МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Поскольку числа a, b, c - последовательные члены геометрической прогрессии, то введём обозначения:

$a = a_1$

$b = a_1 \cdot b_1$, где a_1 - первый член, а b_1 - отношение

$c = a_1 \cdot b_1^2$ второго и первого члена геометрической прогрессии.

Заменим в уравнении: ~~$ax^2 - 2bx$~~
$ax^2 - 2bx + c = 0$.

Получаем: $a_1 x^2 - 2a_1 b_1 x + a_1 b_1^2 = 0$

$a_1 \cdot (x^2 - 2\cancel{a_1} b_1 x + b_1^2) = 0$

$a_1 (x - b_1)^2 = 0$. , если $a_1 = 0$, то

a, b, c равны нулю ~~[illegible]~~, а это не геом прогрессия, где ~~первый~~ какой-то член равен нулю.

Получается $x = b_1$ - корень.

А мы знаем, что 4 член равен этому корню. Мы можем записать ~~как~~ 4 член как: $a_1 \cdot b_1^3$, получается $a_1 \cdot b_1^3 = b_1$ $| : b_1 \neq 0$,

Получаем: $a_1 \cdot b_1^2 = 1$, а это и есть третий член прогрессии.

Ответ: 1

Задача № 3

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-6)-6(y-1)=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ x^2-12x+36+2(y^2-2y+1)-18=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-6)-6(y-1)=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2+2(y-1)^2-18=0 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} x-6=a \\ y-1=b \end{array}$$ Сделаем замену.

$$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2-18=0 \end{cases}$$ Рассмотрим 2 случая:

1) $a\geq 0$

Из второго уравнения $\Rightarrow$ $2\geq 0$ $\Rightarrow$ $a=\sqrt{18-2b^2}$

Подставим a во второе уравнение:

$$\sqrt{18-2b^2}-6b=\sqrt{\sqrt{18-2b^2}\cdot b} \quad \Big|^2$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} 18-2b^2+36b^2-12\sqrt{18-2b^2}\,b=\sqrt{18-2b^2}\cdot b \\ \sqrt{18-2b^2}-6b\geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 34b^2+18=13\sqrt{18-2b^2}\cdot b \quad \Big|^2 \\ \sqrt{18-2b^2}-6b\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 34^2b^4+2\cdot 34\cdot 18\cdot b^2+18^2=169b^2\cdot 18-169\cdot 2b^4 \\ \sqrt{18-2b^2}-6b\geq 0 \\ 13\sqrt{18-2b^2}\,b\geq 0 \end{cases}$$

$$(34^2+2\cdot 169)b^4+(2\cdot 34\cdot 18-169\cdot 18)b^2+18^2=0 \qquad b^2=t.$$

$$(34^2+2\cdot 13^2)t^2+18\cdot(68-169)t+18^2=0$$

$$D=18^2\cdot 101^2-18^2\cdot 4\cdot(34^2+2\cdot 13^2)=18^2\cdot(101^2-4\cdot 34^2-8\cdot 13^2)=$$

$$=(169\cdot 33-6\cdot 169)\cdot 18^2=13^2\cdot 18^2\cdot(25)$$

$$t_1=\frac{101\cdot 18-13\cdot 18\cdot 5}{(34^2+2\cdot 13^2)\cdot 2}=\frac{18\cdot 36}{(34^2+2\cdot 13^2)\cdot 2}=\frac{9\cdot 36}{747}=$$

$$=\frac{3\cdot 36}{249}=\frac{36}{83}$$

$$t_2=\frac{101\cdot 18+13\cdot 18\cdot 5}{(34^2+2\cdot 13^2)\cdot 2}=$$

$$=\frac{18\cdot(166)}{747\cdot 2}=\frac{166}{83}=2$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3 (Продолжение)

$$\begin{cases} t_1 = \frac{36}{83} \\ t_2 = 2. \\ b^2 = t \end{cases} \Rightarrow b_1 = \frac{6}{\sqrt{83}}, \quad b_2 = \sqrt{2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{18-2b^2} - 6b \geq 0 \\ 13 \cdot \sqrt{18-2b^2} \cdot b \geq 0 \end{cases}$$

(отрицательные быть не могут так как $13 \cdot \sqrt{18-2b^2} \cdot b \geq 0$.

$$\sqrt{18-2b^2} - 6b \geq 0 \Rightarrow 18 - 2b^2 \geq 36b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^2 \leq \frac{18}{34}.$$

