МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Т.к. a, b, c - последовательные члены геометрической прогрессии, то $b = q\cdot a$, $c = q^2\cdot a$, где q - знаменатель этой прогрессии

Тогда 4 член этой прогрессии - d, равен $q^3 a$

$ax^2+2bx+c = ax^2+2aqx+q^2a$

$D=(2aq)^2-4\cdot a\cdot aq^2 = 4a^2q^2-4a^2q^2=0$

$d = x = \frac{-2aq}{2a} = -q$

$-q = q^3\cdot a \Rightarrow \left[\begin{array}{l} q=0, \\ a\cdot q^2=-1, \end{array}\right.$ - что и является третьим членом прогрессии

Если $q=0$, то все члены последовательности кроме 1 равны 0, а значит и третий член

Ответ: -1 или 0.

№2

Если в треугольнике биссектриса перпендикулярна медиане, то треугольник, который образуют медиана, половина стороны, к которой она проведена, и другая сторона треугольника, вершиной которого является точка, из которой провели биссектрису, является равнобедренным, т.к. биссектриса ~~равна~~ является и высотой

А значит одна из сторон треугольника (начального) будет равна половине другой, пусть она будет равна a, вторая сторона соответственно - $2a$, и третья — b

Тогда периметр треугольника $P=a+2a+b=1200$

$3a+b=1200$

Из неравенства треугольника

$\begin{cases} a+2a>b, \\ b+a>2a; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1200-b>b \\ b>a; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b<1200, \\ b>\frac{1200-b}{3}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b<600, \\ 3b>1200-b; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b<600, \\ b>300; \end{cases}$

В равенстве $3a+b=1200$, $3a$ и 1200 кратны 3, значит и $b \vdots 3$

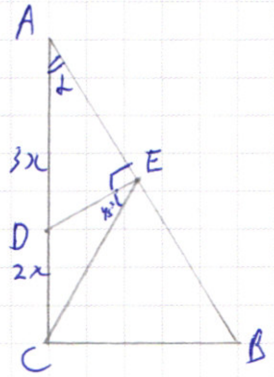
Всего чисел кратных 3 на промежутке $(300;600)$ — 98

Две другие стороны определяются однозначно ($\frac{1200-b}{3}$ и $\left(\frac{1200-b}{3}\right)\cdot 2$)

Значит всего таких треугольников 98

Ответ: 98

№4



Дано:

$\triangle ABC$ — прямоугольный ($\angle C=90^\circ$)

$D \in AC$, $AD:AC=3:5$

$E \in AB$, $DE \perp AB$

$\angle CED=45^\circ$

б) $AC=\sqrt{29}$

Найти:

а) $\operatorname{tg} BAC=?$ б) $S_{ABC}=?$

Решение

Пусть $\angle BAC=\alpha$, тогда надо найти $\operatorname{tg}\alpha$

Пусть $AD=3x$, тогда $AC=5x$, $DC=5x-3x=2x$

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ($\angle BAC$ - общий, $\angle AED=\angle ACB=90^\circ$)

$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$

$\frac{AE}{AD}=\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{AB}=\cos\alpha$

$\frac{AE}{3x}=\cos\alpha$

$AE = 3x \cdot \cos\alpha$

Из теоремы косинусов для $\triangle AEC$

$AC^2 = AE^2 + EC^2 - 2 \cdot \cos AEC \cdot AE \cdot EC$

$\angle AEC = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$, $\cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$25x^2 = AE^2 + EC^2 + \sqrt{2} \cdot EC \cdot AE$ (1)

Из теоремы косинусов для $\triangle DEC$

$EC^2 = DC^2 + ED^2 - 2 \cdot DE \cdot DC \cdot \cos CDE$

$\angle ADE = 90^\circ - \alpha$

$\angle CDE = 180^\circ - \angle ADE = 90^\circ + \alpha$

$\cos 90^\circ + \alpha = -\sin\alpha$

$EC^2 = 4x^2 + ED^2 + 4x \cdot DE \cdot \sin\alpha$

Заменив в выражении (1) EC^2, получим

$25x^2 = AE^2 + 4x^2 + ED^2 + 4x \cdot DE \cdot \sin\alpha + AE \cdot \sqrt{2} \cdot EC$

