МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 12

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c – соответственно первый, второй и третий члены некоторой арифметической прогрессии (при этом a, b, c не заданы, но известно, что $c < 0 < a$). Меньший корень уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$ является четвёртым членом этой прогрессии. Найдите его.

2. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + \sqrt[3]{x^2 - y^2} = 57, \\ y + \sqrt[3]{x^2 - y^2} = -68. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите количество шестизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12468.

4. [5 баллов] Четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм с тупым углом C. Пусть E – точка пересечения прямой AB с перпендикуляром к AC, проходящим через C, а прямая ED пересекает диагональ AC в точке N. Известно, что $CN = 4$, $AN = 8$, $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\angle ADC\right) = \frac{2}{5}$.

   а) Найдите $\operatorname{tg}\angle BAC$.

   б) Найдите площадь треугольника ENA.

5. [5 баллов] Биссектрисы внутреннего и внешнего угла A треугольника ABC пересекают прямую BC в точках M и N соответственно. Окружность, описанная вокруг треугольника AMN, касается стороны AB в точке A. Прямая AC повторно пересекает окружность в точке K. Найдите радиус окружности, угол ACB и площадь четырехугольника $ANKM$, если известно, что $AB = \sqrt{10}$, $BM = \sqrt{2}$.

6. [5 баллов] На доску выписаны попарно различные натуральные числа: часть из них делятся на 5, но не делятся на 7, остальные же наоборот делятся на 7 и при этом не делятся на 5. Оказалось, что выбрать тройку чисел из выписанных на доску так, чтобы среди них оказалось хотя бы одно кратное 5 и хотя бы одно кратное 7, можно 49 способами. Сколько было выписано чисел?

7. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$4 - 3x - |6x - 2| \leqslant ax + b \leqslant \frac{17 + 15x}{5 + 3x}$$

выполнено для всех x на промежутке $[-1;1]$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Раз a, b и c – члены арифметической прогрессии, то пусть:

$a+d=b$; $b+d=c$; $a+2d=c$.

По условию $a>0$, $c<0$; следовательно $d<0$

$ax^2+2bx+c=0$

$D=4b^2-4\cdot a\cdot c=4\left((a+d)^2-a\cdot(a+2d)\right)=4(a^2+2ad+d^2-a^2-2ad)=4(d^2)=(2d)^2$

$x_{min}=\frac{-2b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-2b-|2d|}{2a}=\frac{-(a+d)-|d|}{a}$

Т.к. $d<0$ то $|d|=-d$

$x_{min}=\frac{-a-d+d}{a}=-1$.

Ответ: $x_{min}=-1$.

№2.

$\begin{cases} x+\sqrt[3]{x^2-y^2}=57 \\ y+\sqrt[3]{x^2-y^2}=-68 \end{cases}$ Вычтем одно уравнение из другого:

$x+\sqrt[3]{x^2-y^2}-y-\sqrt[3]{x^2-y^2}=57+68 \Rightarrow x-y=125=5^3$

$\sqrt[3]{x^2-y^2}=\sqrt[3]{(x-y)(x+y)}=\sqrt[3]{5^3\cdot(x+y)}=5\sqrt[3]{x+y}$

Сложим оба уравнения:

$x+y+10\sqrt[3]{x+y}=-11$

Пусть $\sqrt[3]{x+y}=t$. Тогда $t^3+10t+11=0$

Заметим, что $t=-1$ будет являться корнем данного уравнения. Тогда, по теореме Безу:

$\frac{t^3+10t+11}{t+1}=\frac{t^2(t+1)+11(t+1)-t^2-t}{t+1}=t^2-t+11$.

То есть $t^3+10t+11=(t+1)(t^2-t+11)=0$.