Подставим: $2 \geq \frac{18}{34} \Rightarrow \varnothing$ (не подходит)

$$\frac{36}{83} \vee \frac{18}{34} \Leftrightarrow 36 \cdot 34 \vee 18 \cdot 83$$

$$1224 \vee 830 + 640 + 24$$

Подходит. $\Leftarrow \frac{36}{83} < \frac{18}{34} \Leftarrow$

$$a = \sqrt{18-2b^2} \Rightarrow a = \sqrt{18 - \frac{2 \cdot 36}{83}} = \sqrt{18 \cdot \left(1 - \frac{4}{83}\right)} = \sqrt{18 \cdot \frac{79}{83}}$$

$$= \sqrt{\frac{1422}{83}}$$

2) $a < 0$. Случай.

$$a = -\sqrt{18-2b^2}$$

$$-\sqrt{18-2b^2} - 6b = \sqrt{18-2b^2} \cdot b \quad \uparrow^2$$

$$\begin{cases} 18 - 2b^2 + 36b^2 + 12\sqrt{18-2b^2}\, b = -\sqrt{18-2b^2} \cdot b \quad \uparrow^2 \\ \sqrt{18-2b^2} + 6b \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 34b^2 + 18 = -13\sqrt{18-2b^2} \cdot b \quad \uparrow^2 \\ \sqrt{18-2b^2} + 6b \leq 0 \end{cases}$$

$$34^2 b^4 + 2 \cdot 34 \cdot 18 b^2 + 18^2 = 169(18 - 2b^2)$$

$$\begin{cases} \sqrt{18 - 2b^2} + 6b \leq 0 \\ \cancel{13\sqrt{18-2b^2} \cdot b \geq 0} \\ 13\sqrt{18-2b^2} \cdot b \leq 0 \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 3

(Нумеровать только чистовики)

Задача №3 (Продолжение).

Получим: $b^2 = t$.

~~$13b^2 \geq 1$~~

$(34^2 + 2\cdot 13^2)t^2 + 18(68-169)t + 18^2 = 0$

Такое уравнение было и в первом случае, поэтому мы знаем корни:

$t_1 = 2 \Rightarrow b_1 = -\sqrt{2}$

$t_2 = \frac{36}{83} \Rightarrow b_2 = -\frac{36}{\sqrt{83}}$, так как условие:

$13\sqrt{18-7b^2}\cdot b \leq 0.$

Второе условие: $\sqrt{18-7b^2} + 6b \leq 0$

~~$\sqrt{18-7b^2} \leq -6b$~~ ~~Подставим:~~ Зная прошлый случай, понятно, что $-\sqrt{2}$, подходит, а $-\frac{6}{\sqrt{83}}$, нет.

$a_2 = -\sqrt{18-2b_2^2} \Rightarrow a = -\sqrt{18-4} = \cancel{\sqrt{83}} - \sqrt{14}$

Получили в результате:

$a_1 = -\sqrt{14}$, $b_1 = -\sqrt{2}$

$a_2 = \sqrt{\frac{1472}{83}}$, $b_2 = \frac{6}{\sqrt{83}}$

$x_1 = a_1 + 6 \Rightarrow x_1 = 6 - \sqrt{14}$, $y_1 = b + 1 \Rightarrow y_1 = 1 - \sqrt{2}$.

$x_2 = a_2 + 6 \Rightarrow x_2 = 6 + \sqrt{\frac{1472}{83}}$, $y_2 = b + 1 \Rightarrow y_2 = 1 + \frac{6}{\sqrt{83}}$

Ответ: ~~$(6-\sqrt{14}, 1-\sqrt{2})$~~ $x_1 = 6 - \sqrt{14}$, $y_1 = 1 - \sqrt{2}$

$x_2 = 6 + \sqrt{\frac{1472}{83}}$, $y_2 = 1 + \frac{6}{\sqrt{83}}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача №7

$$F(ab)=F(a)+F(b)$$

$$F(2)=F(1\cdot 2)=F(1)+F(2) \Rightarrow F(1)=0.$$

$$F(x\cdot \tfrac{1}{x})=F(1)=0$$

$$F(x\cdot \tfrac{1}{x})=F(x)+F(\tfrac{1}{x}) \Rightarrow F(x)=-F(\tfrac{1}{x})$$

$F(2)=[\frac{2}{2}]=1$

$F(3)=[\frac{3}{2}]=1$

$F(4)=F(2\cdot2)=F(2)+F(2)=2$

$F(5)=[\frac{5}{2}]=3$

$F(6)=F(2\cdot3)=F(2)+F(3)=2$

$F(7)=[\frac{7}{2}]=3$

$F(8)=F(2\cdot4)=F(2)+F(4)=3$

$F(9)=F(3\cdot3)=F(3)+F(3)=2$

$F(10)=F(2\cdot5)=F(2)+F(5)=4$

$F(11)=[\frac{11}{2}]=5$

$F(12)=F(2\cdot6)=F(2)+F(6)=3$

$F(13)=[\frac{13}{2}]=6$

$F(14)=F(2)+F(7)=4$

$F(15)=F(3)+F(5)=4$

$F(16)=F(2)+F(8)=4$

$F(17)=[\frac{17}{2}]=8$

$F(18)=F(2)+F(9)=3$

$F(19)=[\frac{19}{2}]=9$

$F(20)=F(2)+F(10)=5$

$F(21)=F(3)+F(7)=4$

$F(22)=F(2)+F(11)=6$

Итог: Со значением: 1 – 2 числа
2 – 3 числа
3 – 5 чисел
4 – 5 чисел
5 – 2 числа
6 – 2 числа
7 – 0 чисел
8 – 1 число
9 – 1 число