$DE = AD \cdot \sin\alpha = 3x \cdot \sin\alpha$, $AE = 3x \cdot \cos\alpha$

$AE^2 + ED^2 = AD^2 = 9x^2$

$25x^2 = 9x^2 + 4x^2 + 4x \cdot 3x \cdot \sin^2\alpha + \sqrt{2} \cdot 3x \cdot \cos\alpha \cdot EC$

$12x^2 - 12x^2 \cdot \sin^2\alpha = (3x \cdot \cos\alpha) \cdot \sqrt{2} \cdot EC$

$12x^2(1 - \sin^2\alpha) = 3x \cdot \cos\alpha \cdot \sqrt{2} \cdot EC$

$12x^2 \cdot \cos^2\alpha = 3x \cdot \cos\alpha \cdot \sqrt{2} \cdot EC$

Сократим на $3x \cdot \cos\alpha$ (ни x, ни $\cos\alpha$ не равны 0, т.к. $\angle BAC \neq 90^\circ$, ведь $\angle C = 90^\circ$, а x – это длина стороны)

$4x \cdot \cos\alpha = \sqrt{2} \cdot EC$

$EC = 2\sqrt{2}x \cdot \cos\alpha$

Подставив в теорему косинусов для $\triangle AEC$ и стороны AC, получаем

$AC^2 = AE^2 + 8x^2 \cdot \cos^2\alpha + \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}x \cdot \cos\alpha \cdot AE$

$AE = 3x \cdot \cos\alpha$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$25x^2 = 9x^2\cdot\cos^2\alpha + 8x^2\cdot\cos^2\alpha + 12x^2\cdot\cos^2\alpha$

$25 = 29\cos^2\alpha$

$\cos^2\alpha = \frac{25}{29}$

~~cos~~ $\sin^2\alpha = \frac{4}{29}$

$tg\,\alpha = \frac{\frac{2}{\sqrt{29}}}{\frac{5}{\sqrt{29}}} = \frac{2}{5}$

б) $ctg\,\alpha = \frac{1}{tg\,\alpha} = \frac{5}{2}$

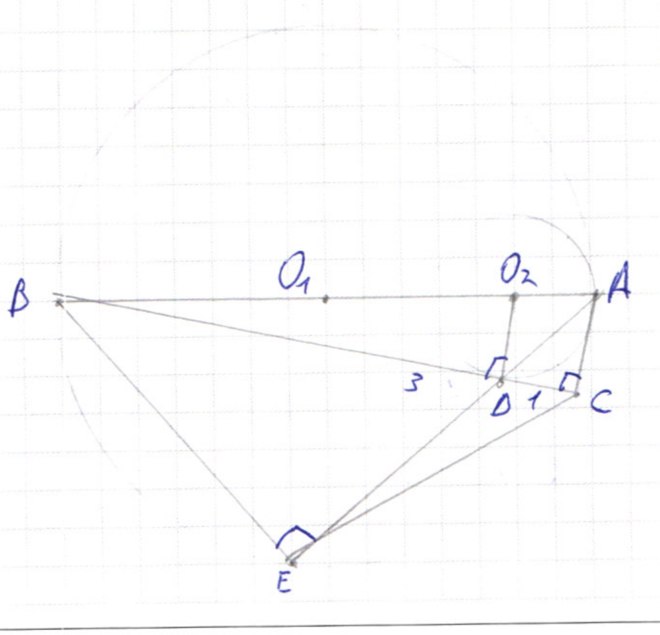
$\frac{AC}{BC} = \frac{5}{2}$

$BC = \frac{2}{5}\cdot\sqrt{29}$

$S_{ABC} = \frac{2}{5}\cdot\sqrt{29}\cdot\sqrt{29}\cdot\frac{1}{2} = \frac{29}{5} = 5{,}8\,(см^2)$

Ответ: $\frac{2}{5}$; $5{,}8\,см^2$.

