} b = \sqrt{\frac{18}{83}} \\ a = 9\sqrt{\frac{18}{83}} \end{cases}$$

Обр. замена!

$$\begin{cases} x - 6 = 9\sqrt{\frac{18}{83}} \\ y - 1 = \sqrt{\frac{18}{83}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9\sqrt{\frac{18}{83}} + 6 \\ y = \sqrt{\frac{18}{83}} + 1 \end{cases}$$

2. a и b < 0

$-(\sqrt{-a})^2 - \sqrt{-a}\cdot\sqrt{-b} + 6(\sqrt{-b})^2 = 0$

$D = -b + 24(-b) =$

$= -25b$

$\sqrt{-a}_{1,2} = \frac{\sqrt{-b} \pm 5\sqrt{-b}}{-2}$

$$\left[\begin{array}{l}\sqrt{-a} = -3\sqrt{-b} \\ \sqrt{-a} = 2\sqrt{-b}\end{array}\right.$$

$\sqrt{-a} = 2\sqrt{-b}$

$-a = 4\cdot(-b)$

$a = 4b$

Подст. в сист.

$$\begin{cases} a = 4b \\ 16b^2 + 2b^2 = 18 \ (*) \end{cases}$$

$(*)\quad 18b^2 = 18$

$b^2 = 1$

$b = -1$

$$\begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 6 = -4 \\ y - 1 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Отв: $\left(9\sqrt{\frac{18}{83}} + 6; \sqrt{\frac{18}{83}} + 1\right)$, $(2; 0)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

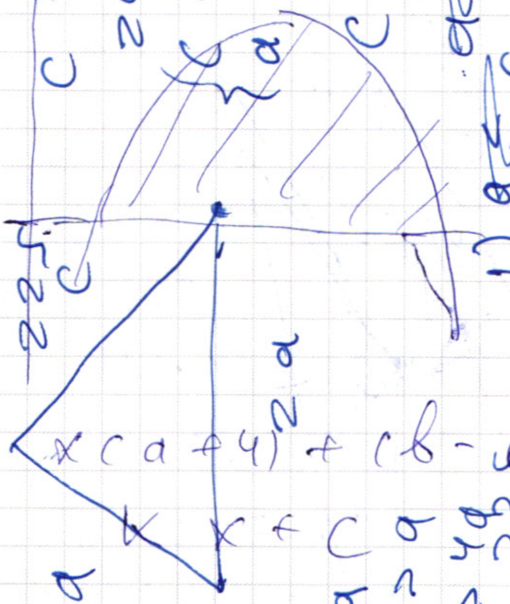
$8x - 12x + 6 \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7$

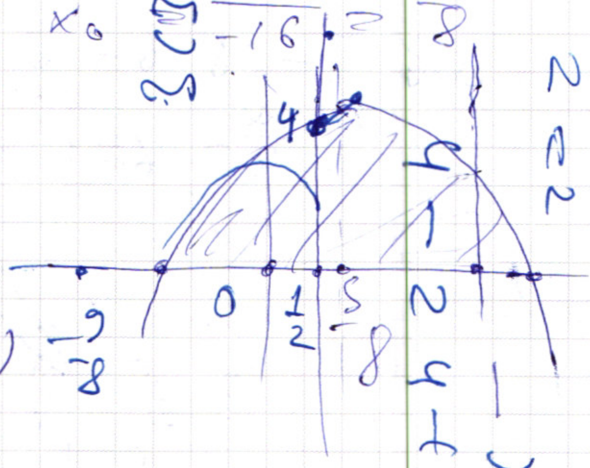
$-4x + 6 \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7$

$8x^2 + 10x + 1$

$-\frac{8}{4} + 5 + 1$

$x_0 = \frac{-10}{-16} = \frac{5}{8}$





$x(a+4)^2 + (b-6)$

$2x - 1$

$-8 + 10$

$8x + 12x - 6 \le$

$x_0 = \frac{18}{-16}$

$24x - 6 \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7$

$0 \le ax - 24x + b + 6 \le -8x^2 - 18x + 13$

$-\frac{9}{8}$

$-\frac{25}{8} + \frac{30}{8} + 7$

$-\frac{8}{4} - 9 + 13$

$\frac{51}{8}$

$-\frac{5}{8} + 7$

$\frac{56-5}{8}$

1) $x \geq 0,5$: $8x - 12x + 6 \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$

