МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

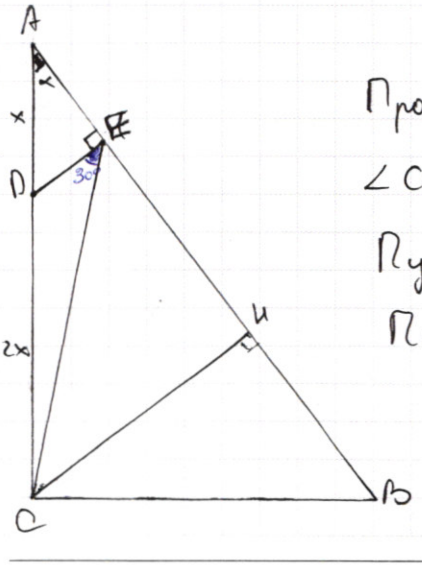
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Пусть $a = a_1$ Тогда:
$b = a_1 \cdot q$
$c = a_1 \cdot q^2$, где q - множитель геометр. прогрессии
Тогда:
$a_1 x^2 + 2a_1 q x + a_1 q^2 = 0$
Значит либо $a_1 = 0$ и тогда все члены прогрессии $=0$ т.о. $a_3 = 0$
либо:
$x^2 + 2\cancel{a_1} q x + q^2 = 0$
$(x-q)^2 = 0$
$x = q$
Но по условию $a_4 = a_1 \cdot q^3$ является корнем уравнения. Значит
$q = a_1 q^3$
$a_1 \cdot q^2 = 1 = c = a_3$
Значит либо $a_3 = 0$ либо $a_3 = 1$

№4



Проведём высоту CH
$\angle CEH = \angle DEH - \angle DEC = 90 - 30 = 60°$
Пусть $\angle CAB = \alpha$
Пусть $AD = x$ тогда по условию $AC = 3x$, тогда $DC = 2x$
$CH = AC \cdot \sin\alpha = 3x \cdot \sin\alpha$
$AH = AC \cdot \cos\alpha = 3x\cos\alpha$
$AH = AE + EH = x \cdot \cos x + \frac{CH}{tg60} = x \cdot \cos\alpha + \frac{3x\sin\alpha}{\sqrt{3}}$

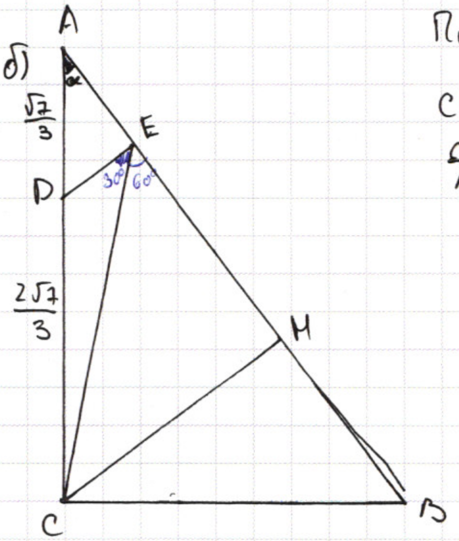
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$3x\cos\alpha = x\cos\alpha + \frac{3x\sin\alpha}{\sqrt{3}}$$

$$2\cos\alpha = \sqrt{3}\sin\alpha$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}} = tg\,\alpha = tg\angle BAC$$

б)



По Т. Пифагора:

$$CH^2 + AH^2 = 7$$

$$\frac{CH}{AH} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}\,CH}{2} = AH$$

$$CH^2 + \frac{3CH^2}{4} = 7$$

$$1{,}75\,CH^2 = 7 \Rightarrow CH = \sqrt{\frac{7}{1{,}75}}$$

$$AH = 0{,}5\sqrt{\frac{21}{1{,}75}}$$

Аналогично

$$AE^2 + DE^2 = \frac{7}{9}$$

$$\frac{DE}{AE} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow AE = \frac{DE\sqrt{3}}{2}$$