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №7 (Продолжение)

Заметим, что ~~если~~ $F(\frac{x}{y}) = F(x) + F(\frac{1}{y})$, А выше мы вывели, что $F(\frac{1}{y}) = -F(y) \Rightarrow F(\frac{x}{y}) = F(x) - F(y)$

Получается, что $F(\frac{x}{y}) < 0$, когда $F(x) - F(y) < 0$.

А мы знаем сколько каких значений:

$2\cdot(19) + 3\cdot(16) + 5\cdot(11) + 5\cdot(6) + 2\cdot(4) + 2\cdot(2) + 1\cdot(1) =$

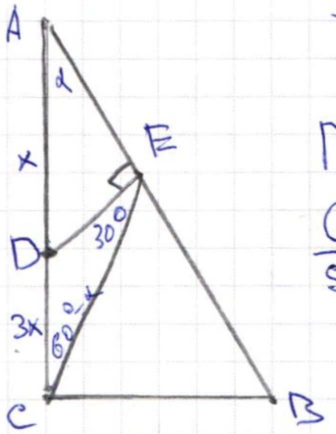
$= 38 + 48 + 55 + 30 + 8 + 4 + 1 = 184$

Такое выражение получилось так: ~~со значением~~ x со значением 1 - 2 штуки значит y больше x, ровно $21 - 2 = 19$. И так делаем для каждого значения.

Ответ: 184

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4



$\frac{AD}{DC}=\frac{1}{3} \Rightarrow AD = x,\ DC = 3x$

По т-ме синусов в $\triangle AEC$:

$\frac{CE}{\sin(CAE)} = \frac{AE}{\sin(ACE)}$

$S_{\triangle ADE} = \frac{AD\cdot DE\cdot \sin(\angle ADE)}{2}$

$S_{\triangle EDC} = \frac{ED\cdot DC\cdot \sin(\angle EDC)}{2}$

$\sin(\angle ADE) = \sin(\angle EDC) = \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle CDE}} = \frac{1}{3}.$

$3\cdot S_{\triangle ADE} = S_{\triangle CDE} \Rightarrow \frac{3\cdot AE\cdot ED\cdot \sin 90^\circ}{2} = \frac{DE\cdot EC\cdot \sin 30^\circ}{2}$

$\Rightarrow CE = \frac{3AE}{\sin 30^\circ}$. Обозначим $\angle CAE = \alpha \Rightarrow \angle ACE = 60^\circ - \alpha$ (сумма углов $\triangle ACE$).

Подставим в т-му синусов:

$\frac{\left(\frac{3AE}{\sin 30^\circ}\right)}{\sin\alpha} = \frac{AE}{\sin 60^\circ - \alpha} \Rightarrow 3\sin(60^\circ-\alpha) = \sin\alpha\cdot\sin 30^\circ$

$3\cdot(\sin 60^\circ\cdot\cos\alpha - \cos 60^\circ\cdot\sin\alpha) = \sin\alpha\cdot\cancel{\sin 30^\circ}\cdot\frac{1}{2}$

$6\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\cos\alpha - \frac{1}{2}\cdot\sin\alpha\right) = \sin\alpha$

$3\sqrt{3}\cos\alpha - 3\sin\alpha = \sin\alpha \Rightarrow 3\sqrt{3}\cos\alpha - 4\sin\alpha = 0$

$3\sqrt{3}\cos\alpha = 4\sin\alpha \quad |:\cos\alpha \neq 0.$

$3\sqrt{3} = 4\,tg\,\alpha \Rightarrow tg\,\alpha = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$

Задача №4 (Продолжение)

$S_\triangle CED = \cancel{\frac{DE \cdot EC \cdot \sin 30^0}{2}} = 3 \cdot S_\triangle AED.$

$tg\alpha = \frac{3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{DE}{AE} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow DE = 3\sqrt{3}a$

По т-ме пифагора $AE = 4a$.