$-4x + 6$

$0 \leq ax + 4x + b - 6 \leq -8x^2 + 10x + 1$

$x_0 = \frac{-10}{-16} = \frac{5}{8}$

$y_0 = -\frac{25}{8} + \frac{10 \cdot 5}{8} + 1 = \frac{25}{8} + 1 = \frac{33}{8}$

$8(\frac{1}{2})^2 = -\frac{8}{4} + \frac{6}{2} + 7 = -2 + 3 + 7 = 8$

2) $x < 0,5$

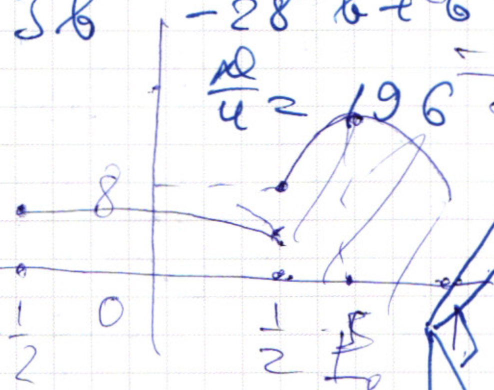
$8x + 12x - 6 \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$

$0 \leq ax - 20x + b + 6 \leq -8x^2 - 14x + 13$

$x_0 = \frac{14}{-16} = -\frac{7}{8}$

$y_0 = -\frac{49}{8} + \frac{14 \cdot 7}{8} + 13$

$8(\frac{1}{2})^2 - \frac{8}{4} - \frac{14}{2} + 13 = -2 - 7 + 13 = 4$



$3b^2 - 28b + 6 = 0$

$\frac{D}{4} = 196 - 18$

$36 \cdot 6 - 14 \cdot 36 + 36 - 24$

$36(6 - 14 + 1)$

$9 \cdot 9 - 41 \cdot 9$

$144(12 - 14) + 72 - 24$

$27 - 14 \cdot 9 + 18$

$64 - 14 \cdot 8 + 48 - 24$

$\frac{2}{6 + b^2} = \frac{3b}{36 + 21b^2}$

$72 + 42b^2 = 18b + 3b^3$

$3b^3 - 42b^2 + 18b - 72$

$\cancel{3 \cdot 27 - 41 \cdot 9 + 18 \cdot 3 - 72}$

$b^3 - 14b^2 + 6b - 24 = 0$

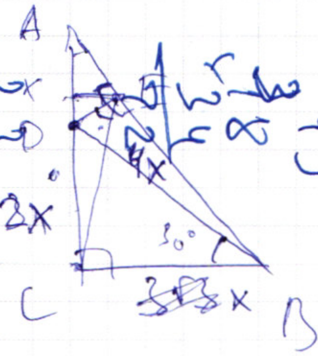
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$tg\angle BAC$

$\angle CED = 30°$

$CB = \cos 30° \cdot 6x$

$2 - 8 - 18 + 27$

$a^2 + 36b^2 - 12ab = ab$

$8x - 12x + 6 \le ax + b \le 8x^2 + 6x + 7$

$DE = \frac{12 \cdot 4}{7}$

$DE = \frac{12 \cdot 3}{7}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

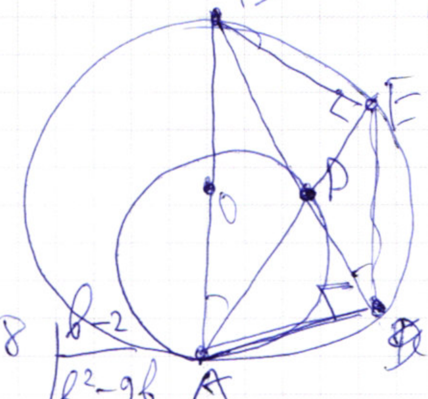
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\sqrt{9-b^2} \cdot \cancel{\frac{a+b}{}}$ $\frac{9}{a+b}3$ OD $BK \cdot \cancel{BA} = \frac{BD^2}{BA}$