№5



Дано:

$\Omega(O_1;R)$, $\omega(O_2;r)$

$R > r$

AB - диаметр Ω

BC касается ω в D, $C \in \Omega$

$AD \cap \Omega = A; E$

$CD = 1$, $BD = 3$

Найти:

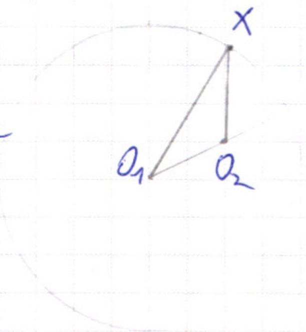
$R = ?$, $r = ?$, $S_{ABEC} = ?$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Решение

Лемма: если две окружности касаются внутренним образом, то отрезок, соединяющий центр большей окружности с точкой касания, содержит центр второй окружности

Доказательство: пусть окружность с центром в точке O_2 касается внутренним образом окружности с центром в точке O_1 в точке X, и $O_2 \notin XO_1$



Тогда отразим точку X симметрично O_1O_2, пусть получившаяся точка это будет точка Y

Тогда $O_2X = O_2Y$ и $O_1X = O_1Y$, значит

Y принадлежит обеим окружностям, а значит мы либо попали в точку X (чего быть не может, т.к. $X \notin O_1O_2$), либо Y является второй точкой пересечения окружностей, что противоречит условию, ведь окружность касаются

Значит $X \in O_1O_2$, значит $O_2 \in O_1X$, т.к. O_2 находится внутри окружности, X на ней и $O_1X > O_2X$, значит лемма доказана

По данной лемме $O_2 \in O_1A$

$\angle ACB = \angle BEA = 90^\circ$, т.к. опираются на диаметр

$O_2D \perp BC$ как радиус к касательной

$\triangle BAC \sim \triangle BO_2D$ по 2 углам, $\frac{O_2D}{AC} = \frac{3}{4} = \frac{BO_2}{AB}$

$\frac{r}{AC} = \frac{3}{4}$, $AC = \frac{4}{3}r$

$O_2A = r$

$AB = BO_2 + r$

$\frac{BO_2}{AB} = \frac{3}{4}$

$\frac{BO_2}{BO_2 + r} = \frac{3}{4}$

$4BO_2 = 3BO_2 + 3r$

$BO_2 = 3r$

$AB = 3r + r = 4r$

В $\triangle ABC$ по теореме Пифагора

$AB^2 = AC'^2 + BC^2$

$16r^2 = \frac{16}{9}r^2 + 16$

$\frac{128}{9}r^2 = 16$

$r^2 = \frac{9}{8}$

$r = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

$AB = 2R = 4r$

$R = 2r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

В $\triangle ADC$ по теореме Пифагора

$AD^2 = AC^2 + DC^2$

$AC = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}$

$AD^2 = 2 + 1 = 3$

$AD = \sqrt{3}$

$\sin ADC = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

В $\triangle ABE$ и $\triangle DBE$ по теореме Пифагора

$BE^2 + DE^2 = BD^2 = 9$ и $BE^2 + (DE + AD) = AB^2$

$BE^2 + (DE + \sqrt{3})^2 = 18$

$(BE^2 + DE^2) + 2\sqrt{3} \cdot DE + 3 = 18 \Rightarrow 2\sqrt{3}DE = 6$, $DE = \sqrt{3}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$AE=\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$S_{ABEC}=\frac{AE\cdot BC\cdot \sin APC}{2}=\frac{2\sqrt{3}\cdot 4\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{2}=4\sqrt{2}(см^2)$

Ответ: $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ см, $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ см, $4\sqrt{2}$ см^2

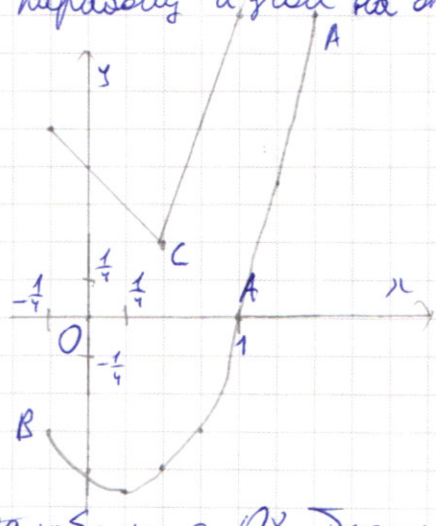
№6

$2x^2-x-1$ задаёт параболу с вершиной $(\frac{1}{4};-\frac{9}{8})$

А $x+|2x-1|$ угол с вершиной $(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$