$AD^2 = \sqrt{DE^2 + AE^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{7}}{4} = \sqrt{3\sqrt{3}^2a^2 + 4^2a^2} =$

$= a\sqrt{27+16} = a\sqrt{43} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{7}}{4 \cdot \sqrt{43}}$

~~Т~~ мы уже выяснили, что ~~AE~~ $EC = \frac{3AE}{\sin 30^0}$

$\cancel{S_\triangle CED = \frac{3 \cdot AE}{\sin 30^0} \cdot DE \cdot \sin 30^0}$

$S_\triangle CED = 3 \cdot S_\triangle AED = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4\cdot\sqrt{43}} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4 \cdot \sqrt{43}} \cdot 3\sqrt{3} \cdot \sin 90^0}{2} \cdot 3$

$= \frac{3 \cdot AE \cdot ED \cdot \sin 90^0}{2} = \frac{\frac{7}{43} \cdot 3\sqrt{3} \cdot 3}{8} = \frac{63\sqrt{3}}{43 \cdot 8} =$

$= \frac{63\sqrt{3}}{344}$

Ответ: а) $tg\alpha = \frac{3\sqrt{3}}{4}$, б) $S_\triangle CED = \frac{63\sqrt{3}}{344}$,

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

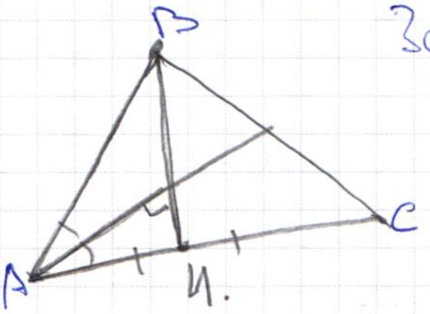
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.



Заметим, что медиана из точки B перпендикулярна биссектрисе из точки A, тогда и только тогда, когда сторона AC в два раза больше стороны AB. (В произвольном треугольнике ABC).

Ведь в $\triangle ABM$, где M — основание медианы BM, высота является биссектрисой $\Rightarrow AB = AM$.

Получается в произвольном треугольнике у одна из сторон должна быть в два раза больше другой.

Обозначим одну сторону за x, другую за $2x$, третью за y, получается $3x + y = 900$,

и н-ва треугольника: $x + y > 2x \Rightarrow y > 225$

$x + 2x > y \Rightarrow \cancel{y < 150}\ y < 450$, и заметим, что y должен делится на 3, так как стороны целые. Ну и заметим, что ~~стороны~~ треугольники не повторятся, так наименьшая сторона — уменьшается от 224 до 151. (Получается если ~~будет~~ два в треугольнике не совпадут $\Rightarrow$ общее число: $74 = \frac{450-225}{3} - 1$ (так как не включая). Ответ: 74.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача 56

Начертим: $y = -8x^2 + 6x + 7$

$x_в = \frac{-6}{-8\cdot 2} = \frac{3}{8}$

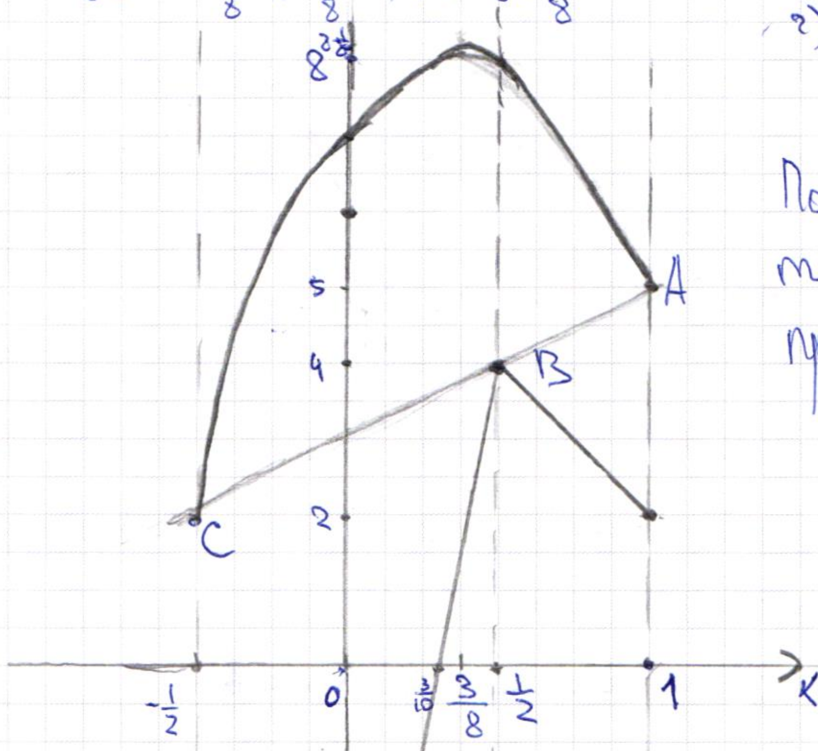
$y_в = -\frac{9}{8} + \frac{18}{8} + 7 = 8 + \frac{1}{8}$

$y = 8x - 6|2x-1|$

1) $x \geq \frac{1}{2}$:

$8x - 12x + 6 = -4x + 6 = y$

2) $x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 20x - 6 = y$



Введем точки ABC: ~~назовем~~

$A(1,5)$; $B(\frac{1}{2}, 4)$

$C(-\frac{1}{2}, 2)$

Посмотрим лежат ли точки A,B,C на одной прямой:

$$\begin{cases} 5 = a\cdot 1 + b \\ 4 = \frac{1}{2}\cdot a + b \end{cases}$$

Запишем уравнения прямой для точек A, B.