$$1{,}75\,DE^2 = \frac{7}{9} \Rightarrow DE = \sqrt{\frac{7}{15{,}75}}$$

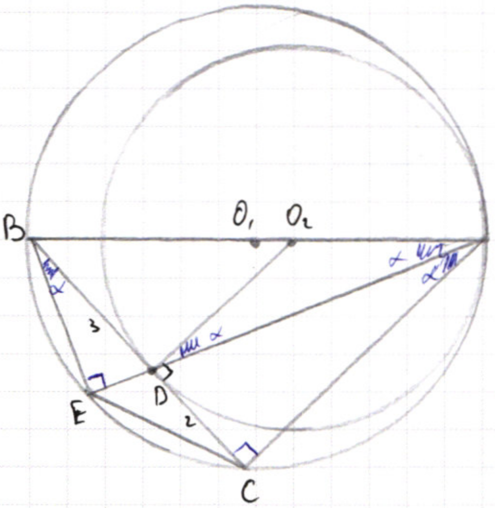
$$AE = 0{,}5\sqrt{\frac{21}{15{,}75}}$$

$$tg\,60 = \frac{CH}{EH} \Rightarrow EH = \frac{CH}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{7}{5{,}25}}$$

$$S_{\triangle CDE} = S_{ACH} - S_{ADE} - S_{CEH} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{7\sqrt{3}}{1{,}75} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{7\sqrt{3}}{15{,}75} - \frac{1}{2}\,\frac{7}{1{,}75\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{63\sqrt{3} - 7\sqrt{3}}{4\cdot 15{,}75} - \frac{7}{2\cdot 1{,}75\sqrt{3}} = \frac{56\cdot 3 - 7\cdot 18}{4\cdot 15{,}75\sqrt{3}} = \frac{21}{31{,}5\sqrt{3}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№5 Пусть R - радиус Ω, а r - радиус ω

Пусть O_1 - центр Ω, а O_2 - центр ω

$\angle ABB = \angle ACB = 90°$ т.к. вписанные опираются на диаметр

$\angle O_2DC = 90°$ т.к радиус⊥ касательной

$\triangle BDO_2 \sim \triangle BCA$ ($\angle B$ - общий, $\angle BDO_2 = \angle BCA = 90°$) =>

$$\Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{DO_2}{CA}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{r}{CA} \Rightarrow CA = \frac{5r}{3}$$

По Т. Пифагора в $\triangle ABC$:

$AB^2 = BC^2 + AC^2$.

$4R^2 = 25 + \frac{25r^2}{9}$

$36R^2 = 225 + 25r^2$

Пусть $\angle O_2DA = \alpha$, тогда $\angle O_2AD = \alpha$ т.к. $DO_2 = AO_2$

$\angle DAC = \alpha$ ($\left.\begin{matrix} DO_2 \perp BC \\ AC \perp B \end{matrix}\right\} \Rightarrow DO_2 \parallel AC \Rightarrow \angle O_2DA = \angle DAC$ накрест лежащие) $\Bigg\} \Rightarrow$ AD - биссектриса =>

=> по св. биссектрисы:

$\frac{3}{2R} = \frac{2 \cdot 3}{5r}$

$r = 0{,}8R$

$36R^2 = 225 + 16R^2$

$R^2 = \frac{225}{20}$

$R = \frac{15}{2\sqrt{5}}$

$r = \frac{6}{\sqrt{5}}$ $\quad AC = \frac{10}{\sqrt{5}}$

$\angle EBC = \angle CAB = \alpha$ (опир. на одну дугу)

По Т. Пифагора

$AD = \sqrt{\frac{100}{25}+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\sin\alpha = \frac{CD}{AD} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$BE = AB \cdot \sin\alpha = \frac{30}{2\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{15}{\sqrt{10}}$

$S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} BC \cdot BE \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{15}{\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{75}{2\sqrt{20}}$

$\cancel{S_{\triangle DAB} = \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \frac{15}{\sqrt{5}} \cdot 2\sqrt{2}}$

$S_{\triangle BCA} = \frac{1}{2} BC \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{25}{\sqrt{5}}$