$ax+b$ же прямая

Построим ~~данные~~ параболу и угол на отрезке OX $[-\frac{1}{4};\frac{3}{2}]$



~~Пусть пересечение~~ параболы с OX будет точка A, а её значение при $-\frac{1}{4}$ B. Пусть значениями параболы при $-\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{2}$ будут B и A

Тогда чтобы прямая $ax+b$ была ~~выше~~ не ниже параболы на $[-\frac{1}{4};\frac{3}{2}]$, она должна не пересекать отрезок AB или ~~совпадать~~ содержать его

Рассмотрим значение $ax+b$ ~~в точке~~ $\frac{1}{}$ при $x=\frac{1}{2}$, прямая AB имеет ~~формулу~~ уравнение: $\frac{x+\frac{1}{4}}{\frac{3}{2}+\frac{1}{4}}=\frac{y+\frac{3}{4}}{2+\frac{3}{4}}\Rightarrow\frac{x+\frac{1}{4}}{7}=\frac{y+\frac{3}{4}}{11}\Rightarrow y=\frac{11}{7}x$ ~~$+\frac{10}{28}$~~ ~~$y=\frac{11}{28}x$~~

$y=\frac{11}{7}x+\frac{10}{28}$, значит при $x=\frac{1}{2}$, она ~~принимает значен~~ имеет координату $(\frac{1}{2};\frac{3}{7})$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Тогда $ax+b$ при $x=\frac{1}{2}$ находится между $\frac{3}{7}$ и $\frac{1}{2}$

Пусть $x+(2x-1)$ в $x=+\frac{1}{2}$ будет точкой C, а при $x=\frac{3}{2}$ D

Тогда $ax+b$ ~~может~~ не выше CD

~~Ур. Уравнение CD: $\frac{x-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}=\frac{y-\frac{1}{2}}{3-\frac{1}{2}} \Rightarrow x-\frac{1}{2}=\frac{y-1}{\frac{5}{2}} \Rightarrow y=\frac{5}{2}x-\frac{1}{4}$~~

Уравнение CD: $y=3x-1$

Чтобы наша прямая не была ~~выше~~ ниже AB и ~~ниже~~ выше CD, у координаты точки K должна быть больше чем у точки пересечения AB с OY, где K точка пересечения $ax+b$ с OY, и AX была не выше CD, первое достигается когда b больше у пересечения AB с OY, который равен $-\frac{3}{7}$, а второе когда точка AX ~~вто~~ при $x=\frac{1}{2}$ не выше C

Уравнение AX: $\frac{x-0}{\frac{3}{2}-0}=\frac{y-b}{2-b} \Rightarrow y=\frac{(4-2b)x}{3}+b$

$\frac{(4-2b)}{3}\cdot\frac{1}{2}+b\leq\frac{1}{2}$

$\frac{2-b}{3}+b\leq\frac{1}{2}$

$2-b+3b\leq\frac{3}{2}$

$2+2b\leq\frac{3}{2}$

$2b\leq-\frac{1}{2}$

$b\leq-\frac{1}{4}$

Значит $b\in[-\frac{1}{4};-\frac{3}{7}]$

А a должно быть ~~меньше~~ не больше, чем коэффициент у прямой CK и не меньше, чем у AK

