МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2+2bx+c=0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}, \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC=\sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD=1$, $BD=3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$2x^2-x-1 \leqslant ax+b \leqslant x+|2x-1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 21$, $1\leqslant y\leqslant 21$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Пусть q - это знаменатель геометрической прогрессии, тогда $b=aq$; $c=aq^2$, тогда ур-ие принимает вид:

$$ax^2+2aqx+aq^2=0$$

$$x_{12}=\frac{-2aq\pm\sqrt{(2aq)^2-4a(aq^2)}}{2a}=\frac{-2aq}{2a}=-q \Rightarrow x=-q$$

Т.к. x - 4ый член геом. прогрессии, тогда $aq^3=-q$

$aq^3+q=0 \Rightarrow q(aq^2+1)=0$, т.к. $q\neq 0$ (по усл.) $\Rightarrow$
$\Rightarrow aq^2+1=0$

$aq^2=-1$, т.к. $aq^2=-1$, тогда 3ий член геом. прогрессии $=-1$

Ответ: -1.

№3.

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-2x\geq 0 \\ y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2 \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y\geq 2x \\ y^2-5xy+y+4x^2+2x-2=0 \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

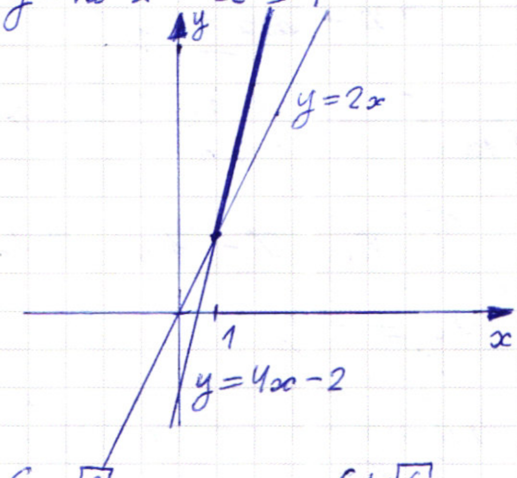
Решим квадратное ур-ие $(y^2-5xy+y+4x^2+2x-2)$, отн. y:

$$y_{12}=\frac{5x-1\pm\sqrt{(5x-1)^2-4(4x^2+2x-2)}}{2}=\frac{5x-1\pm\sqrt{25x^2-10x+1-16x^2-8x+8}}{2}=$$

$$=\frac{5x-1\pm\sqrt{9x^2-18x+9}}{2}=\frac{5x-1\pm3(x-1)}{2}=\frac{8x-4}{2};\ \frac{2x+2}{2}=4x-2;\ x+1\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases} y\geq 2x \\ \left[\begin{array}{l} y=4x-2 \\ y=x+1 \end{array}\right. \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

при $y=4x-2$ и $y\geq 2x$; т.е. при $y=4x-2$ $x\geq 1$



$2x^2+(4x-2)^2-4x-4(4x-2)+3=0$

$2x^2+16x^2-16x+4-4x-16x+8+3=0$

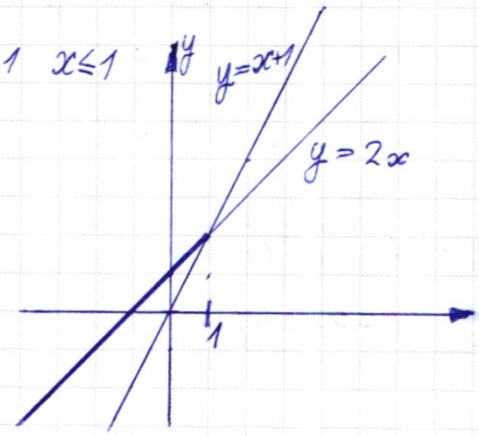
$18x^2-36x+15=0 \quad |:3$

$6x^2-12x+5=0$

$x_{12}=\frac{12\pm\sqrt{144-6\cdot5\cdot4}}{12}=\frac{12\pm\sqrt{24}}{12}=\frac{6\pm\sqrt{6}}{6}$, т.к. $\frac{6-\sqrt{6}}{6}<1\Rightarrow x=\frac{6+\sqrt{6}}{6}\Rightarrow$

$\Rightarrow y=4\left(\frac{6+\sqrt{6}}{6}\right)-2=4+\frac{4\sqrt{6}}{6}-2=2+\frac{2\sqrt{6}}{3}$

при $y=x+1$ и $y\geq 2x$; т.е. при $y=x+1$ $x\leq 1$



$2x^2+(x+1)^2-4x-4(x+1)+3=0$

$2x^2+x^2+2x+1-4x-4x-4+3=0$

$3x^2-6x=0 \quad |:3$

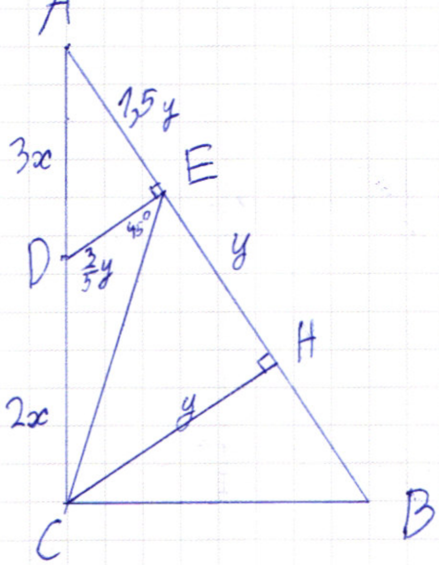
$x(x-2)=0$

$x=0;2$, т.к. $2>1\Rightarrow x=0\Rightarrow y=0+1=1\Rightarrow$

$\Rightarrow\left(\frac{6+\sqrt{6}}{6};2+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right);(0;1)$