$S_{\triangle ABEC} = S_{\triangle BEC} + S_{\triangle BCA} = \frac{75}{2\sqrt{20}} + \frac{25}{\sqrt{5}} = \frac{75}{4\sqrt{5}} + \frac{100}{4\sqrt{5}} = \frac{175}{4\sqrt{5}}$

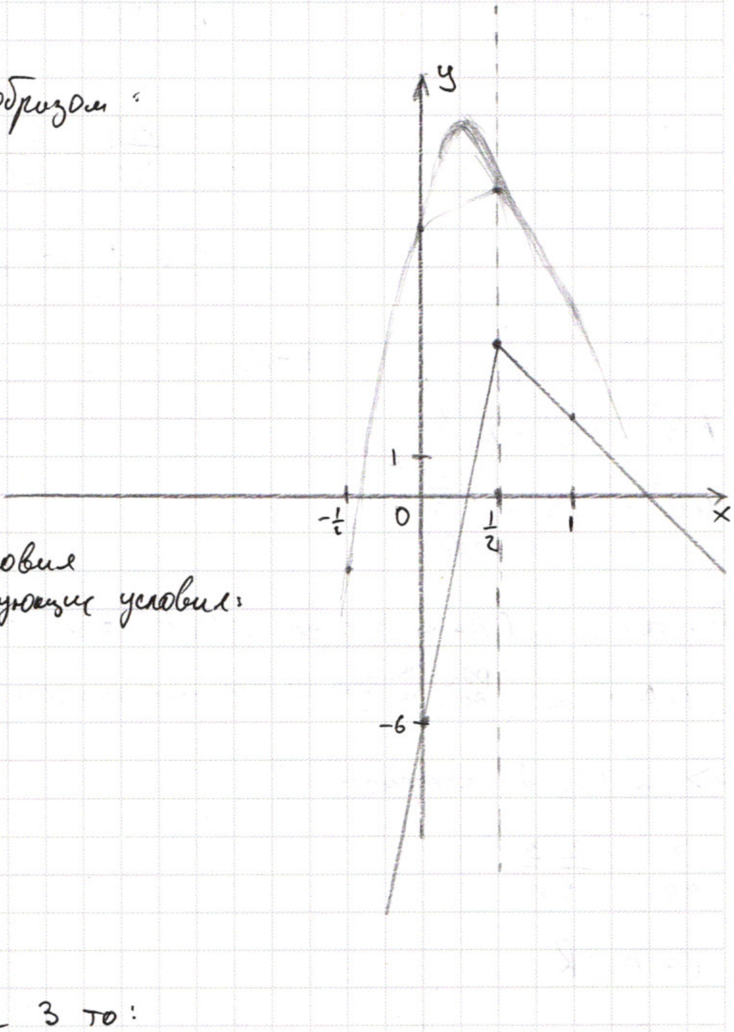
№6

Перепишем условие следующим образом:

$$\begin{cases} 8x - 6|2x-1| \le ax+b \\ -8x^2+6x+7 \ge ax+b \end{cases}$$

Построим графики $y = 8x - 6|2x-1|$

$y = -8x^2+6x+7$



Заметим, что для выполнения условия достаточно чтобы выполнялись следующие условия:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}a+b \ge -16 & (1) \\ -\frac{1}{2}a+b \le 2 & (2) \\ a+b \le 5 & (3) \\ a+b \ge 2 & (4) \\ \frac{1}{2}a+b \ge 4 & (5) \end{cases}$$

2 усл равносильно: $-a+2b \le 4$

Если мы сложим преобраз. 2 условие с 3 то:

$3b \le 9$

$b \le 3$ (7)

С учетом 7, 5 усл:

$\frac{1}{2}a + 3 \ge 4$

$a \ge 2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

С учетом 7, 3 условие:

$a+3\le 5$

$a\le 2$

Значит для a существует единственное значение: $a=2$

В таком случае 5 усл:

$\frac{1}{2}\cdot 2+b\ge 4$

$b\ge 3$

Значит и для b сущ. единственное значение $b=3$

Ответ: $(2;3)$

№3

Преобразуем систему:

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{(1-y)(6-x)} \\ x^2+12x+2y^2-4y+20=0 \end{cases}$$

Пусть $a=1-y$ $b=6-x$. Тогда:

$$\begin{cases} 6a-b-12=\sqrt{ab} \\ b^2+2a^2-18=0 \Rightarrow b=\pm\sqrt{18-2a^2} \end{cases}$$

$$\cancel{6a-\sqrt{18-2a^2}-12=\sqrt{a\sqrt{18-2a^2}}}$$

$$\cancel{36a^2-12a\sqrt{18-2a^2}+18-2a^2=a\sqrt{18-2a^2}+24\sqrt{a\sqrt{18-2a^2}}+144}$$

$$34a^2+128=13a\sqrt{18-2a^2}+24\sqrt{a\sqrt{18-2a^2}}$$

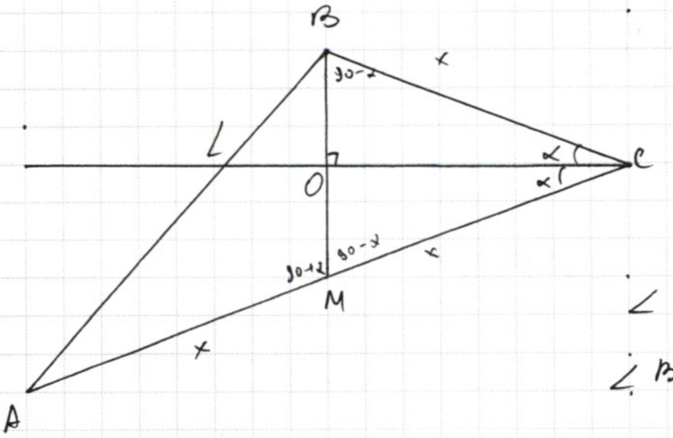
$$(34a^2-128)^2=169a(18-2a^2)+24a\sqrt{18-2a}+26\cdot 24\sqrt{a\cdot(18-2a^2)}$$

№2

Рассмотрим произвольный Δ подходящий под условие

Пусть $\angle C = 2\alpha$

Тогда $\angle BCL = \angle LCA = \alpha$ (CL – биссектриса ~~медиана~~, BM – медиана)



Тогда $\Delta COB = \Delta COM$ (по углу и катету) $\Rightarrow$

$\Rightarrow BC = CM$

Пусть $BC = x$, тогда $CM = x$

Т.к. BM – медиана $\Rightarrow AM = CM = x$

$\angle CMB = 90 - \alpha$

$\angle BMA = 180 - \angle CMB = 90 + \alpha$

$BO = OM = x \cdot \sin\alpha$

По т. косинусов:

$AB^2 = x^2 + 4x^2\sin\alpha - 4x^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos 90+\alpha = x^2 + 8x^2\sin^2\alpha$

$AB^2 = x^2 + 4x^2 - 4x^2 \cdot \cos 2\alpha = 5x^2 - 4x^2 \cdot \cos 2\alpha$

$x^2 + 8x^2\sin^2\alpha = 5x^2 - 4x^2 \cdot \cos 2\alpha$

$x^2 + 8x^2\sin^2\alpha = 5x^2 - 4x^2(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)$

$x^2 + 8x^2\sin^2\alpha = 5x^2 - 4x^2\cos^2\alpha + 4x^2\sin^2\alpha$

$4x^2\sin^2\alpha + 4x^2\cos^2\alpha = 4x^2$

$4x^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = 4x^2$

$1 = 1$

$BM = 2x \cdot \sin\alpha$

$BM^2 = x^2 + x^2 - 2x^2\cos 2\alpha = 2x^2 - 2x^2\cos\alpha + 2x^2\sin\alpha$

$4x^2\sin^2\alpha = 2x^2 - 2x^2\cos^2\alpha + 2x^2\sin^2\alpha$

$2\sin^2\alpha + 2\cos^2\alpha = 2$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