Уравнение $t^2-t+11=0$ корней не имеет, следовательно $t=-1=x+y$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x-y=125 \\ x+y=-1 \end{cases}$$

$(x-y)+(x+y)=125-1=124$

$2x=124 \Rightarrow x=62 \Rightarrow y=x-125=-63$

Ответ: $x=62$; $y=-63$

№3

Представим шестизначное число как $\overline{abcdef}$, где $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{Z}$, и $a,b,c,d,e,f \in [0;9]$

Представим три последовательные степени числа 10 как n, $n+1$ и $n+2$. $n \in \mathbb{Z}$. Сразу заметим, что $n \in [0;4]$, иначе сумма остатков от деления будет точно больше или меньше чем 12468.

Заметим, что $n \neq 0$, $n \neq 1$, $n \neq 2$ и $n \neq 4$ – ведь при таких n получилось бы число либо меньше 10000, либо больше 100000.

Получаем, $n=3$, то есть $\overline{def}+\overline{cdef}+\overline{bcdef}=12468$

$10000b+2000c+300d+30e+3f=12468$

Заметим, что $3f$ должно оканчиваться на 8. Это возможно лишь при $f=6$

Заметим что либо $b=1$, либо $b=0$.

1) Если $b=0$:

$2000c+300d+30e=12468-3f=12450$

$200c+30d+3e=1245$. Получаем, что $e=5$ (аналогичными действиями с f).

Аналогично получаем $d=1$, и $c=6$.

$\overline{a06156}$ На месте a может стоять ~~любые числа~~ любая цифра от 1 до 9.

То есть всего $N_1=9$ чисел.

2) Если $b=1$:

$2000c+300d+30e=12468-10000b-3f=2450$.

Аналогичными действиями получаем $c=1$, $d=1$, $e=5$

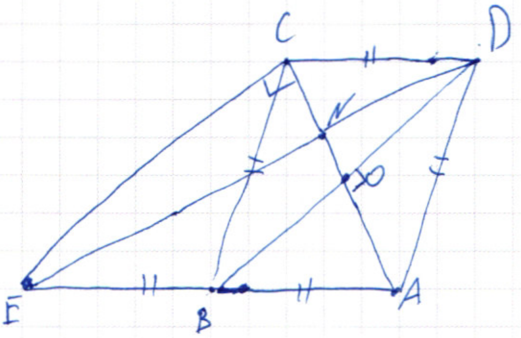
$\overline{a11156}$. На месте a может стоять любая цифра от 1 до 9. $N_2=9$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$N_1 + N_2 = 18$ – количество шестизначных чисел.

Ответ: 18 чисел.

№4.



По условию $CN=4$; $AN=8$.

Т.к. $AB \parallel CD$, то $\triangle ENA \sim \triangle CND$

$\frac{AE}{CD} = \frac{AN}{CN} = 2$.

$AE = 2CD = AB + BE$.

Но $AB = CD$, значит $BE = AB = CD$, то есть CB – медиана, выпущенная из прямоугольного угла $\angle ECA$ (т.к. $CE \perp AC$).

Медиана выпущенная из прямого угла на гипотенузу равна половине гипотенузы. $AB = BE = CB = CD = AD \Rightarrow ABCD$ – ромб.

Проведём диагональ BD. $BD \perp AC$. $BO = OD$; $AO = OC$.

$\angle ADB = \frac{1}{2}\angle ADC$.

$tg\, \frac{1}{2}\angle ADC = tg\, \angle ADB = \frac{AO}{OD} = \frac{2}{5}$ $\qquad AE = 2AB = 2 \cdot \sqrt{AO^2 + OB^2} = 2 \cdot 3\sqrt{29}$

$AO = \frac{1}{2}AC = \frac{4+8}{2} = 6$.

$OD = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$

$tg\, \angle BAC = \frac{BO}{AO} = \frac{OD}{AO} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

$S_{ENA} = \frac{1}{2} EA \cdot AN \cdot \sin \angle EAN = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{29} \cdot 8 \cdot \frac{15}{3\sqrt{29}} = 120$

Ответ: $tg\, \angle BAC = \frac{5}{2}$, $S_{ENA} = 120$.

№ 6.

Допустим на доске m чисел которое делятся на 5 но не делятся на 7, и k чисел которые делятся на 7 но не делятся на 5.