] A

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{x-0}{\cancel{0-1}} =$

$\frac{x-0}{\frac{1}{2}-0} = \frac{y-b}{0-b}$

$\frac{x-0}{1-0} = \frac{y-b}{0-b}$

$y = 2bx + b$

$y = -bx + b$

$a \leq 2b$

$a \in [-b; 2b]$

$(1;0)$

$(0;b)$ $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

$(0;b)$ $(\cancel{2;1})$

$\frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 =$

$\cancel{(0;b)}$

$-\frac{5}{8}$

$\cancel{ax+}$ $\frac{1}{2}a + b \leq \frac{1}{2}$

$D = 1 + 8 = 9$

$\frac{1}{2}a + b \leq \frac{1}{2}$ $\quad a + b \geq 0 \;|\cdot -1$

$x_1 = \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2}$

$-a - b \leq 0$

$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x-1|$

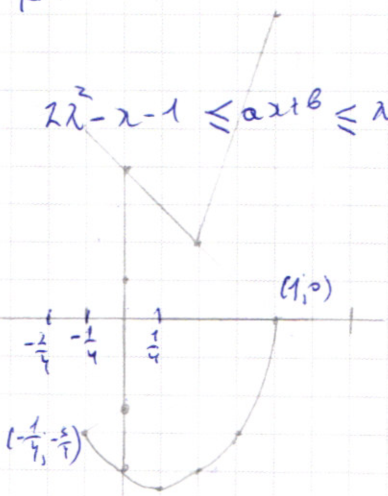
$x_2 = \frac{1+3}{4} = 1$

$-\frac{1}{2}a \leq \frac{1}{2} \;|: -\frac{1}{2}$ $\quad b \in [-1; 1]$

$a \geq \frac{1}{2}$ $\quad a \in$

$\frac{2}{8} - \frac{6}{8} - 1 = -\frac{3}{4}$

$1 - x$



$b \in [-1, 1]$

$a \leq 3 + 4b$

$0 = ax + b$

$x = -\frac{b}{a}$

$\frac{x + \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{y + \frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}$

$b \geq -1$

$-\frac{b}{a} \leq 1$

$\frac{x + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{y + \frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}$

$-\frac{a}{4} + b \geq -\frac{3}{4}$

$-b \leq a$

$-a \leq b$

$a \leq 3 + 4b$

$a - 4b \leq 3$

$\cancel{a \geq b}$

$3x + \frac{3}{4} = 5y + \frac{15}{4}$

$y = \frac{3}{5}x - \frac{3}{5}$ $\quad x = 0$ $\quad y = -\frac{3}{5}$

$b \in [-\frac{3}{5}; 1]$

$12x + 3 = 20y + 15$ $\quad 20y = 12x - 12$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$f(\frac{1}{18})=-5$ $f(\frac{1}{12})=-4$ $f(\frac{1}{3})=-2$ $f(\frac{1}{3})=f(\frac{1}{9})+2$

$f(\frac{1}{9})=-4$ $f(\frac{1}{6})=-3$ ~~$f(\frac{1}{3})=2f(\frac{1}{3})+1$ $f(\frac{1}{3})=-1$~~

