МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Пусть a, b, c - члены геометрической прогрессии, ~~тода~~ тогда если q - коэфициэнт геом. прог., значит:

$a = a$

$b = aq$

$c = aq^2$

$b^2 = ac$ (по св. геом. прогрессии)

Пусть d - IV член геом. прогрессии, тогда:

$d = aq^3$.

т.к d - корень урав. $ax^2 - 2bx + c = 0$ (по усл.), значит: ~~Если~~ $a \neq 0; q \neq 0$ (по св геом. прогрессии)

~~Если $a \neq 0$:~~

$$\begin{cases} d = \frac{2b \pm \sqrt{4b^2 - 4ac}}{2a} \\ a \neq 0 \\ q \neq 0 \end{cases}$$

~~тогда из~~

$$\begin{cases} aq^3 = \frac{2b \pm \sqrt{4b^2 - 4ac}}{2a} \\ a \neq 0 \\ q \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} aq^3 = \frac{2aq \pm \sqrt{4b^2 - 4b^2}}{2a} \\ a \neq 0 \\ q \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} aq^3 = \frac{2aq}{2a} \\ a \neq 0 \\ q \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} aq^3 = q \\ a \neq 0; q \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} aq^2 = 1 \\ a \neq 0; q \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{q^2} \\ q \neq 0 \end{cases}$$

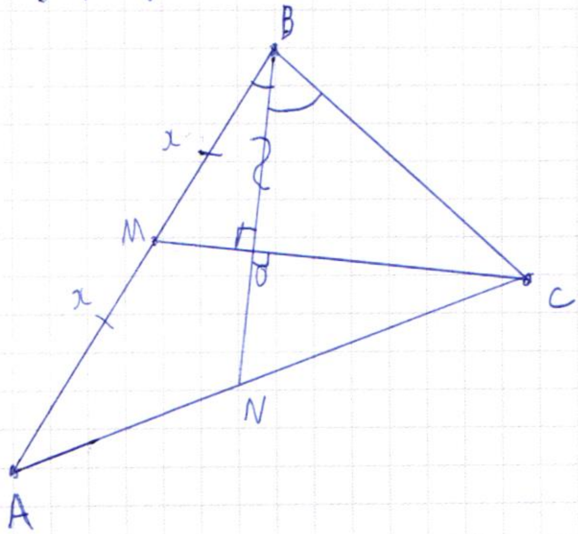
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$c = aq^2 = \frac{1}{q^2} \cdot q^2 = 1$

Ответ: 1

№2

Рассмотрим 2 случая построения треугольника:
I случай: когда медиана и биссектриса проведены из разных сторон.



CM - медиана
BN - биссектриса
$BN \cap CM = O$
$BN \perp CM$
$MB = x$
Рассмотрим ΔBMO и ΔBOC - прямоуг., тогда:
BO - общая сторона
$\angle MBN = \angle CBN$ (по св. бисс.)
$\Rightarrow \Delta BMO = \Delta BOC$ (по кат. и прил. углу)
Из ра-ва Δ следует, что:
$MB = BC = x$, ~~=> у всех треуг~~

II случай: когда медиана и биссектриса проведены из одной стороны.

BM - медиана
BN - биссектриса
$BM \perp BN$
$\angle ABN = \angle NBC$ (по св. бисс.)
$\angle NBM = 90^0$ (по усл)

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

$\angle NBC = \angle NBM + \angle MBC = 90^\circ + \angle MBC$, $\angle MBC \neq 0^\circ$

$\angle ABN = 90 + \angle MBC$, $\angle MBC \neq 0^\circ$

$\angle ABC = 2\angle ABN = 180^\circ + 2\angle MBC \neq 0^\circ$, невозможно т.к сумма всех углов в треуг равна 180°, значит такого треугольника не сущ., значит II случай неверен.

Т.к остался только I случай, значит у всех треуг. ~~чья~~ в котором, одна из бисс. перпенд. мед. должна иметь соот ~~y~~ $z = 2x$, где z и x — стороны этого треуг.

Пусть x, y, z — стороны ~~данного~~ такого треуг., тогда можно составить систему:

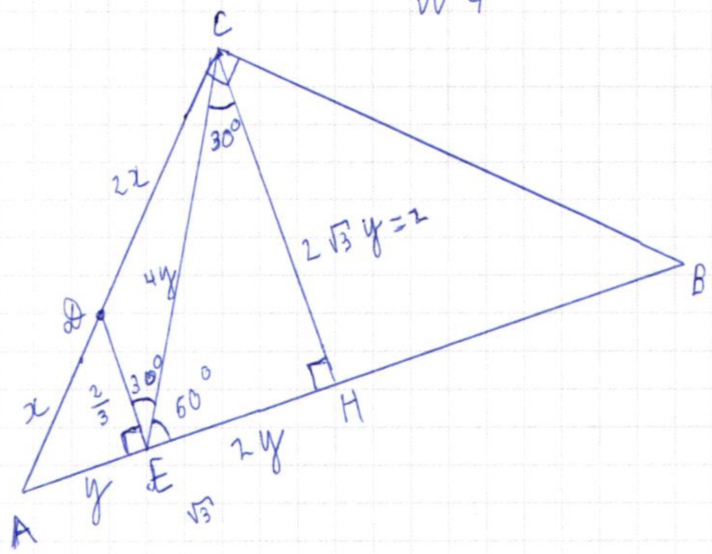
$$\begin{cases} x+y+z=900 \\ x+y>z \\ x+z>y \\ y+z>x \\ z=2x \text{ (док.)} \\ x,y,z\in\mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+2x=900 \\ x+y>2x \\ x+2x>y \\ y+2x>x \\ x,y\in\mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=900-3x \\ y>x \\ 3x>y \\ x,y\in\mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 900-3x>x \\ 3x>900-3x \\ x\in\mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 900>4x \\ 6x>900 \\ x\in\mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 225>x \\ x>150 \\ x\in\mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 150<x<225 \\ x\in\mathbb{N} \end{cases}$$

Количество таких ~~тр~~ треуг: $225-150-1=74$

Ответ: 74

№4



Дано:

ΔABC - прямоуг.