Чтобы в тройке чисел было ~~од~~ хотя бы одно кратное 5 и хотя бы одно кратное 7, мы должны либо взять 2 чисел из m и 1 число из k, либо взять 1 число из m и 2 числа из k.

Общее количество способов это $C_m^2 \cdot C_k^1 + C_m^1 \cdot C_k^2 = 49$

$$\frac{m!}{2!(m-2)!} \cdot \frac{k!}{(k-1)!} + \frac{m!}{(m-1)!} \cdot \frac{k!}{2!\cdot(k-2)!} = 49.$$

$km(m-1) + km(k-1) = 98$

$k \cdot m(k+m-2) = 98 = 2 \cdot 7 \cdot 7$

Заметим, что $k \neq 1$ и $m \neq 1$, иначе не получилось бы ровно 49 способов.

Заметим, что $k = 7$; $m = 2$ является решением уравнения.

В итоге $k + m = 9$ - всего чисел на доске.

Также решением уравнения будет $k = 2$; $m = 7$, но и тут $m + k = 9$.

Ответ: На доске всего 9 чисел.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

$$\begin{cases} ax+b \geq 4-3x-|6x-2| \\ ax+b \leq \dfrac{17+15x}{5+3x} \end{cases}$$

Рассмотрим $4-3x-2|3x-1|$

1) для $x \geq \frac{1}{3}$

$y_1 = 4-3x-6x+2 = 6-9x$

2) для $x < \frac{1}{3}$

$y_2 = 4-3x+6x-2 = 3x+2$

Рассмотрим $\frac{17+15x}{5+3x}$

$y_3 = \frac{17+15x}{5+3x} = \frac{25+15x-8}{5+3x} = 5 - \frac{8}{5+3x}$ – гипербола (со знаком минуса).

$5+3x \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{5}{3}$

Пусть $ax+b = f(x)$. Заметим что $f(x)$ – график прямой (при $a \neq 0$ и $b \neq 0$)

На ~~отрезке~~ промежутке $[-1;1]$ $f(x)$ должна лежать ниже гиперболы, и выше „уголка" $4-3x-|6x-2|$.

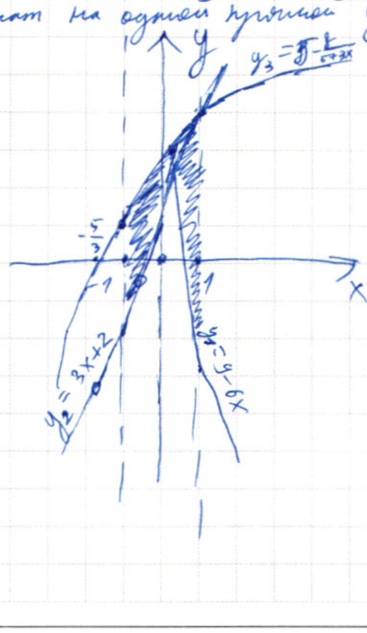
$y_3(-1) = 1$ $\qquad y_2(\frac{1}{3}) = 3$

$y_3(0) = \frac{17}{5}$ $\qquad y_1(-1) = 1$

$y_3(1) = 4$

Заметим, что точки $(-1;1)$, $(\frac{1}{3};3)$ и $(1;4)$ лежат на одной прямой $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$.

Следовательно, начальное неравенство выполняется лишь при $f(x) = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$, или же $a = \frac{3}{2}$; $b = \frac{5}{2}$.



Ответ: $a = \frac{3}{2}$; $b = \frac{5}{2}$.