$\Downarrow$

$$\begin{cases} b = 5 - a \\ 4 = \frac{1}{2}a + 5 - a \end{cases}$$

$-1 = -\frac{1}{2}a \Rightarrow a = 2$

$\Rightarrow b = 3.$

Подставим точку C:

$2 \stackrel{?}{=} 2\cdot -\frac{1}{2} + 3$

$2 = 2 \Rightarrow$ Подходит.

Получается, что точки A,B,C лежат на одной прямой

Ответ: $a = 2$
$b = 3$

Заметим, что если прямая будет отличная ~~отлична~~ от прямой $y = 2x + 3$, то она пересечёт один из графиков $\Rightarrow$ условие не выполняется (Потому что не возможно пройти над точкой B и под точками A, C, если они лежат на одной прямой.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

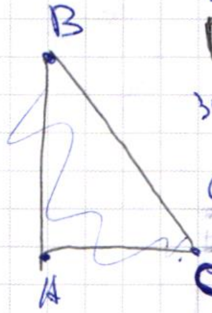
ШИФР

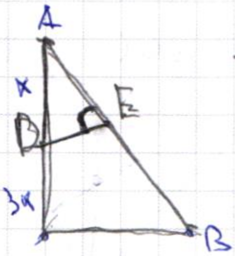
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

sin α — 30° 41° 60° — 1 2 3

cos α — 3 2 1





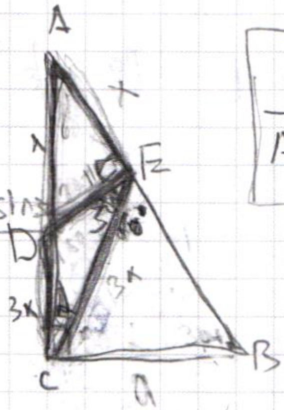
~~CE·sin α~~

$$\frac{CE}{\sin\alpha} = \frac{AE}{\sin(60^\circ-\alpha)} \qquad \frac{\sin 30^\circ}{\sin\alpha} = \frac{1}{\sin(60^\circ-\alpha)}$$