Ответ: $\left(\frac{6+\sqrt{6}}{6};2+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right);(0;1)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№4. Дано: $\triangle ABC$; т. $D \in AC$; $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$;

$DE \perp AB$; т. $E \in AB$; CH - высота;

$\angle CED = 45°$

а) Найти: $tg\angle A$

б) Найти: $S_{\triangle}CED$, при $AC = \sqrt{29}$

Решение:

1. Пусть: $AD = 3x$, тогда $DC = 5x - 3x = 2x$

2. Р-м $\triangle CEH$

Т.к. $\left.\begin{array}{l}\angle CEH = 45° \\ \angle CHE = 90°\end{array}\right| \Rightarrow CH = EH$, пусть $CH = y$

3. Р-м $\triangle ADE$ и $\triangle ACH$:

Т.к. $\left.\begin{array}{l}\angle A \text{ - общий} \\ \angle DEA = \angle CHA\end{array}\right| \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ACH$ (по 2м углам) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{CH} = \frac{EA}{AH} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{DE}{y} = \frac{3}{5} \\ \frac{AE}{AE+y} = \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} DE = \frac{3}{5}y \\ 5AE = 3AE + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} DE = \frac{3y}{5} \\ AE = 1{,}5y \end{cases}$$

4. Т.к. $\triangle ADE$ - п/у $\Rightarrow AD^2 = DE^2 + AE^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 9x^2 = \left(\frac{3}{2}y\right)^2 + \left(\frac{3}{5}y\right)^2 \Leftrightarrow 9x^2 = \frac{9y^2}{4} + \frac{9y^2}{25} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{y^2}{4} + \frac{y^2}{25} \quad | \cdot 100$

$100x^2 = 25y^2 + 4y^2 \quad | : y^2$

$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{29}{100} \Rightarrow x = \frac{y\sqrt{29}}{10}$

5. $tg A = \frac{DE}{AE} = \frac{\frac{3}{5}y}{\frac{3}{2}y} = \frac{1}{5} \cdot 2 = \frac{2}{5}$

6. Т.к. $AC = \sqrt{29} \Rightarrow 5x = \sqrt{29}$

$x = \frac{\sqrt{29}}{5} \Rightarrow \frac{\sqrt{29}}{5} = \frac{y\sqrt{29}}{10} \Rightarrow y = 2$

7. $S_{\Delta}CED = S_{\Delta}ACH - (S_{\Delta}ADE + S_{\Delta}CEH) =$

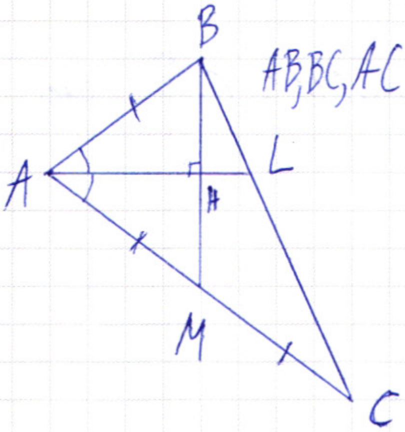
$= \frac{2{,}5y^2}{2} - \left(\frac{9y^2}{20} + \frac{y^2}{2}\right) = 5 - \left(\frac{36}{20} + \frac{4}{2}\right) = 5 - \left(\frac{9}{5} + 2\right) = 5 - \frac{19}{5} =$

$= \frac{25-19}{5} = \frac{6}{5}$

Ответ: а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{3}{5}$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№2. Дано: $\triangle ABC$; BM - медиана; $AB, BC, AC \in \mathbb{Z}$; AL - бисс., $AL \perp BM$; $P_{\triangle ABC} = 1200$; т. $H = AL \cap BM$. Найти: все треугольники

Решение:

1. Р-м. $\triangle AHM$ и $\triangle AHB$:
т.к. $\angle BAH = \angle MAH$
$\angle AHB = \angle AHM$
AH - общая сторона
$\Rightarrow \triangle AHB = \triangle AHM \Rightarrow AB = AM$ (по 2м углам и 1ой стороне)

2. Пусть $AB = a$, тогда $AC = 2a$

3. Т.к. $\left.\begin{matrix} AC < AB + BC \\ BC < AC + AB \end{matrix}\right\}$ (по т. о 3х сторонах Δ-ка) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} AC < a + 2a \\ 2a < a + AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AC < 3a \\ AC > a \end{cases}$

4. Т.к. $P_{\triangle ABC} = 1200 \Rightarrow \{ 1200 - a - 2a \in (a; 3a) \Rightarrow$