$\cancel{BK}$

$\frac{BK}{BA} = \frac{BE}{\cancel{BD}}$ KD



$\frac{BD}{ED} = \frac{AD}{DC}$

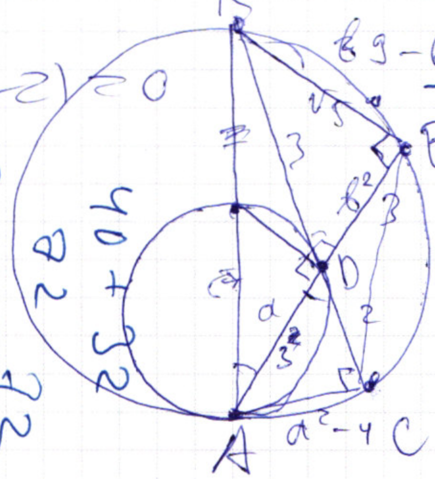
$\frac{3}{ED} = \frac{AD}{2}$

$b^3 - 2b^2 - 9b + 18 \,|\, b-2$

$\underline{b^3 - 2b^2} \quad | \, b^2 - 9b$

$\frac{BK}{BA} = \frac{b1}{a+b}$

$b(b-9)(b-2) = 0$



$(\sqrt{a})^2 - \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - (\sqrt{b})^2 = 0$

$b = 2$

$BK \cdot BA = 9$

$\cancel{9} = 4$

$9 - 4$

$9 + 36 \quad 39$

$BK = \frac{9}{BA}$ $\frac{3}{a} = \frac{b}{2} = \frac{9-b^2}{a^2-4}$

$\cancel{3a^2 - 12 = 9a - ab^2}$

$\frac{9}{BA^2} = \frac{(b)}{a+b}$

$\frac{9}{b} \cdot \frac{12}{3} = \frac{9b^2 - 4}{27 b^2}$

$3a^2 = 2b$

$18 \cdot b^2 = 3a^2 - 12$

$18 \cdot b^2 = \frac{4 \cdot b^2 \cdot 3}{9} \, 3$

$\frac{4}{3} b^2 + 2b^2 = 30$

$\frac{10}{3} b^2 = 30$

$BA^2 = 25 + \frac{2\sqrt{9-b^2}}{b}$ $b = ab$

$a = \frac{6}{b}$ $b^2 = \frac{30 \cdot 3}{10}$

$27 - 2 \cdot 9 + 9$ $b = 3$

$\frac{b}{2} = \frac{9 - b^2}{\frac{36}{b^2} - 4}$

$\frac{2\sqrt{9-b^2}}{b}$ $\frac{36}{b} - 4b = 18 - 2b^2$ $b^3 - 2b^2 + 9 = 0$

$18 - 2b^2 = 9b - b^3$

$36 - 4b^2 = 18b - 2b^3$ $b^3 - 2b^2 - 9b + 18 = 0$

$8 - a$ $\cancel{2b^3 - 4b^3}$

$1 - 2 - 9$

$4b^2 - 2b^3 = 18$ $8 - 8$ $b = 2$

$\frac{\cancel{AD}}{\cancel{AB}} = \frac{DC^2}{AE}$ $2b^2 - b^3 = 9$

$2R$

$4 \cdot (9 - b^2)$ $b^2(2 - b) = 9$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a \quad aq \quad aq^2 \quad q$