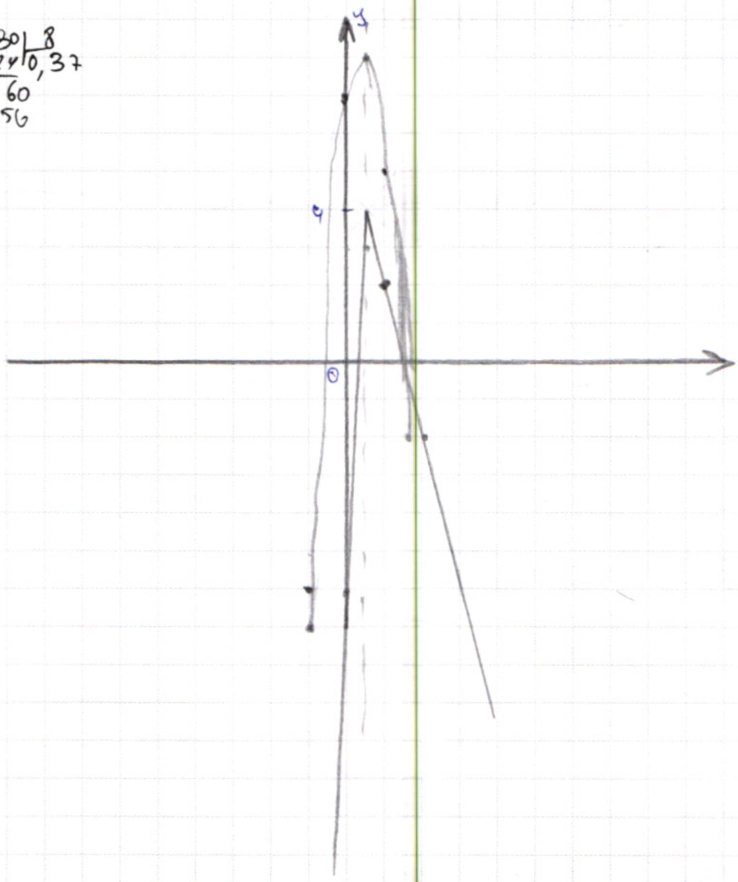
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$$\begin{cases} 8x-6|2x-1| \leq ax+b \\ -8x^2+6x+7 \geq ax+b \end{cases}$$

$30 | 8$, -24, $0{,}37$, 60, 56



$8x-6|2x-1|$ $\quad x \geq \frac{1}{2}$:

$8x-12x+6$

$y=6-4x$

$x \leq \frac{1}{2}$

$8x+12x+6$

$20x-6$

$-8x^2+6x+7=0$ $\quad 56 \times 4 = 224$

$D = 36+224=260$

$x_{верш} = \frac{-6}{-16} = \frac{3}{8}$

$\frac{9}{8} + \cancel{6}\frac{18}{8} + 7 = \frac{27}{8}+7 = 10+\frac{3}{8}$

$-8 \cdot 2{,}25 + 9 + 7$ $\quad 2{,}25 \times 8 = 18{,}00$

$-18+9+7=-2$

$-2-3+7=2$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}a+b \geq -16 \iff -a+2b \geq -32 \\ -\frac{1}{2}a+b \leq 2 \iff -a+2b \leq 4 \\ a+b \leq 5 \qquad a+b \leq 5 \\ a+b \geq 2 \\ \frac{1}{2}a+b \geq 4 \iff a+2b \geq 8 \end{cases}$$

$\Rightarrow b \leq 3$

$-a+6 \geq -32$

$a \leq 38$

$a+3 \geq 2$

$a \geq -1$

$a \geq 2$

$(2; 3)$

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \quad (2) \end{cases}$$

$x^2-13xy+36y^2+x+6y+6$

$x^2-12x+2y^2-4y+20=0$

$D=144-8y^2+16y-80=-8y^2+16y+64=(y+8)^2-9y^2=(8-2y)(4y+8)$

$x_{12}=\dfrac{12\pm\sqrt{(8-2y)(4y+8)}}{2}$

$12+$

$x-6y=\sqrt{-x(1-y)+6(1-y)}=\sqrt{(1-y)(6-x)}$

$a=1-y \quad b=6-x$

$b^2=36-12x+x^2$

$2a^2=2-4y+2y^2$

$6a-b-6-6=\sqrt{ab}$

$$\begin{cases} b^2+2a^2-18=0 \Rightarrow b=\sqrt{18-2a^2} \\ 6a-b-12=\sqrt{ab} \end{cases}$$