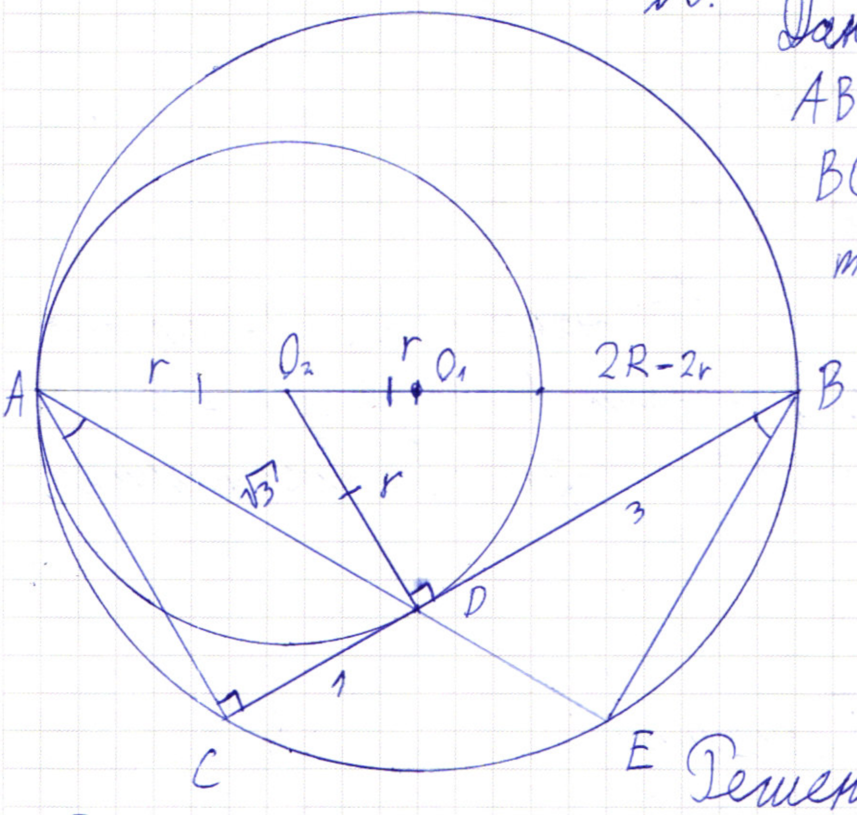
$\Rightarrow \begin{cases} 1200 - 3a > a \\ 1200 - 3a < 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1200 > 4a \\ 1200 < 6a \end{cases} \Rightarrow a \in (200; 300) \Rightarrow \begin{cases} a \in [201; 299] \\ a \in \mathbb{Z} \text{ (по усл.)} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ 99 вариантов

Ответ: 99.

№5.

Дано: $\Omega(O_1; R)$; $\omega(O_2; r)$;
AB - диам Ω; т. $A = \Omega \cap \omega$;
BC - хорда Ω и кас. ω в т. D;
т. $E \in$ лучу AD; $BD = 3$;
$CD = 1$
Найти: r, R, S_{BACE}



Решение:

1. Р-м ΔABC и ΔO_2BO_1: (по 2м углам)

Т.к. $\angle B$ - общий, $\angle ACB = \angle O_2DB$ $\Rightarrow \Delta ACB \sim \Delta O_2B\cancel{O_1}D \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{BD}{CB} = \dfrac{O_2D}{AC} \Leftrightarrow \dfrac{3}{4} = \dfrac{r}{AC} \Rightarrow AC = \dfrac{4r}{3}$

2. Т.к. $\Delta ABC \sim \Delta O_2BD$ (из п. 1) $\Rightarrow \dfrac{AB}{O_2B} = \dfrac{CB}{DB} \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{2R}{2R-r} = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow 6R = 8R - 4r \Leftrightarrow 2r = R$

3. Р-м ΔO_2BD:

Т.к. Δ-п/у (по усл.) $\Rightarrow r^2 + 9 = (2R-r)^2$

$r^2 + 9 = 9r^2$

$9 = 8r^2 \Rightarrow r = \dfrac{3}{2\sqrt{2}} \Rightarrow R = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$

4. Т.к. $\begin{cases} AC = \dfrac{4r}{3} \text{ (из п. 1)} \\ CD = 1 \text{ (по усл.)} \\ r = \dfrac{3}{2\sqrt{2}} \text{ (из п. 3)} \end{cases}$ $\Rightarrow AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{\left(\dfrac{3}{2\sqrt{2}} \cdot \dfrac{4}{3}\right)^2 + 1^2} =$

$= \sqrt{3}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. Р-м $\triangle ACD$ и $\triangle BDE$:

Т.к. $\angle CDA = \angle EDB$ (верт. углы) $\Rightarrow \sin\angle CDA = \sin\angle EDB \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{EB}{DB} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{AD^2 - CD^2}}{AD} = \frac{EB}{DB} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{EB}{3} \Rightarrow EB = \sqrt{6}$

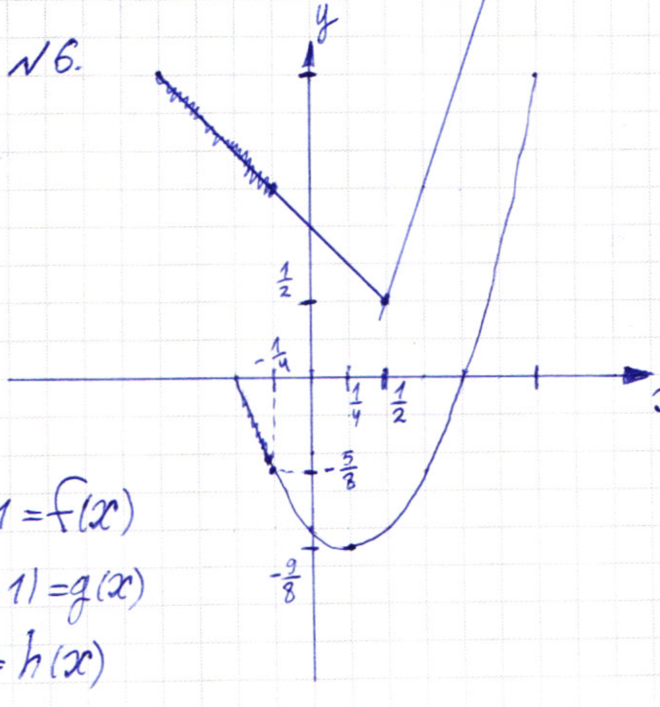
6. $DE = \sqrt{DB^2 - BE^2} = \sqrt{9-6} = \sqrt{3}$