$\sin(60^\circ-\alpha)\sin 30 = \sin\alpha$

$$\frac{1}{s(60-\alpha)} = \frac{DE}{AD}$$

sin6



$$\boxed{\frac{x}{AB} = \frac{DE}{CB} = \frac{AE}{4x}}$$

$\sin 60\cos\alpha - \cos$

$$\frac{AE\cdot DE\cdot 1}{2} = \frac{DE\cdot EC\cdot\sin}{2\alpha}$$

$$\frac{x^2}{AE^2} - 1$$

$$EC = AE\cdot\sin 30\alpha \frac{x^2-AE^2}{AE^2}$$

$$\frac{x}{AB} = \frac{AE}{4x}$$

$$S_1 = \frac{AE\cdot DE}{2}$$

$$AE^2 = \frac{x^2-AE^2}{-x^2+\frac{1}{AE^2}}$$

$$\frac{DE}{CB} = \frac{AE}{4x} \Rightarrow A$$

$S_2 = CE\cdot BE$

$$AE = \sqrt{x^2-DE^2}$$

$$CB = \sqrt{AB^2-4x^2}$$

$$\frac{AE^2}{16x^2} = \frac{x^2-AE^2}{\frac{16x^4-16x^2}{AE^2}}$$

$$\frac{x}{AB} = \frac{\sqrt{x^2-AE^2}}{\sqrt{AB^2-16x^2}} = \frac{AE}{4x}$$

$$\frac{AE}{4x} = \frac{\sqrt{x^2-AE^2}}{\sqrt{\frac{16x^4}{AE^2}-16x^2}}$$

$$\frac{x}{AB} = \frac{AE}{4x} \Rightarrow AE\cdot AB = 4x^2$$

$$AB = \frac{4x^2}{AE}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

10 1 7 x $\boxed{1\ 4\ 7}$ 1 4 $\boxed{4-1}$

$9 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 25$ 3 || 1

$2x + 4y = 0$

$4x = 2900$

$3x + 9 = 2900$

$y > x$

3ADE

$x = 7x$

$5x = 2900$

SADE

163

2 3 4

$\frac{24}{394}$

S CED =

$3\sqrt{3}\cos\alpha = 4\sin\alpha$

$\frac{3\sqrt{3}}{4}$

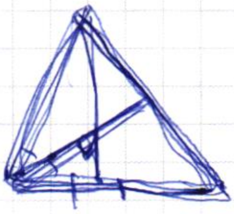
$\frac{\sqrt{7}}{4}$

abc

180 480 180

AD

$S_{\triangle}S_{CDE} =$



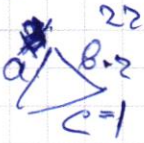
$\frac{DE \cdot EC \cdot \sin\beta}{2}$

$\frac{DE}{AE} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$3\sqrt{3}a^2 + 4a^2$

$225 : 3$

225 400 225 228 9448 224 450 225

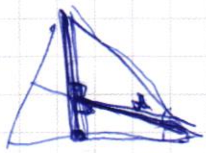


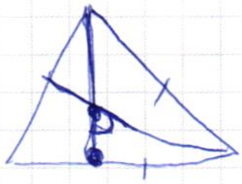
$\begin{bmatrix} x & 2x & y \\ x & y & 2x \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x & 2x & y \\ y & 2x & x \end{bmatrix}$

$\boxed{3x^2 - 6|x-1| \le ax + b \\ ax + b \le -3x^2 + 6x + 7}$

$3x + 4y = 2900$





~~$3x^2 - 6|x-1| - 4x + 8$~~

$\boxed{y, x, 7x = 2900}$ $\boxed{x = 4}$

225 450

$6x = 2900$

$\boxed{y = 2}$

$y, 2x, x$

$-3x^2 + 6x + 7 - ax - b \ge 0$

$D = 36 - 3 \cdot 56$

$-3x^2 + x \cdot (6-a) + 7 - b \ge 0$

$D = 36 - 12a^2 + a^2 + 56 \cdot 4 - b$

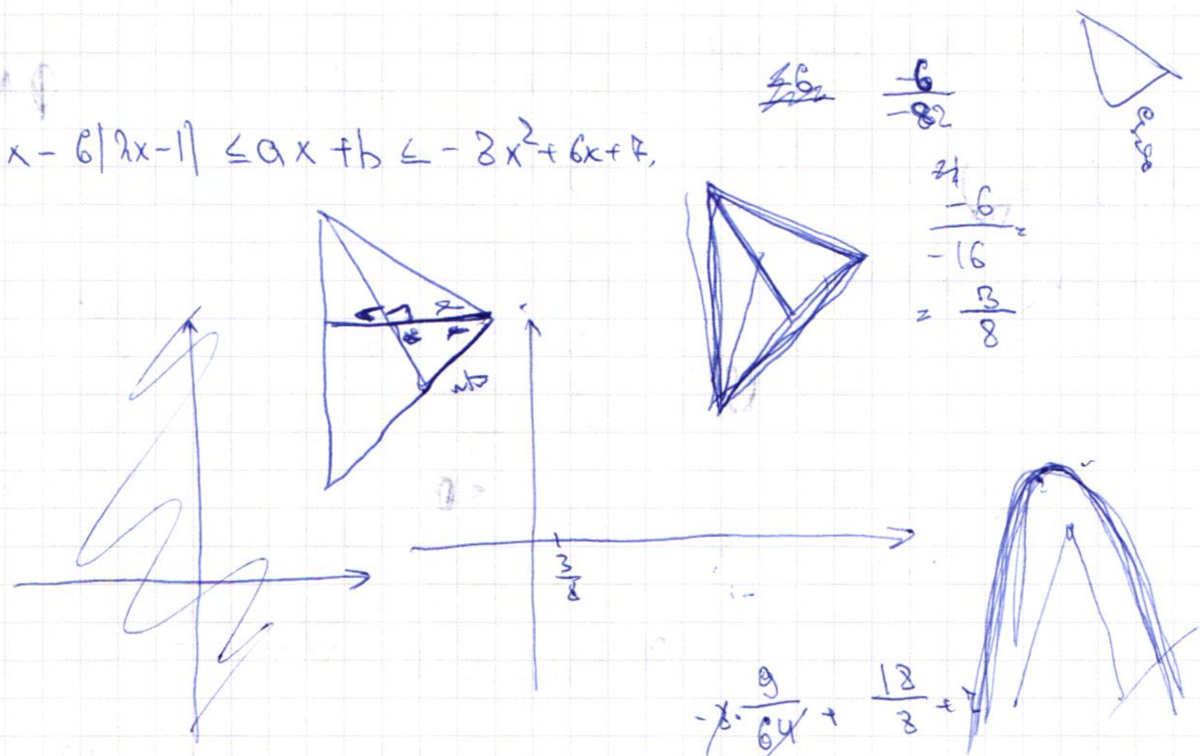
150 450 300 150 450 300 225 450

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Зас

$8x - 6|2x-1| \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7$.