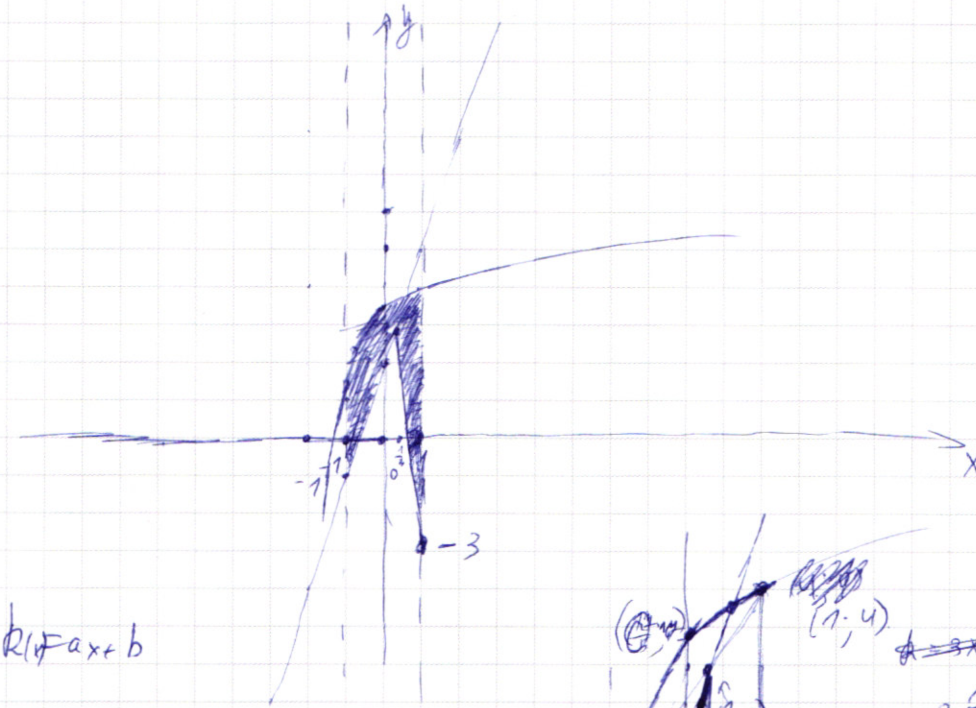
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

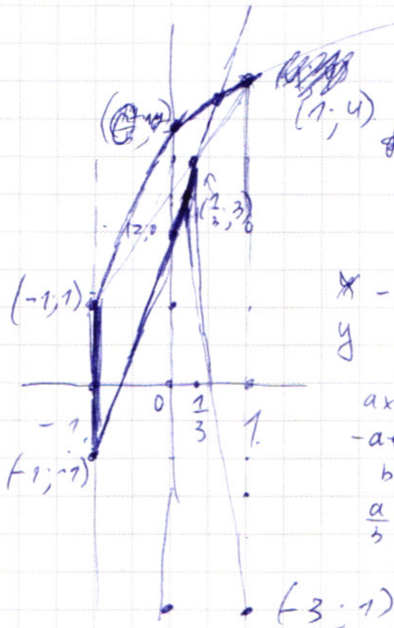
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5} = 3{,}4$

$k(x) = ax + b$



$3 \cdot \frac{1}{3} + 2 = 3$

x	-1	$\frac{1}{3}$	1
y	1	3	4

$(-1;-1)$
$(-1;1)$
$(\frac{17}{5};0)$
$(\frac{1}{3};3)$
$(4;\cancel{0})$

1) $\begin{cases} k(1) \le 4 \end{cases}$
2) $k(\frac{1}{3}) \ge 3$
3) $k(-1) \le 1$
4) $k(-1) \ge -1$
5) $k(\frac{1}{3}) \le \frac{17}{5}$

1)
$\begin{cases} a + b \le 4 \\ \frac{a}{3} + b \ge 3 \\ -a + b \le 1 \\ -a + b \ge -1 \end{cases}$

$b \le \frac{17}{5}$

$\frac{17}{5}$

$ax + b$

$-a + b = 1$

$b = 1 + a$

$\frac{a}{3} + b = 3$

$(-3;-1)$

$\frac{a}{3} + a + 1 = 3$

$4a + 3 = 9$

$4a = 6$

$a = \frac{3}{2}$

$b = \frac{5}{2}$

$\frac{3}{2} \cdot 1 + \frac{5}{2} = 4$

$|b - a| \le 1$

$b \le 1 + a$

$\frac{17}{5} \ge b \ge a - 1$

$\frac{17}{5} \ge b \ge 3 - \frac{a}{3}$

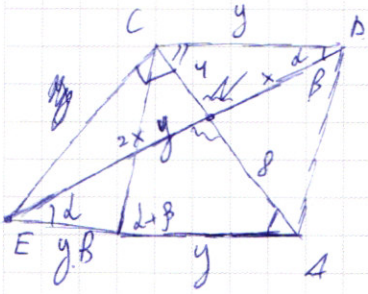
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$tg\,\frac{1}{2}\angle ADC = \frac{2}{5}$