7. Т. к. $\sin\angle ADB = \sin\angle EDB$ (по смеж. углы) $\Rightarrow \sin\angle ADB = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

8. $S_{BACE} = AE \cdot CB \cdot \sin\angle ADB \cdot \frac{1}{2} = \frac{\cancel{2}\cancel{\sqrt{3}} \cdot 4 \cdot \sqrt{2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{\sqrt{3}}} = 4\sqrt{2}$

Ответ: $\frac{3}{2\sqrt{2}}$; $\frac{3}{\sqrt{2}}$; $4\sqrt{2}$

№6.



$y = 2x^2 - x - 1$

$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{4}$

$y_0 = 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{9}{8}$

$y = x + |2x-1|$

при $x \geq 0{,}5$

$y = 3x - 1$

при $x \leq 0{,}5$

$y = 1 - x$

Пусть $2x^2 - x - 1 = f(x)$

$x + |2x-1| = g(x)$

$ax + b = h(x)$

То есть прямая $|ax+b|$ должна быть над параболой, но под двумя прямыми, то есть

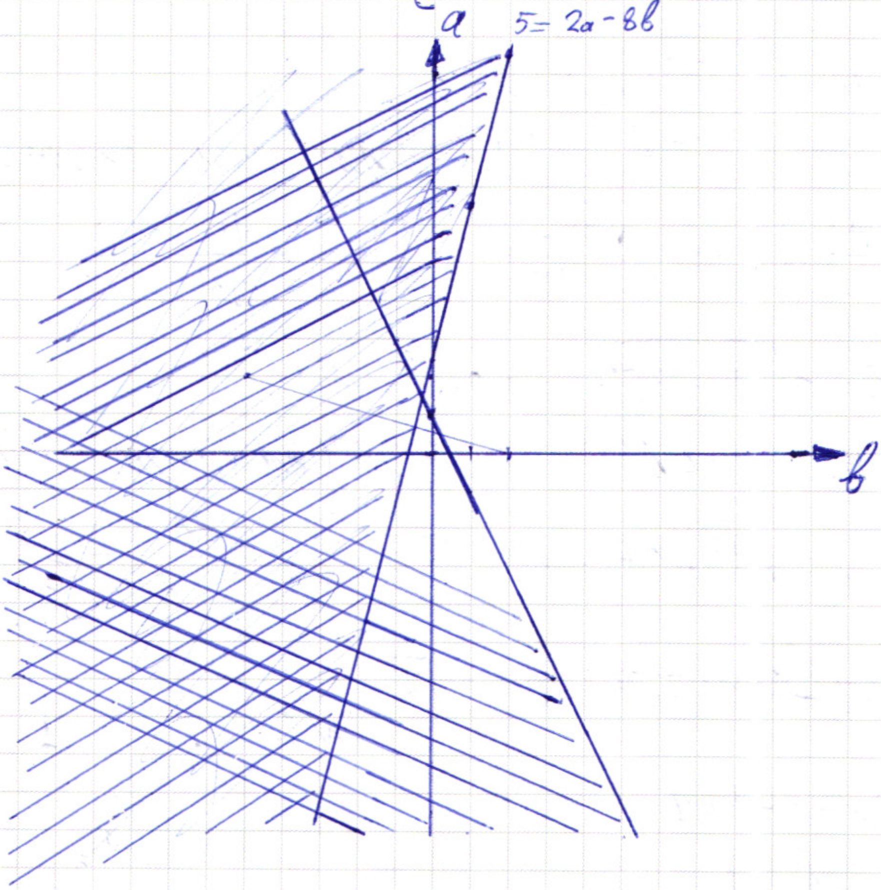
~~ограничение~~

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{cases} f\left(-\frac{1}{4}\right) \leq h\left(-\frac{1}{4}\right) \\ g\left(\frac{1}{2}\right) \geq h\left(\frac{1}{2}\right) \\ f\left(\frac{3}{2}\right) \leq h\left(\frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 \leq -\frac{a}{4} + b \\ \frac{1}{2} \geq \frac{a}{2} + b \\ 2 \leq \frac{3a}{2} + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{5}{8} \leq -\frac{a}{4} + b & \mid \cdot(-8) \\ \frac{1}{2} \geq \frac{a}{2} + b & \mid \cdot 2 \\ 2 \leq \frac{3a}{2} + b & \mid \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 \geq 2a - 8b \\ 1 \geq a + 2b \\ 4 \leq 3a + 2b \end{cases}$$