$6a-\sqrt{18-2a^2}=\sqrt{a\sqrt{18-2a^2}}$

$36a^2-12a\sqrt{18-2a^2}+18-2a^2=a\sqrt{18-2a^2}$

$34a^2+18=13a\sqrt{18-2a^2}$

$1156a^4+1224a+324=2947a^2-338a^4$

$1494a^4-1723a+324$

$D=$

$$\begin{array}{r} \times 34 \\ 34 \\ \hline 136 \\ 102 \\ \hline 1156 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times 34 \\ 36 \\ \hline 204 \\ 102 \\ \hline 1224 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 169 \\ 18 \\ \hline 1357 \\ 169 \\ \hline 2947 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times 169 \\ 2 \\ \hline 330 \end{array}$$

$36a^2-12ab-b^2=$

$36a^2-6ab-72a-6ab+b^2+12b-72a+12b+144=ab$

$36a^2-13ab-144a+b^2+24b+144=0$

$2b^2+4a^2-36=0$

$-18b^2-36a^2=-324$

$18a-3b-36=3\sqrt{ab}$

$-17b^2-13ab-144a+24b+468=0$

$2b^2+3b+4a^2-18a=3\sqrt{ab}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

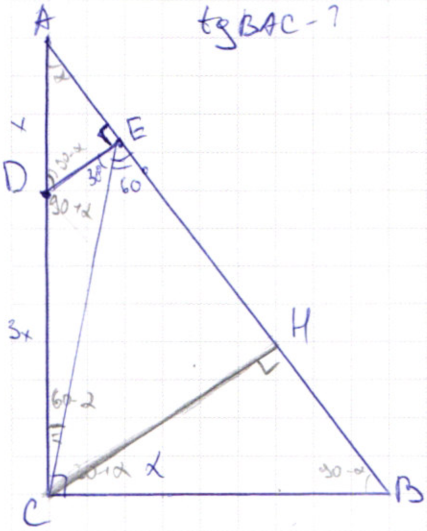
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



tg BAC - ?

-8

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

tg BAC = $\frac{DE}{AE} = \frac{BC}{AC}$

$tg\alpha = \frac{CB}{AC}$

$\times\, 1,75 \cdot 9 = 15,75$ $\times\, 56 \cdot 3 = 168$ $\times\, 18 \cdot 7 = 126$

$\times\, 1,75 \cdot 3 = 5,25$ $\times\, 15,75 \cdot 2 = 31,50$

$CB = 4x \cdot tg\alpha$

$CH = CB \cdot \cos\alpha = 4x \cdot \sin\alpha$ $HB = 4x \cdot tg\alpha \sin\alpha$

$AB = \frac{4x}{\cos\alpha} - 4x \cdot \cos\alpha$

$\sin 6 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ cos

$\frac{4x}{\cos\alpha} - 4x\cos\alpha = 4x\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$

$1 - \cos^2\alpha = \sin^2\alpha$

$AH = 4x \cdot \cos\alpha = x\cos\alpha + \frac{4x\sin\alpha}{tg 60}$

$4\cos\alpha = \cos\alpha + \frac{4\sin\alpha}{\sqrt{3}}$

$3\cos\alpha = \frac{4\sin\alpha}{\sqrt{3}}$

$\frac{\sqrt{3}}{4} = tg\alpha$

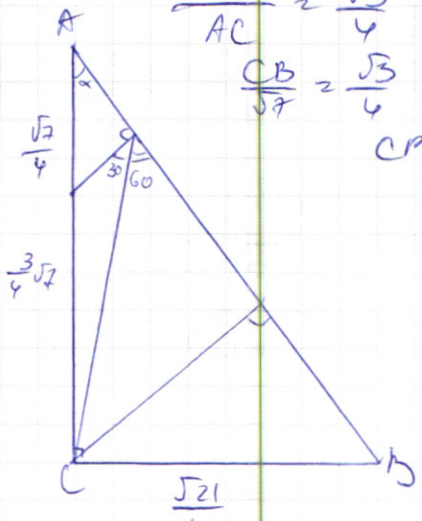
$\frac{CB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\frac{CB}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$CB = \frac{\sqrt{21}}{4}$