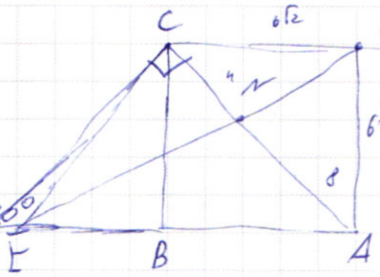
$\angle BCA + \angle CBA = 180°$

$\angle BCA = 180 - \angle CBA$

$\angle ACE = 30°$

~~$\angle ECD = 90° + \angle ACD = 90° + (180 - \alpha + \beta) =$~~

$\angle BCD = 180 - (\alpha + \beta)$



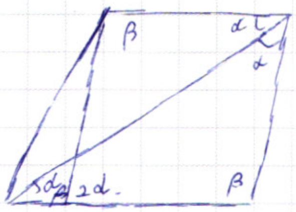
$6 \cdot 2$

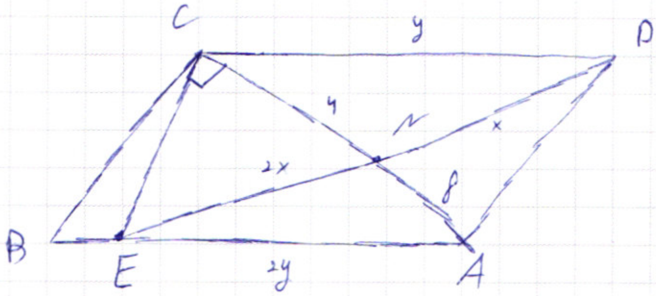
$6 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$

$AC = 12$

$AD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$

$2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$



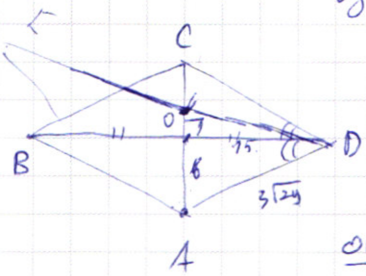


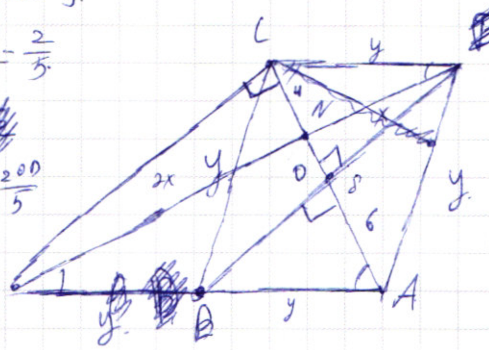
$tg\,\frac{1}{2}\angle ADC = \frac{2}{5}$

$\frac{AO}{OD} = \frac{2}{5}$

$6 = \frac{2OD}{5}$

$OD = 15$





$S_{EAN} = \frac{1}{2} \cdot EA \cdot AN \cdot \sin\angle BAC$

$\sin\angle BAC = \frac{15}{3\sqrt{29}}$

$S_{EAN} = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{29} \cdot 8 \cdot \frac{15}{3\sqrt{29}} =$

$8 \cdot 15 = 120$

$AD = \sqrt{6^2 + 15^2} = \sqrt{36 + 225} = \sqrt{261} = 3\sqrt{29}$

$tg\angle BAC = tg\angle BAO = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

$tg\angle BAC = \frac{5}{2}$

$\frac{AE}{CD} = \frac{AN}{CN} = \frac{2}{1}$

$AE = 2CD = 2y$

$AB = CD = y \qquad BE = y$

ABCD – ромб.