$f(\frac{1}{5})=2f(\frac{1}{5})+2$

$f(x\cdot\frac{1}{4})<0$

$f(\frac{1}{10})=f(\frac{1}{5})-1$

$f(\frac{1}{6})=f(\frac{1}{2})+f(\frac{1}{3})$

$f(\frac{1}{9})=2+f(\frac{1}{3})$

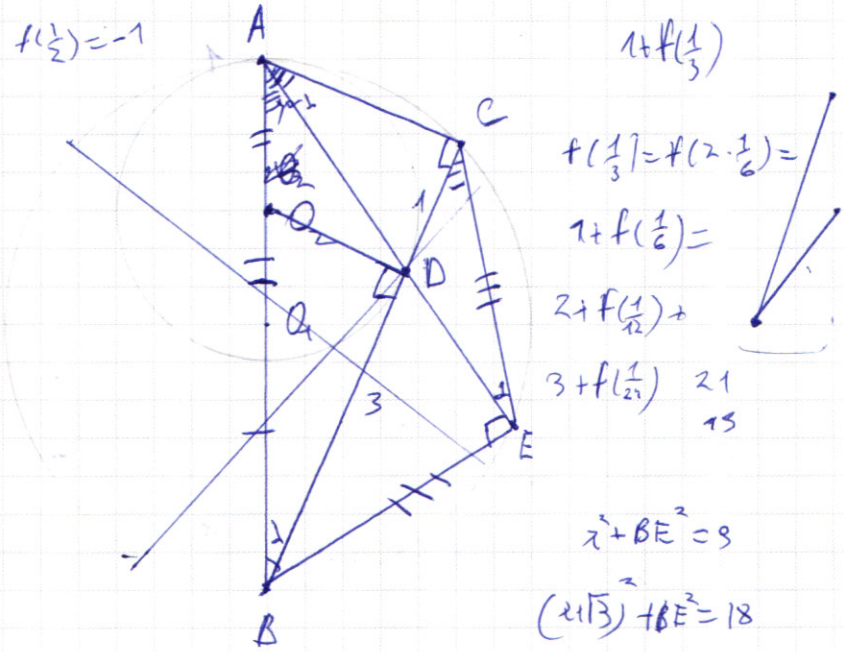
$f(x)+f(\frac{1}{4})<0$

$f(\frac{1}{3})=f(\frac{1}{6})+1$

$2+f(\frac{1}{3})=2f(\frac{1}{3})$

$f(\frac{1}{2})=-1$

$1+f(\frac{1}{3})$



$f(\frac{1}{6})=1$ $f(\frac{1}{3})=2$

$f(\frac{1}{4})=-2$

$f(\frac{1}{12})=0$

$f(\frac{1}{8})=-3$

$f(\frac{1}{25})=4+f(\frac{1}{5})=$

$f(\frac{1}{16})=-4$

$2f(\frac{1}{5})$

$f(\frac{1}{3})=f(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2})=$

$f(\frac{1}{5})=4$

$f(\frac{2}{3})-1=$

$f(\frac{1}{10})=3$

$f(\frac{1}{3})+1+t-1)$

$f(\frac{1}{20})=2$

$f(\frac{1}{3})=f(2\cdot\frac{1}{6})=$

$1+f(\frac{1}{6})=$

$2+f(\frac{1}{12})+$

$3+f(\frac{1}{24})$ 21 15

$f(\frac{1}{49})=6+f(\frac{1}{7})$ $\sin\angle=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$=2f(\frac{1}{7})$

$f(\frac{1}{7})=6$

$1+2=3$

$\sin(90+\angle)=\sin\angle\cdot\cos 90^\circ$

$f(\frac{1}{11})=5$

$+\sin 90^\circ\cdot\cos\angle=\cos\angle=$

$f(\frac{1}{21})=8$

$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$f(\frac{1}{3})=4$

$f(\frac{1}{121})=1$

$x^2+BE^2=9$

$(x+\sqrt{3})^2+BE^2=18$

$(x+\sqrt{3})^2-x^2=9$

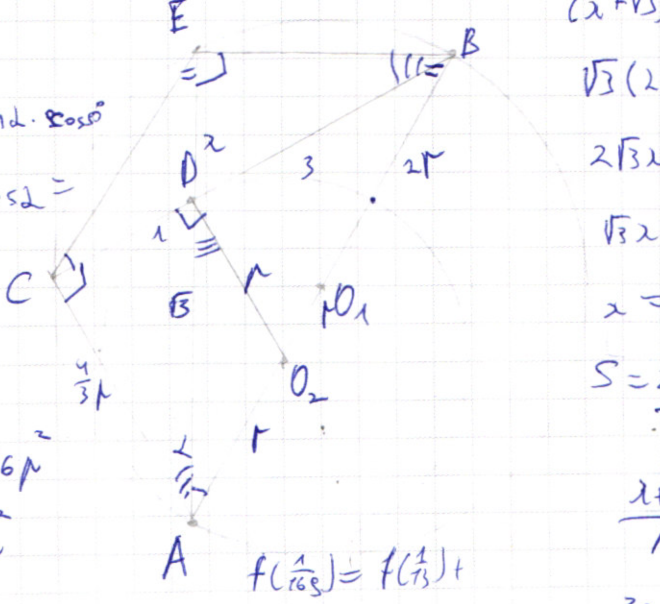
$\sqrt{3}(2x+\sqrt{3})=9$

$2\sqrt{3}x+3=9$

$\sqrt{3}x=3$

$x=\sqrt{3}$

$S=\frac{2\sqrt{3}\cdot4\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{2}=4\sqrt{2}$ (см²)