$\frac{-6}{-8 \cdot 2}$ $= \frac{-6}{-16} = \frac{3}{8}$



$-8 \cdot \frac{9}{64} + \frac{18}{8} + 7$

$8x - 6|2a-1| = 9$

$-8 + 6 + 7$

13

$\frac{-9}{8} + \frac{18}{8} = \frac{9}{8} + 7$

$8 + \frac{1}{8}$

$8x - 12 + 6 = y$

$\cancel{8x-6} = 9$

$8x - 12x + 6$

$8x$

$\boxed{-4x + 6 = y}$

$8x + 12x - 6 \quad 20x - 6$

$8x-6|x+1|$ $ax+b \le -8x^2+6x+7$

$F(1)=0$

$F(2)=1$

$F(3)=1$

$F(4)=F(2\cdot 2)=F(2)+F(2)=2$

$F(5)=2$

$\begin{cases} 8x-6|x-1| \le ax+b \\ -8x^2+6x+7 \le ax+b \end{cases}$

$-2 \le -1$

$F(6)=(3\cdot 2)=2$

$-2 < 0$

$F(7)=3$

$-2 \le -1$

$\boxed{F\left(\frac{a}{m}\right) \vee 0}$ $F(a)$

$F(8)=F(4)+F(2)=3$

$F(9)=2$

$F(10)=4$

$\boxed{-8x^2+6x+7 \ldots \le 2ax+2b}$

$F\left(\frac{2}{3}\right)=$ $F(a)$ $F(b)$ $F(a)-F(b) \vee 0$

$F(a)+F\left(\frac{1}{b}\right) \vee 0$ a $a>m$

$F(ab)=F(a)+F(b)$

$F(a) \vee F(m)$

$F(2)-F(3)$ $F(p)=[p/2]$ $\boxed{F\left(\frac{a}{b}\right) \vee 0}$

$F(a) \vee F(m)$

$\frac{a}{m}>1$

$2 \le x \le 22$

$2 \le y \le 22$

$F(a)=\left(\frac{a}{m}\cdot m\right) \vee F(m\cdot 1)$

$F\left(\frac{x}{y}\right)<0$

$F\left(\frac{x}{y}\right)<0$ $=F\left(\frac{a}{m}\right)+\cancel{F(m)} \vee \cancel{F(m)}+F(1)$

$F\left(\frac{a}{m}\right) \vee 0$ $\boxed{2k+1 \to k}$

$F\left(x\cdot\frac{1}{y}\right)=F(x)+F\left(\frac{1}{y}\right)$

$F(1\cdot 2)=F(1)+F(2)$

$F\left(\frac{1}{y}\cdot y\right)=F\left(\frac{1}{y}\right)+F(y)$

$F(1)=F\left(\frac{1}{y}\right)+F(y)$

$-F\left(\frac{1}{y}\right)=F(y).$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2 3 5 5 2 2 0 1 1

$\cancel{101}$

$a = a_1$

$b = a_1 \cdot b_1$

$c = a_1 \cdot b_1^2$

$34^2 + 7 \cdot 169$ $\quad 101^2 - 64^2$

$\boxed{b^2 = 7.}$ $\quad \boxed{34^2 + 7 \cdot 13^2} + 18 \cdot ($ $\quad \boxed{184}$

$175 \quad 19$

$34^2 - 7 \cdot 13^2$

175

$34^2 - 13^2 = \cancel{(34-13)}\cancel{(34+13)}$

145

$a_1 x^2 - 2a_1 b_1 \cdot x + a_1 \cdot b_1^2 = 0$

2

$D = 4a_1^2 b_1^2 - 4a_1^2 b_1^2 = 0$ $\quad \cancel{34 \cdot 34}$ $\quad 165 \cdot (37)$ $\quad 90$

$x_1 = \frac{2a_1 b_1}{2a_1} = \cancel{1}\ b_1$

$38 + 48 = 64$

$a_1 \cdot b_1^3 = 1 \quad a_1 \cdot (x^2 - 2b_1 x + b_1^2) = 0$

$(x - b_1)^2$ $\quad 34^2 b^4 + 20 \cdot 34 \cdot 2 \cdot b^2 + 20^2 = 13^2 \cdot \sqrt{20 - 7b^2}$