$AC \perp BD$

$AO = CO = 6$

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \ldots \quad a_n$

m чисел которые делятся на 5 но не на 7.

k чисел которые делятся на 7 но не на 5.

$a_1; a_2; a_3; \ldots a_m \qquad b_1; b_2; b_3; \ldots b_k$

Либо 1 число из m и 2 из k, либо 1 из k и 2 из m.

1) $C_m^1 \cdot C_k^2 = C_1$ 2) $C_m^2 \cdot C_k^1 = C_2$

$C_1 + C_2 = 49$. $\qquad 49 \cdot 2 = 98$

$C_1 = \frac{m!}{(m-1)!} \cdot \frac{k!}{2! \cdot (k-2)!} = m \cdot \frac{1}{2} \cdot k \cdot (k-1)$

$C_2 = \frac{m!}{2!(m-2)!} \cdot \frac{k!}{(k-1)!} = \frac{1}{2} m(m-1)k$

$\frac{1}{2} mk(k-1+m-1) = 49$ $\qquad C_7^1 \cdot C_2^2 + C_2^1 \cdot C_7^2 = 7 \cdot \frac{2!}{2!} + \frac{2!}{1!} \cdot \frac{7!}{2!\,5!}$

$mk(k+m-2) = 98 = 7 \cdot 7 \cdot 2$.

$7 \cdot 2(7+2-2) = 49 \cdot 2 = 98$ $\qquad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7$

$k+m = 9 = n$.

$b_1 \quad b_2$

$k = 7$, $m = 2$ или $m = 7$, $k = 2$ $\qquad$ $\frac{47}{11}$

$7 + 7 \cdot 6 = 49$

Ответ $n = 9$. $\qquad 5 - \frac{8}{5}$

№ 7. $\qquad \frac{25-8}{5} \quad \frac{17}{5}$

$4 - 3x - |6x-2| \le ax + b \le \frac{17+15x}{5+3x}$ $\qquad \frac{55}{11} - \frac{8}{11}$

$$\begin{cases} ax+b \le \frac{17+15x}{5+3x} = \frac{25+15x-8}{5+3x} = 5 - \frac{8}{3x+5} = \cancel{\frac{5x+\frac{25}{3}-\frac{8}{3}}{x+\frac{5}{3}}} = g(x) \\ ax+b \ge 4-3x-|6x-2| \end{cases}$$

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	13		$1 \frac{17}{5}$	4	$\frac{47}{11}$

$f(x) = 4 - 3x - |6x-2| = y$.

x	-1	0	1
y	15	6	-3

1) $x \ge \frac{1}{3}$

$y_1 = 4 - 3x - 6x + 2 = 6 - 9x = -3(3x-2)$

$t^3 + 10t + 11 = 0$

2) $x < \frac{1}{3}$

$y_2 = 4 - 3x + 6x - 2 = 3x + 2$

$t^3 + \ldots + 10t + 11 \mid t+1 \qquad t_1 = -1$.

$t^3 + t^2 \qquad\qquad t^2 - t + 11$

$-t^2 + 10t$

$-t^2 - t$

$11t + 11$

$11t + 11$

0

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a, b, c,$ $\quad ax^2+2bx+c=0$ $\quad c<0,\ a>0$