$5 = 2a - 8b$

$a = 6{,}5 \ ; \ 10{,}5$

$b = 1 \ ; \ 2$

$1 = a + 2b$

$a = 1 \ ; \ 3$

$b = 0 \quad -1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} f\left(-\frac{1}{4}\right) \le h\left(-\frac{1}{4}\right) \\ g\left(\frac{1}{2}\right) \ge h\left(\frac{1}{2}\right) \\ f\left(\frac{3}{2}\right) \le h\left(\frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{8}+\frac{1}{4}-1 \le -\frac{a}{4}+b \quad \Big| \cdot(-8) \\ \frac{1}{2} \ge \frac{a}{2}+b \quad \Big| \cdot 2 \\ 2 \le \frac{3a}{2}+b \quad \Big| \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \ge 2a-8b \\ 1 \ge a+2b \\ 4 \le 3a+2b \end{cases}$$

$5 \ge 2a-8b$

$a = 6{,}5 \; ; \; 10{,}5$

$b = 1 \; ; \; 2$

$1 \ge a+2b$

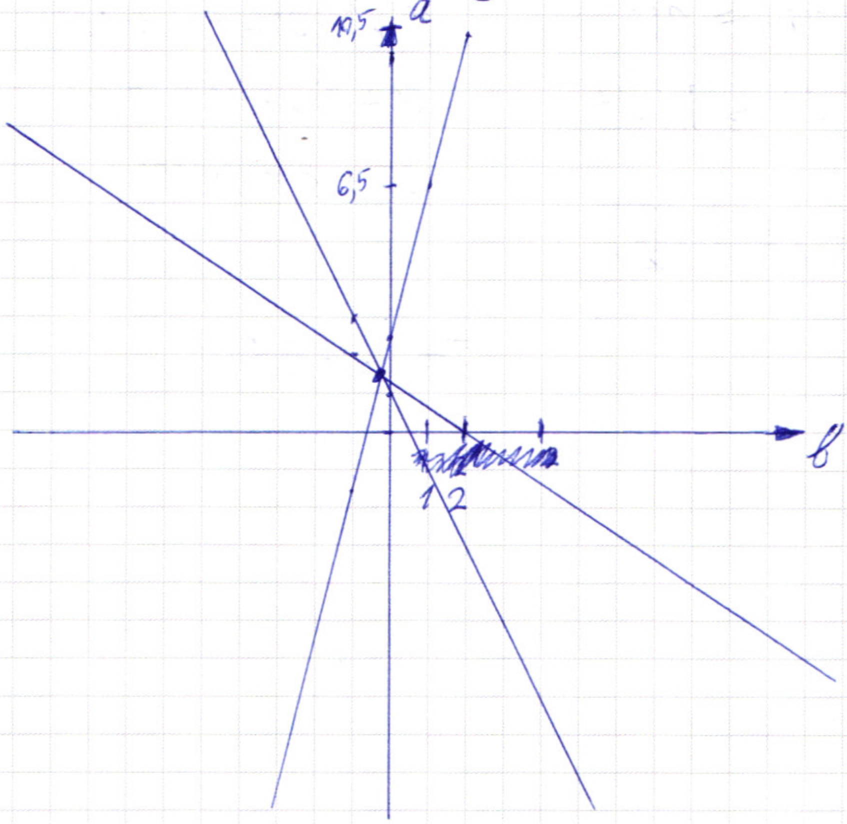
$a = 1 \; ; \; 3$

$b = 0 \; ; \; -1$

$4 \le 3a+2b$

$a = 2 \; ; \; 0$

$b = -1 \; ; \; 2$



Решение только одно где пересекаются все 3 прямые: ~~ВК~~ где $a = \frac{3}{2}$; $b = -\frac{1}{4}$

$$\cancel{\begin{cases} 4a+8b = 3a+2b \\ 2a-8b = 5a+10b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6b \\ -12b \end{cases}}$$

Ответ: $a = \frac{3}{2}$; $b = -\frac{1}{4}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f\left(-\frac{1}{4}\right) \le h\left(-\frac{1}{4}\right)$

$2x^2 - x - 1 = f(x)$

$g\left(\frac{1}{2}\right) \ge h\left(\frac{1}{2}\right)$

$x + |2x - 1| = g(x)$

$f\left(\frac{3}{2}\right) \le h\left(\frac{3}{2}\right)$

$ax + b = h(x)$

$5 = 2a - 8b$

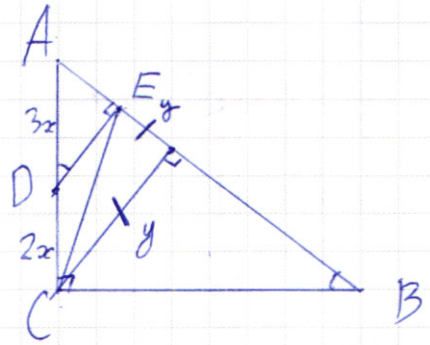
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

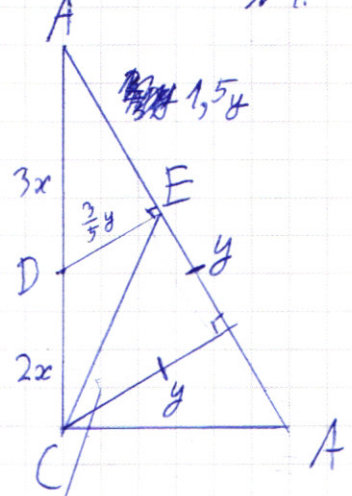
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№4.