$tg = \frac{CH}{EH}$

$EH = \frac{CH}{tg 60}$

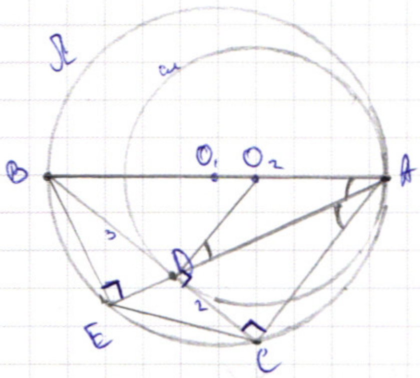


☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

№5

$R_\Omega \quad r_\omega \quad S_{ABDEC}$



$\frac{BD}{BC} = \frac{DO_2}{CA}$

$\frac{3}{5} = \frac{r}{CA} \Rightarrow r = 0,6CA \qquad AC = \frac{r}{0,6}$

$\frac{3}{AB} = \frac{2}{AC}$

$\frac{3}{2R} = \frac{1,2}{r}$

$3r = 2,4R \qquad BA = 2R$

$AC = \frac{0,8R}{0,6} = \frac{4}{3}R$

$r = 0,8R$

$4R^2 - \frac{16}{8}R^2 = 25$

$\frac{20}{8}R^2 = 25$

$R^2 = \frac{25 \cdot 9}{20} \Rightarrow R = \frac{15}{\sqrt{20}} = \frac{15}{2\sqrt{5}}$

$$\begin{array}{r} \times\, 0,64 \\ 25 \\ \hline 320 \\ 128 \\ \hline 1600 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 15 \\ 0,4 \\ \hline 6,0 \end{array}$$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a_1 = a \quad a_2 = b \quad a_3 = c \qquad q$

$b = aq \quad c = aq^2 \qquad d = aq^3$

$ax^2 + 2aqx + aq^2 = 0$

$x^2 + 2qx + q^2 = 0$

$(x+q)^2 = 0$

$x = -q = aq^3$

$-1 = aq^2 \Rightarrow q = \sqrt{-\frac{1}{a}}$

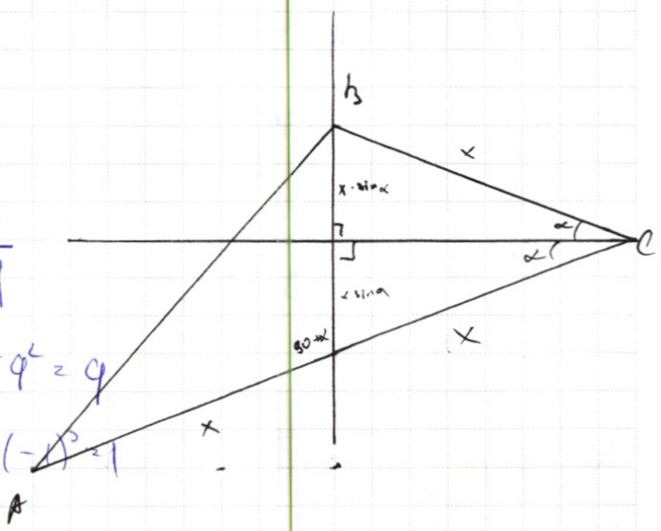
$d = a \cdot \left(-\frac{1}{a}\right) \cdot \sqrt{-\frac{1}{a}} = -\sqrt{-\frac{1}{a}}$