$a+d=b$

$b+d=c.$

$x_1 = \frac{-2b \pm 2\sqrt{b^2-ac}}{2}$

$x_2 = \frac{-2b\ \ 2\sqrt{b^2-ac}}{2}$

$D=(2b)^2-4ac = 4b^2-4ac = 2^2(b^2-ac)$

$b^2-ac = (a+d)^2 - a(a+2d)$

$x = \frac{-2b \pm 2\sqrt{b^2-ac}}{2a}$

$x_{min} = \frac{-b-\sqrt{b^2-ac}}{a}$

~~$x_2 = -b-\sqrt{b^2-ac}$~~

~~$x_2 = -b+\sqrt{b^2-ac}$~~

~~$x_2 < x_1$~~

$x_2 = -b-\sqrt{b^2-ac}$

$b^2-ac = a^2+2ad+d^2-a^2-2ad = d^2$

$x_{min} = \frac{-b-d}{a} = \frac{-a+d-d}{a} = \frac{-a}{a} = -1$

№1 Ответ: $x_{min} = -1$

$68+57=125$ $\quad 68-57=11$ $\quad 68+63=131$

№2 $\begin{cases} x+\sqrt[3]{x^2-y^2} = 57 \\ y+\sqrt[3]{x^2-y^2} = -68 \end{cases}$ $\quad x-y = 57+68 = 125 = 5^3$

$y = x-125$

~~$x_i = -62$~~ ?

~~$y_i = 63$~~

$63+\sqrt[3]{62^2-63^2} \neq -68$

$\sqrt[3]{(62-63)(62+63)} \neq -131$

$\sqrt[3]{-1\cdot 125} \neq -131$

$\sqrt[3]{x^2-y^2} = \sqrt[3]{(x-y)(x+y)} = \sqrt[3]{125\cdot(x+y)} = 5\sqrt[3]{x+y}.$

$\begin{cases} x+5\sqrt[3]{x+y} = 57 \\ y+5\sqrt[3]{x+y} = -68 \\ x-y = 125 = 5^3 \end{cases}$ $\quad x+5\sqrt[3]{x+x-125} = 57.$ $\quad x+5\sqrt[3]{2x-125} = 57.$

$x+y+10\sqrt[3]{x+y} = 57-68 = -11$

$t = x+y \quad n = \sqrt[3]{x+y}.$

$t+10\sqrt[3]{t} = 11.$

$n^3+10n = 11.$

$12468 = 4\cdot 3117 = 4\cdot 3\cdot 1039 = 3\cdot 4\cdot 1039$

$n^3+10n-11=0 \quad (n-1)(n^2+n+11)=0$

$n_1 = 1$ $\quad D<0 \Rightarrow n=1$

$n^3+\ldots+10n-11 \,|\, n-1$

$-\ n^3-n^2 \quad\quad n^2+n+11$

n^2+10n

$-\ n^2-n$

$11n-11$

$-\ 11n-11$

0

$99+999+9999=11097$

$\sqrt[3]{x+y} = 1$

$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=125 \end{cases}$

$2x = 126$

$x = 63$

$y = -62.$

Ответ: $(x;y) = (63;-62)$

$P = \overline{abcdef}$

$10^n;\ 10^{n+1};\ 10^{n+2}$

$n \geq 1$

$n \in \mathbb{Z}.$

$n = 3$

$P \bmod 10^n + P \bmod 10^{n+1} + P \bmod 10^{n+2} = 12468$

1) $n=1$ $\quad f+10e+f+100d+10e+f = 12468$

2) $n=2$ $\quad 10e+f+100d+10e+f+1000c+100d+10e+f = 12468.$

3) $n=3$ $\quad (100d+10e+f)+\ldots = 12468.$

4) $n \neq 4.$

1) $3f+20e+100d = 12468$

$f, e, d \in [0;10] \Rightarrow n \neq 1.$

2) $n \neq 2.$

$n=3$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\overline{abcdef}$ $\qquad \overline{def} + \overline{cdef} + \overline{bcdef} = 12468$

$n = 3$

$10^3; 10^4; 10^5$ $\qquad 100d + 10e + f + 1000c + 100d + 10e + f + 10000b + 1000c + 100d + 10e + f = 12468$