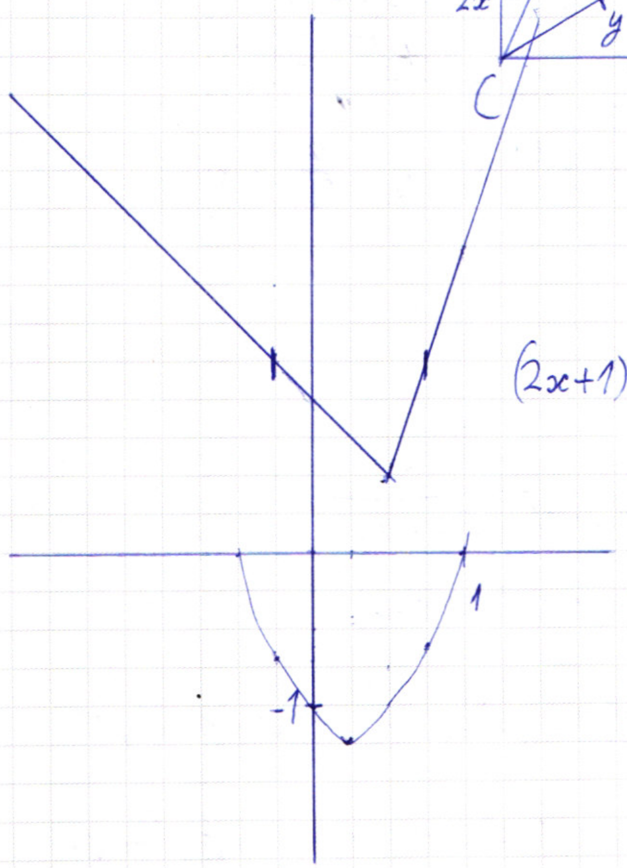


$$9x^2 = \frac{9y^2}{4} + \frac{9y^2}{25}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1$$

$$= -\frac{1}{4} - 1 = -\frac{5}{4}$$

$$\frac{9}{8} - \frac{3}{4} - 1 = \frac{9}{8} - \frac{8}{8} - \frac{6}{8} = -\frac{5}{8}$$



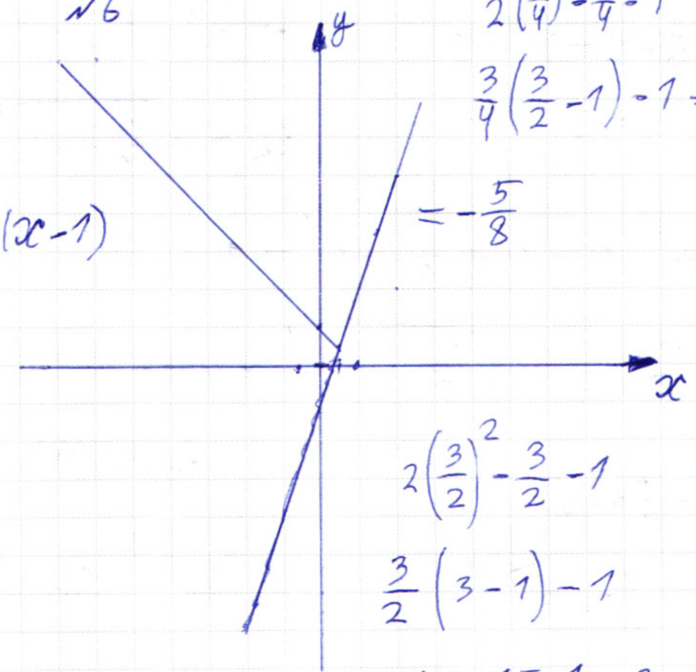
$(2x+1)(x-1)$

№6

$$2\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{3}{4} - 1$$

$$\frac{3}{4}\left(\frac{3}{2} - 1\right) - 1 =$$

$$= -\frac{5}{8}$$



$$2\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} - 1$$

$$\frac{3}{2}\left(3 - 1\right) - 1$$

$$4,5 - 1,5 - 1 = 2$$

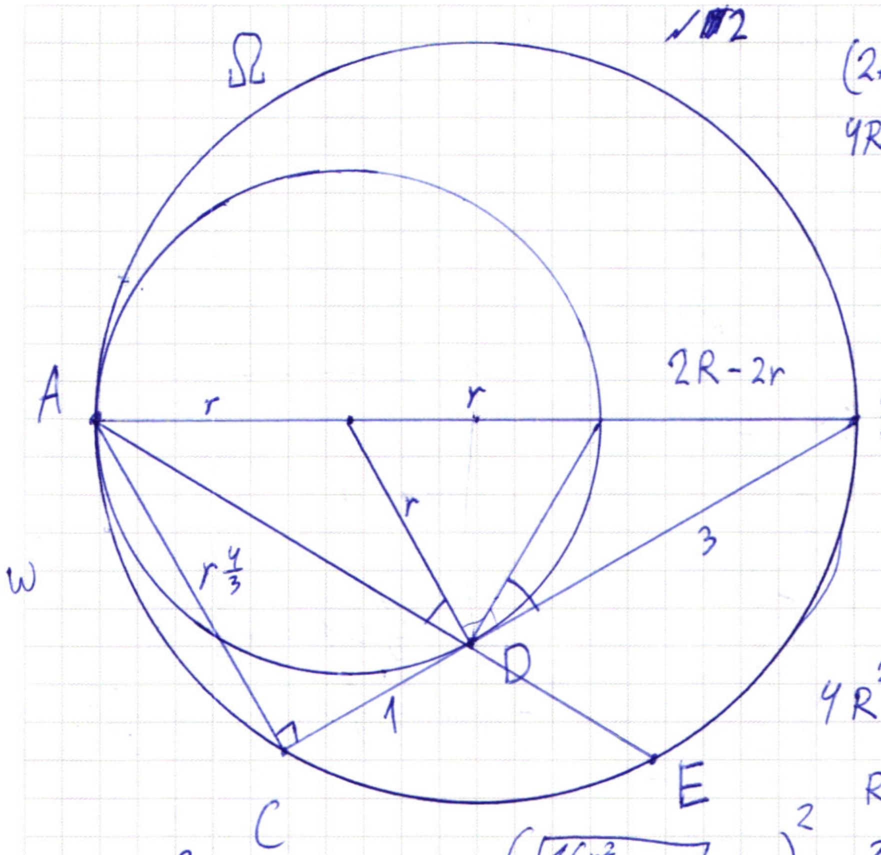
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№2