$a_1 \cdot b_1^3 = b_1 \Rightarrow \boxed{a_1 \cdot b_1^2 = 1.}$

$36 + 2 = 38$

$34b^2 + 20 = 13\sqrt{20 - 7b^2} \;]^2$

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$$

$a \quad b$

$a^2 - 12ab + 36b^2 = ab$

$(x-6) \cdot (y-1)$

$\boxed{\begin{matrix} x^2 - 12x + 36 \\ y^2 - 4y + 4. \end{matrix}}$ $+ y^2 - 20$

$$\begin{cases} a^2 - 13ab + 36b^2 = 0 \\ a^2 + 7b - 20 = 0 \end{cases}$$

$a - 6b = \sqrt{ab} \;]^2$

$(x-6)^2 + (y-2)^2 + y^2 - 20 = 0$ $\quad a^2 + 2b^2 - 20 = 0$

$(x - 6)^2 + 2(y-1)^2 - 20 = 0$ $\quad a = \sqrt{20 - 7b^2}$

$$\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + 2b^2 - 20 = 0 \end{cases}$$

$\sqrt{20 - 7b^2} - 6b = \sqrt{\sqrt{20 - 7b^2}\, b} = 0$

$\sqrt{20 - 7b^2} - 6b = \sqrt{(20 - 2b^2)\, b^2} \;]^2$

$a^2 = \sqrt{20 - 7b^2}$

$34b^2 - 13\sqrt{20 - 2b}\ \cancel{b} + 20 = 0 \quad 20 - 2b^2 - 12\sqrt{20 - 7b^2}\, b + 36b^2 = \sqrt{20 - 7b^2} \cdot b$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$18-4=\cancel{12-6\sqrt{2}}$

$101+68=\boxed{169}\cdot(33)$

12

$18-$

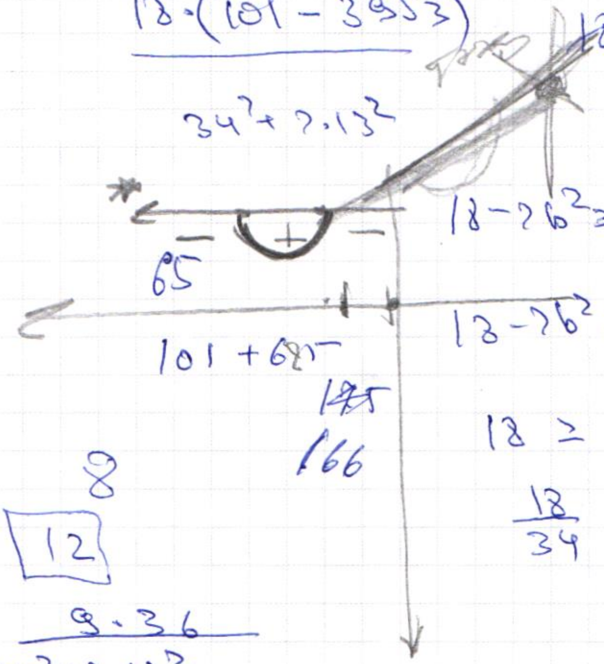
$\boxed{3\sqrt{3}}$

$-6\sqrt{2}$

$18\cdot(101-39\sqrt{3})$

$\frac{18}{\sqrt{18\cdot(1-\frac{4}{83}}}$

$34^2+2\cdot 13^2$



$18\cdot 79$

790

72

$\boxed{1422}$

65

$101+685$

166

$\boxed{79}$

83

$18-2b^2\geq 6b$

$18-2b^2\geq 36b^2$

$18\geq 34b^2$

$\frac{18}{34}\geq b^2$

$\frac{18}{34} \vee \frac{36}{83}$

8

$\boxed{12}$

$\frac{9\cdot 36}{34^2+2\cdot 13^2}$

$\boxed{2}=\frac{9\cdot 36}{4\cdot 17^2+2\cdot 13^2}=\frac{9\cdot 18}{2\cdot 17^2+13^2}$

$18\cdot 830$ $\boxed{34\cdot 36}$

$(35-1)(35+1)=$

35^2-1

1225

1224

$18\cdot 83$

$17\cdot 17=119+170=\boxed{289}$

$289+289=\boxed{578}$

$578-169=\boxed{247}$

169

$18\cdot 83$

1440

$\sqrt{253\cdot\sqrt{2}}$

$-2\sqrt{3}+6\sqrt{2}=\sqrt{253\cdot\sqrt{2}}$

830

$\times 640$

200

240

$\boxed{949}$

$a=-2\sqrt{3}$

$b=-\sqrt{2}$

578

163

600

130

400

18

160

20 33

$\boxed{83}$ 13

$84-24\sqrt{2}=2\sqrt{6}$

$24=26\sqrt{6}$

$42=4\sqrt{6}$

$72+12-24\sqrt{6}=2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}$

$6\sqrt{2}-2\sqrt{3}=\sqrt{253\cdot\sqrt{2}}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)