$b = q$

$a = \frac{1}{q}$

$-1 = \frac{1}{q} q^2 = q$

$-\ (-1)^3 = 1$

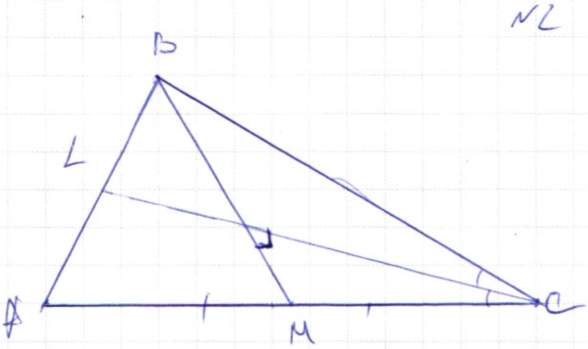


$AB^2 = x^2 + 4x^2 \sin^2\alpha - 4x^2 \sin\alpha \cdot \cos(90+\alpha) =$

$= x^2 + 4x^2\sin^2\alpha + 4x^2 \sin^2\alpha =$

$AB = 3x \sin\alpha$

№2

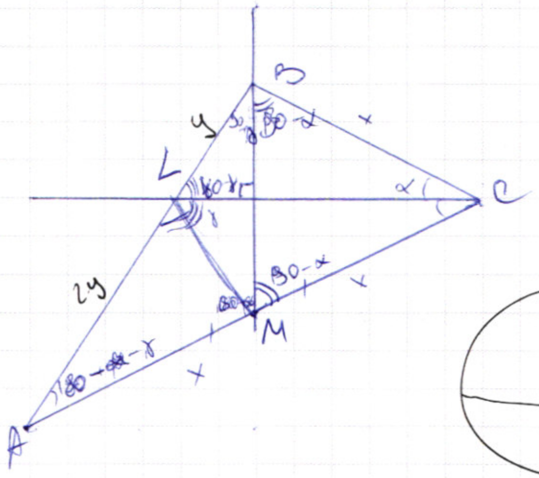


$\frac{\angle B}{BC} = \frac{\angle A}{AC}$

$\frac{\angle B}{BC} = \frac{\angle A}{2BC} \qquad 90 + \gamma$

$\angle A = 2\angle B \qquad \gamma - \alpha + 2\alpha + 90 + \gamma = \alpha$

$\gamma = 45$



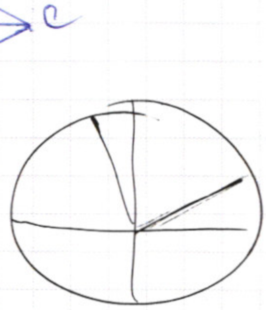
$AB^2 = x^2 + 4x^2 - 4x^2 \cdot \cos 2\alpha$

$AB^2 = 5x^2 - 4x^2 \cos 2\alpha$

$2x\sin\alpha =$

$= 2x^2 - 2x^2 \cdot \cos 2\alpha$

$2x^2 - 2x^2\cos^2\alpha + 2x^2 \sin\alpha =$



$2\sin\alpha = 2x - 2x\cos^2\alpha + 2x\sin^2\alpha$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$$

$x^2-12xy+36y^2=xy-6y-x+6$

$\cancel{x}-6y=$

$x^2-13xy+x+36y^2+6y-6=0$

$x^2-x(13y-1)+36y^2+6y+6=0$

$D=169y^2-26y+1-144y^2-24y+24=$

$=-15y^2-50y+25=5(3y^2-10y+5)$

$x^2-12x+2y^2-4y+20=0$

$D=144-8y^2+16y+80=$

$=-8y^2+16y+224=$

$=-8(y^2+2y+28)$

$a=x-6y \quad b=3x-y$

$a=\sqrt{b+a-2x+6}$

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2-12xy+36y^2=xy-6y-x+6$$

$x^2-13xy+x+36y^2+6y-6=0$

$(x+2y)^2=x^2-14yx+4y^2$

$2x^2-13xy-11x+38y^2+2y+14=0$

$-8x^2$

$(3x+2y)^2-1xy-2y^2-12x-4y+20=0$

$-8x(2y+2)-2y(y+2)$

$-8x^2-12xy-2y^2$

$-(2\sqrt{2}x+\sqrt{2}y)-4xy$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)