$(2R-r)^2 = 9 + r^2$ (1)

$4R^2 - 4Rr + \cancel{r^2} = 9 + \cancel{r^2}$ $| \cdot 4$

$4^2 + \left(\frac{4r}{3}\right)^2 = (2R)^2$

$\frac{16r^2}{9} + 16 = 4R^2$ $| : 4$

$\frac{4r^2}{9} + 4 = R^2$ $| \cdot 9$

$4r^2 + 36 = 9R^2$ (2)

$16R^2 - 4Rr$

$4R^2 - 4Rr - 9 = 0$

$R = \frac{4r \pm \sqrt{16r^2 + 36}}{8}$

$\begin{cases} (2R-r)^2 = r^2 + 9 \\ (2R)^2 = \left(\frac{4r}{3}\right)^2 + 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\sqrt{\frac{16r^2}{9} + 16} - r\right) = r^2 + 9 \\ 2R = \sqrt{\frac{16r^2}{9} + 16} \end{cases}$ $R = \frac{4r^2}{9} + 4$

$\frac{16r^2}{9} + 16 - 4r\sqrt{\frac{16r^2}{9} + 16} = 9$

$\frac{16r^2}{9} + 7 = 4r\sqrt{\frac{16r^2 + 16}{9}} \Leftrightarrow 16r^2 + 63 = 12r\sqrt{16r^2 + 144}$

$(16r^2 + 63)^2 = 144r^2(16r^2 + 144)$

$(16r^2)^2 + 126 \cdot 16r^2 + 63^2 = 144 \cdot 16r^4 + 144^2 r^2$

$16(144 - 16)r^4 + (144^2 - 126 \cdot 16)r^2 + 63^2 = 0$

$(144^2 - 126 \cdot 16)^2 - 64(144 - 16) \cdot 63^2$

$\begin{cases} 2 = \frac{3}{2}a + b \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2}a + b \end{cases} \Leftrightarrow$

$2 - \frac{3}{2}a = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a$ $| \cdot 2$

$4 - 3a = 1 - 1a$

$a = \frac{3}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} + b$

$\begin{cases} 4a + 8b = 3a + 2b \\ 2a - 8b = 5a + 10b \end{cases} \Leftrightarrow a = -6b$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

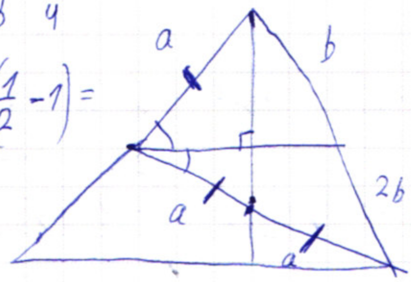
$ax^2 + 2aqx + aq^2 = 0 \iff a(x+q)^2 = 0$ $\quad \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 = -\frac{5}{8}$ №2.

$x_{12} = \frac{-2aq \pm \sqrt{4a^2q^2 - 4a^2q^2}}{2a} = -q$ $\quad \frac{1}{8} - \frac{1}{4}$

$x(2x-1)$ $\quad \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} - 1\right) =$

$a,\ aq,\ aq^2,\ -q$

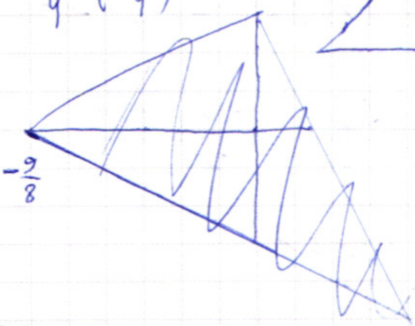
$\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$



$aq^3 = -q$ $\quad \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1$

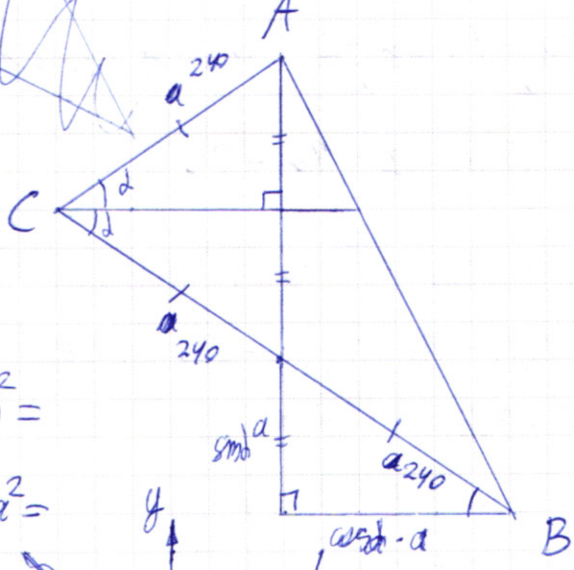
$aq^2 = -1$

$\frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{9}{8}$



$1200 - 3a \in (a; 3a)$

$\begin{cases} 1200 > 4a \\ 1200 < 6a \end{cases} \iff \begin{cases} a < 300 \\ a > 200 \end{cases}$