$\frac{x+r}{r}=\frac{4}{3}$

~~$3x+3r$~~$=4r$

$x+r=4r$

$f(\frac{1}{9})=2+f(\frac{1}{3})$ $16+\frac{16}{9}r^2=16r^2$

$=2f(\frac{1}{3})$ $f(\frac{1}{3})=2$ $16=\frac{128}{9}r^2$

$f(\frac{1}{169})=f(\frac{1}{13})+$

$f(\frac{1}{6})=1$ $r^2=\frac{9}{8}$

$R=\frac{\frac{3\sqrt{2}}{4}\cdot4}{2}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$f(\frac{1}{12})=0$ $r=\frac{3}{2\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

$f(\frac{1}{25})=3+f(\frac{1}{5})=2f(\frac{1}{5})$

$f(\frac{1}{49})=4+f(\frac{1}{7})=2f(\frac{1}{7})$

$f(\frac{1}{121})=5+f(\frac{1}{11})=2f(\frac{1}{11})$ $f(\frac{1}{11})=5$

$f(\frac{1}{5})=3$ $f(\frac{1}{10})=2$ $f(\frac{1}{20})=1$ $f(\frac{1}{15})=5$ $f(\frac{1}{7})=4$ $f(\frac{1}{14})=3$ $f(\frac{1}{21})=6$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$y=2$

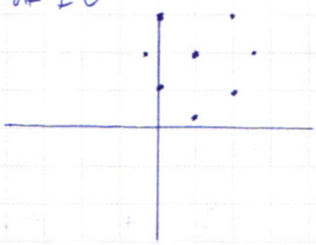
$(x-1)^2=\frac{3}{2}$

$x-1=\pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$25x^2=EC^2+AE^2+\sqrt{2}\cdot AE\cdot EC$ $\quad 2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

$25x^2=DE^2+AE^2+4x^2+4x\cdot DE\cdot\sin\alpha+\sqrt{2}\cdot AE\cdot EC$

$12x^2=4x\cdot DE\cdot\sin\alpha+\sqrt{2}\cdot AE\cdot EC$



$12x^2=12x^2\cdot\sin^2\alpha+\sqrt{2}\cdot AE\cdot EC$ $\quad k=\frac{3x}{5y}=\frac{3}{5}\cos\alpha$

$0-\sin 90\cdot\sin\alpha=$

$-\sin\alpha$

$12x^2\cdot\cos^2\alpha=\sqrt{2}\cdot AE\cdot EC$

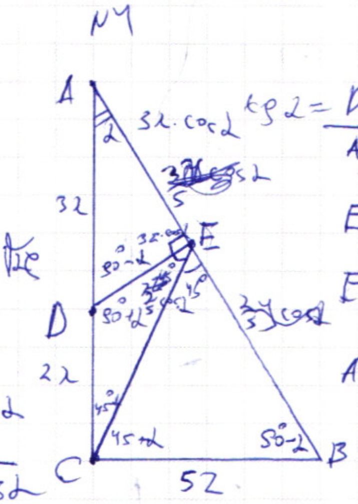
$4x\cdot\cos\alpha=\sqrt{2}EC$ $\quad AE=3x\cdot\cos\alpha$

$(y-2x)^2=(x-1)(y-2)$

$16x^2\cdot\cos^2\alpha=2EC^2$ $\quad tg\,\alpha=\frac{3z}{3y}=\frac{5z}{5x}$

$EC^2=8x^2\cdot\cos^2\alpha$

$\frac{z}{y}=\frac{z}{x}$



$tg\,\alpha=\frac{DE}{AE}$

$EC^2=AE^2+25x^2-10x\cdot AE\cdot\cos\alpha$

$EC^2=DE^2+4x^2+4x\cdot DE\cdot\sin\alpha$

$AE^2+25x^2-10x\cdot AE\cdot\cos\alpha=DE^2+4x^2+4x\cdot DE\cdot\sin\alpha$

$AE^2-DE^2+21x^2=\cancel{10x}\cdot 30x^2\cdot\cos^2\alpha+$

$12x^2\cdot\sin^2\alpha$

$k=\frac{3x}{y}=\frac{3}{5}\cos\alpha$

$tg\,\alpha=\frac{5z}{5x}=\frac{\frac{3}{5}z\cdot\cos\alpha}{\frac{3}{5}x\cdot\cos\alpha}$