$a \neq 0$ т.к. геом. пр

$q \neq 0$

$a(x^2) - (2aq)(x) + aq^2 = 0$

$a < c < 3a$

$\cancel{\frac{D}{4} = q^2 x^2 \quad a^2 q^2 -}$

$a(x^2 - 2qx + q^2) = 0$

$a(x - q)^2 = 0$

$x = q$

$q = a \cdot q^3$

$a \cdot q^2 = 1$

aq

$a < 2a + c$ ✓

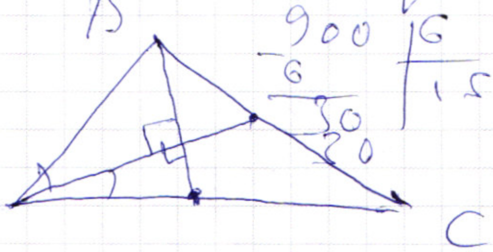
$2a < a + c$

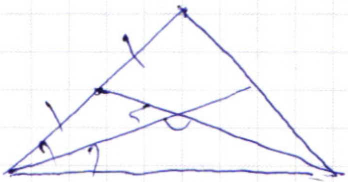
$c < 3a$

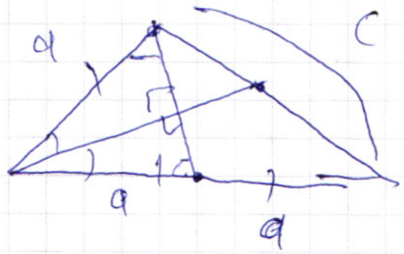
$900 : 6 = 150$

$2a < a + c$

$a < c$





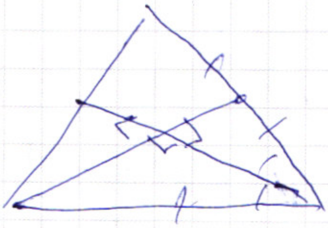


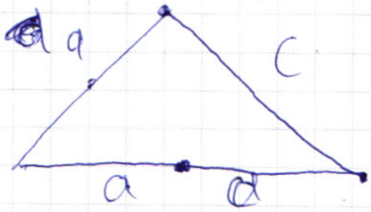
$3a + c = 900$

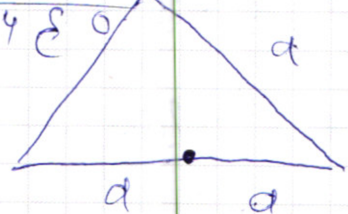
$6a = 900$

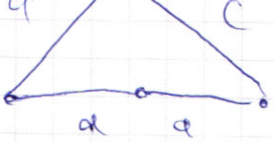
$a > 150$

$150 \cdot 3 = 450$









450

$c =$

$c = 900 - 3a$

$c = 3(300 - a)$

$x-6y=$ ~~$xy-6a-x+6$~~

$$\frac{27^2+64b^4-2\cdot27\cdot8b^2-69)}{x-8y^2=}\ \frac{b^2}{g-b^2}\ (xb^4-6) = \sqrt{(x-6)(y-1)}$$

$65b^4$

$y\,(x-6)^2-(x^2-12x+36)+2(y^2-2y+1)-18=0$

$(x-y)(y-1)\ 36-2$

$\frac{27}{b}-8b=\sqrt{9-b^2}\ -38\ \ 9a=16b+2\sqrt{9-b^2}$

-18

$\frac{27-8b^2}{b^2}\ (x-6)^2+2(y-1)^2=18$

$(x^2-12x+36)$

$\frac{54}{b}-16b=2\sqrt{9-b^2}$

$+2(y^2-2y+1)-36-2^2+20$

$x-6y+6$

$x-6y>0$

$\frac{54-16b^2}{b}=2\sqrt{9-b^2}$

$DA^2=\frac{25b+2\sqrt{9-b^2}}{b}-38+2\,xy-x-6y+6$

$\frac{9b}{25b+2\sqrt{9-b^2}}=\frac{b}{a+b}$

$x^2+36y-12xy=(x-6)(y-1)$

$x-6+y-1$

$9a+9b=25b+2\sqrt{9-b^2}$

$x+y-7$

$\frac{9\cdot b}{b}$

$(x-6)^2+(y-1)\geq 2(x-6)(y-1)$

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2+2(y-1)^2=18 \end{cases}$$

$x+6y-6$

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2+2(y-1)^2-18=0 \end{cases}$$

$(x-6)+6(y-1)$

$x^2+36y^2-13xy+x+6y-6=0$

$x-6+6$

$36y^2\ (x-6)-6(y-1)$

$x^2+36y^2-x^3-xy=6y+6y-6=0$

$\frac{x^2}{18}$

$\frac{3}{54}\ 36-2y^2-4y+20)$

$-2y^2+4y-20$

$-2y^2+4y+16$

$\frac{AD}{AK}=\frac{AC}{KD}=\frac{DC}{AD}$

$AD^2=2AK\cdot$

$AK=\frac{AD^2}{2}\quad\frac{a^2}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)