$2 \cdot \frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 1$

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = 2$

$(3a \sin\alpha)^2 + (\cos\alpha \cdot a)^2 =$

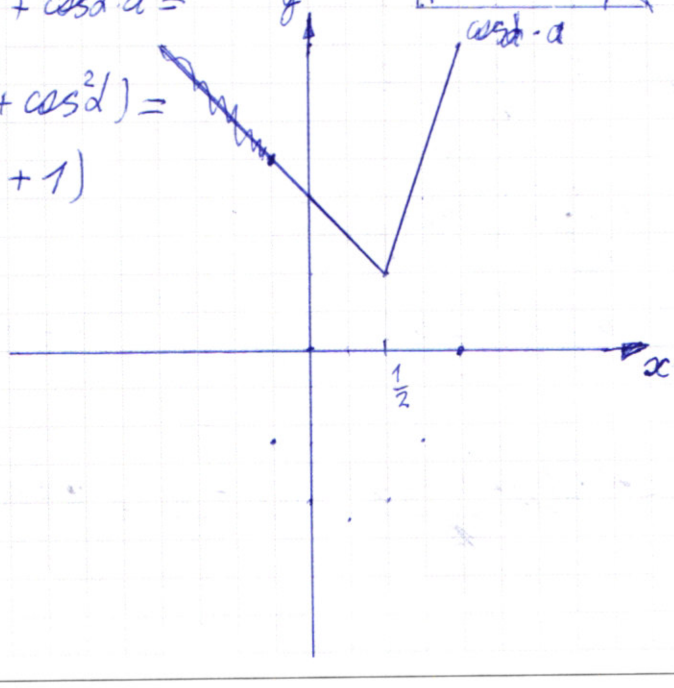
$= 9a^2 \sin^2\alpha + \cos^2\alpha \cdot a^2 =$

$(2x+1)(x-1)$

$= a^2(9\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) =$

$= a^2(8\sin^2\alpha + 1)$

$AB \in (a; 3a)$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№3.

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2 \\ y-2x\geq 0 \end{cases} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y^2+4x^2-5xy+2x+y-2=0 \\ y\geq 2x \end{cases}$$

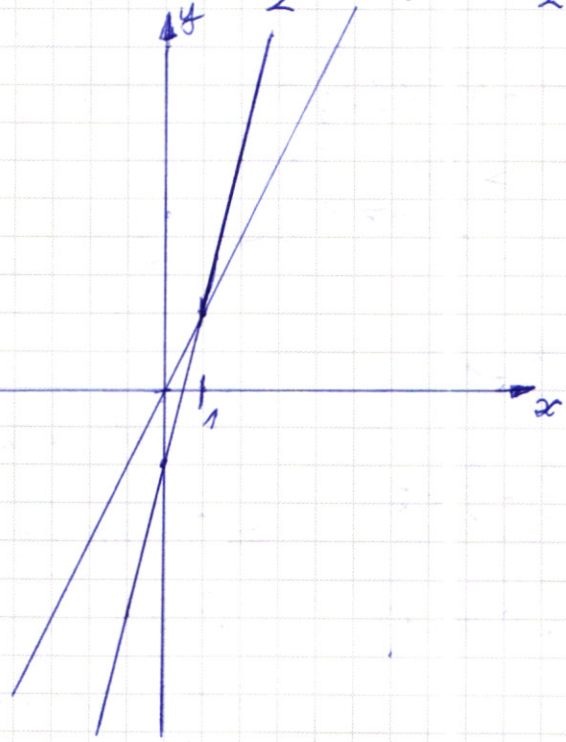
$$y^2-(4)y+2x^2-4x+3=0$$

$$y^2-(5x-1)y+4x^2+2x-2=0 \quad (1)$$

$$y_{12}=\frac{5x-1\pm\sqrt{(5x-1)^2-4(4x^2+2x-2)}}{2}=\frac{5x-1\pm\sqrt{25x^2-10x+1-16x^2-8x+8}}{2}=$$

$$=\frac{5x-1\pm\sqrt{9x^2-18x+9}}{2}=\frac{5x-1\pm 3(x-1)}{2}=\frac{5x-1+3x-3}{2};\ \frac{5x-1-3x+3}{2}=$$

$$=\frac{8x-4}{2};\ \frac{2x+2}{2}=4x-2;\ x+1$$



при $y=4x-2$:

$$2x^2+4(2x-1)^2-4x-4(4x-2)+3=0$$

$$2x^2+4(4x^2-4x+1)-4x-16x+11=0$$

$$18x^2-36x+15=0 \quad |:3$$

$$6x^2-12x+5=0$$

$$x_{12}=\frac{12\pm\sqrt{144-120}}{12}=$$

$$=\frac{12\pm\sqrt{24}}{12}=\frac{12\pm 2\sqrt{6}}{12}=$$

$$y_{12}=\frac{4\pm\sqrt{16-8(2x^2-4x+3)}}{2}=\frac{4\pm 2\sqrt{4-2(2x^2-4x+3)}}{2}=$$

$$=\frac{2\pm\sqrt{4-4x^2+8x-6}}{\cancel{2}}=2\pm\sqrt{-4x^2+8x-2}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)