$25x^2=AE^2+8x^2\cdot\cos^2\alpha$

$+4x\cdot\cos\alpha\cdot AE$

$\frac{9}{25}x^2\cdot\cos^2\alpha+\frac{9}{25}z^2\cdot\cos^2\alpha=9x^2$

$AE^2+DE^2-2DE^2+21x^2=6x^2(2+3\cos^2\alpha)$

$25x^2=9x^2\cdot\cos^2\alpha+8x^2\cdot\cos^2\alpha$

$+12x^2\cdot\cos^2\alpha$

$9x^2\cdot\cos^2\alpha+9z^2\cdot\cos^2\alpha=9x^2$

$30x^2=2DE^2+6x^2(2+3\cos^2\alpha)$

$9z^2\cdot\cos^2\alpha=9x^2\cdot\sin^2\alpha$

$15x^2-3x^2(2+3\cos^2\alpha)=DE^2$

$25x^2=29x^2\cdot\cos^2\alpha$

$\frac{x}{z}=\cos\alpha$ $\quad \cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha$

$15x^2-3x^2(2+3\cos^2\alpha)=9x^2\cdot\sin^2\alpha$

$\cos^2\alpha=\frac{25}{29}$

$\cos(90^\circ+\alpha)=$

$15-6-9\cos^2\alpha=9\sin^2\alpha$

$\cos\alpha=\frac{5}{\sqrt{29}}$ $\quad \sin^2\alpha=1-\frac{25}{29}=\frac{4}{29}$

$9x^2-AE^2$ $\quad S=\frac{\frac{5}{2}\sqrt{29}\cdot\sqrt{29}}{2}=$

$\sin\alpha=\frac{2}{\sqrt{29}}$ $\quad tg\,\alpha=\frac{\frac{2}{\sqrt{29}}}{\frac{5}{\sqrt{29}}}=\frac{2}{5}\checkmark$

б/ $\sqrt{29}\cdot\frac{5}{2}=\frac{5}{2}\sqrt{29}$

$1{,}25\cdot 29=\ldots$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$\cancel{2x^2+2y^2}$

$4x^2-4xy+4xy+y^2=$

$(2x-y)^2+4xy-2x^2=$

$4x^2-4xy+y^2+4xy-4x-4y+3-2x^2=0$

$x^2+2xy+y^2+x^2-2xy-4(x+y)+3=0$

$(x+y)(x+y)-4(x+y)+x^2-2xy+3=0$

$(x+y-4)(x+y)$

№1

$ax^2+2aqx+aq^2=0$

$D=4a^2q^2-4a^2q^2=0$

$x=\frac{-2aq}{2a}=-q$

$q^3\cdot a=-q$

$\left[\begin{array}{l} a\cdot q^2=-1 \\ a\cdot q^2=0 \end{array}\right.$

$xy-2x-y=$

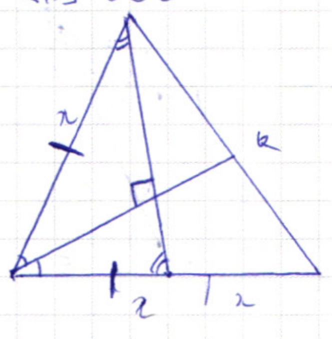
$x(y-2)-(y-2)=$

$\sqrt{(x-1)(y-2)}$

$2x(x-1)-2x+y(y-2)-$

$2y+3=0$

№2



$x+a>2x$

$a>x$ $\quad a>\frac{1200-a}{3}$

$3x+a=1200$ $\quad 3a>1200-a$

$a\vdots3$ $\quad 4a>300$

38

$a>300$

$600>a$ $\quad 3x>a$

$1200>a$ $\quad 3x+a>2a$

$2x(x-1)-2(x-1)+y(y-2)$

$-2y+1=0$

$38\cdot3\cdot2$

$2(x-1)^2+y(y-2)-2(y-2)$

$-3=0$

$2(x-1)^2+(y-2)^2-3=0$

$(y-2x)^2=4x^2-4xy+y^2$

$\cancel{4}(x-1)^2+(x+y-1)^2$

$-2(x-1)(y-1)-3$

$(x-1)(x-1-2y+4)$

$(x-1)(x-2y+3)-3$