$3f + 30e + 300d + 2000c + 10000b = 12468 = 3 \cdot 4 \cdot 1037$

$3(f + 10e + 100d) + 2000c + 10000b = 12468$

$b = 0, 1$

$f = 6$

1) при $(b=0) \Rightarrow (e=5)$ $\qquad a = 1, 2, .. 9$ $\quad 3f = *8$

$\overline{a0cde6}$ $\qquad b=0,\ c=6,\ d=3,\ e=5,\ f=6$ $\quad N_1 = 9$

$\overline{de6} + \overline{cde6} + \overline{cde6} = 12468$

$100d + 10e + 6 + 2000c + 200d + 20e + 12 = 12468$

$2000c + 300d + 30e = 12450$ $\qquad c, d, e = 6, 1, 5$

$1000c + 150d + 15e = 6225$

$200c + 30d + 3e = 1245$

$200c + 30d = 1230 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 41$

$200c \vdots 3 \Rightarrow c = 3, 6$

$c \neq 9$ т.к. $1800 > 1230$

$20c + 3d = 123 = 3 \cdot 41$ $\qquad d = 3$

~~$20c + 27 = 123$~~ $\qquad 20c = 40 \cdot 3$

~~$20c = 96$~~ $\qquad c = 6$

~~$c = \frac{72}{5}$? x возможно: при $b = 0$ нет таких чисел.~~

68, 78, 28, 38, 48, 68 $\quad$ 68, 78, 88, 98 $\quad$ 6225, 1245, 249

$3f = 18,\ 3f = 48,\ 3f = 78 \Rightarrow f = 6,\ f = 16,\ f = 26$

$12468 - 18 = 12450$

$12450 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 249$

$12450 = 2 \cdot 5^2 \cdot 83 \cdot 3$

$3e = *5$ $\quad$ 03, 33, 63 $\qquad$ 15, 45, 75: $e = 5,\ e = 15,\ e = 25$

$1245 - 15 = 1230$

$3d = *1$ $\qquad 27$

$123 - 27 = 100 - 4 = 96$

$75 - 5 \cdot 15$ $\qquad 225 - 150 = 75$

2) при $(b = 1)$

$\overline{a1cde6}$ $\qquad \overline{de6} + \overline{cde6} + \overline{1cde6} = 12468$ $\qquad 100d + 10e + 6 + 2000c + 200d + 20e + 12 = 2468$

$\overline{de6} + 2\,\overline{cde6} = 2468$ $\qquad 2468 - 18 = 2450$ $\qquad 245 = 5 \cdot 49$

$1225 = 5 \cdot 245$

$18 + 300d + 30e + 2000c = 2468$ $\qquad 3e = 15,\ 3e = 45,\ 3e = 75$ $\quad e = 5$ $\quad 3d = 3,\ 3d = 33,\ 3d = 63$ $\quad d = 1$

$2000c + 300d + 30e = 2450 = 2 \cdot 5^2 \cdot 49$

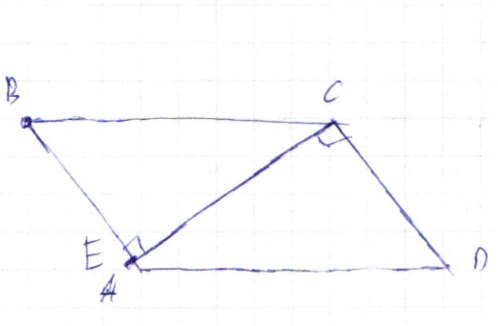
$200c + 30d + 3e = 245$ $\qquad a = 1, 2, .. 9$

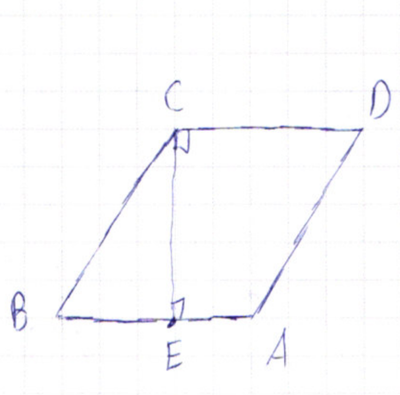
$200c + 30d = 230$ $\qquad b = 1,\ c = 1,\ d = 1,\ e = 5,\ f = 6$ $\quad N_2 = 9$ $\qquad 311156$

$20c + 3d = 23$ $\qquad 156 + 1156 + 11156 = 12468$

$20c = 20$

$c = 1$ $\qquad N_0 = 18$





☑ черновик ☐ чистовик $\qquad$ Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) $\qquad$ (Нумеровать только чистовики)