$\angle C = 90°$

$D \in AC$

$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$

$E \in AB$

$DE \perp AB$

$\angle CED = 30°$

$AC = \sqrt{7}$

а) $tg \angle BAC$ - ?

б) S CED - ?

Решение:

Проведем $CH \perp AB$, тогда: $CH \perp AB$ (по постр.), $DE \perp AB$ (по усл) $\Rightarrow CH \parallel DE$ (по теор о двух прям, перпед третьей)

Рассмотрим $DE \parallel CH$ и сек. CE: $\angle DEC$ и $\angle ECH$ - накрест лежащие, значит $\angle DEC = \angle ECH = 30°$

Пусть $AD = x$, $AE = y$, тогда:

$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$

$\frac{AD}{AD+DC} = \frac{1}{3}$

$3AD = AD + DC$

$DC = 2AD = 2x$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолжение)

Рассмотрим $\angle CAH$ и $DE \parallel CH$:
по теор. о пропор. отрезках:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{AH}$$

$AH = 2AE = 2y$

Рассмотрим $\triangle CEH$ – прямоуг. $\angle CHE = 90°$

$\angle CEH = 90° - \angle CEH = 60°$

~~CH = EH~~

$$EC = \frac{EH}{\sin\angle ECH} = \frac{2y}{\frac{1}{2}} = 4y$$

$CH = EC \cdot \sin\angle CEH = 4y \cdot \sin 60° = 2\sqrt{3}\,y$

в $\triangle ACH$, $\angle CHA = 90°$

$$tg\angle CAH = \frac{CH}{HA} = \frac{2\sqrt{3}y}{3y} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$\angle CAH = \angle BAC \Rightarrow tg\angle BAC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

~~Ответ: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$~~

По теор. Пифагора в $\triangle CAH$:

$AC^2 = AH^2 + CH^2$

$9x^2 = 9y^2 + 4 \cdot 3y^2$

$9x^2 = 21y^2$

$x^2 = \frac{7}{3} y^2$

$x = \frac{\sqrt{21}}{3} y$

$y = \frac{3}{\sqrt{21}} x = \frac{3 \cdot \sqrt{21}}{3} x = \frac{\sqrt{21}}{7} \cancel{x}$

$4y = \frac{4\sqrt{21}}{7} x$

$\cancel{DC = \frac{2}{3} AC = \frac{2}{3} \sqrt{7}}$

$AD = \frac{1}{3} AC$

$x = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$y = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$4y = \frac{4 \cdot 7 \cdot \sqrt{3}}{7} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$2x = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

$\cancel{S_{\triangle CED} = \frac{CE \cdot h}{}}$

$\triangle ADE \sim \triangle ACH$ $\left(\begin{array}{l} \angle BAC - \text{общий} \\ \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AH} \end{array} \right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{DE}{CH} = \frac{AE}{AH}$

$DE = \frac{1}{3} CH$

$DE = \frac{2\sqrt{3}}{3} y = \frac{2}{3}$

$S_{\triangle DEC} = \frac{DE \cdot EC \cdot \sin \angle DEC}{2} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

Ответ: $\cancel{2\sqrt{3}}$ $tg \angle BAC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; $S_{\triangle DEC} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$8x - 6|2x-1| \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$

Пусть $f(x) = 8x - 6|2x-1|$

$g(x) = -8x^2 + 6x + 7$

$h(x) = ax + b$

Рассмотрим графики всех этих функций

1) $f(x) = 8x - 6|2x-1|$ кусочная функция, ~~линейная функция~~ кусочная – включающая в себя две линейн

$f(x) = \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 8x - 6(2x-1) \end{cases} \\ \begin{cases} 2x-1<0 \\ 8x+6(2x-1) \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow f(x) = \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ -4x+6 \end{cases} \\ \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ 20x - 6 \end{cases} \end{array}\right.$

~~В точках $\frac{1}{2}$~~ Рассмотрим функцию при $x = -\frac{1}{2}$; $x = \frac{1}{2}$; $x = 1$:

$f(-\frac{1}{2}) = 20 \cdot (-\frac{1}{2}) - 6 = -16$

$f(1) = -4 \cdot 1 + 6 = 2$

$f(\frac{1}{2}) = 8 \cdot \frac{1}{2} - 0 = 4$

2) $g(x) = -8x^2 + 6x + 7$ – квадратичная функция

$x_в = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2 \cdot 8} = \frac{3}{8}$

$y_в = -8 \cdot \frac{9}{64} + 6 \cdot \frac{3}{8} + 7 = -\frac{9}{8} + \frac{18}{8} + 7 = \frac{65}{8}$, т.к $a = -8 < 0$,

значит ветви параболы направлены вниз

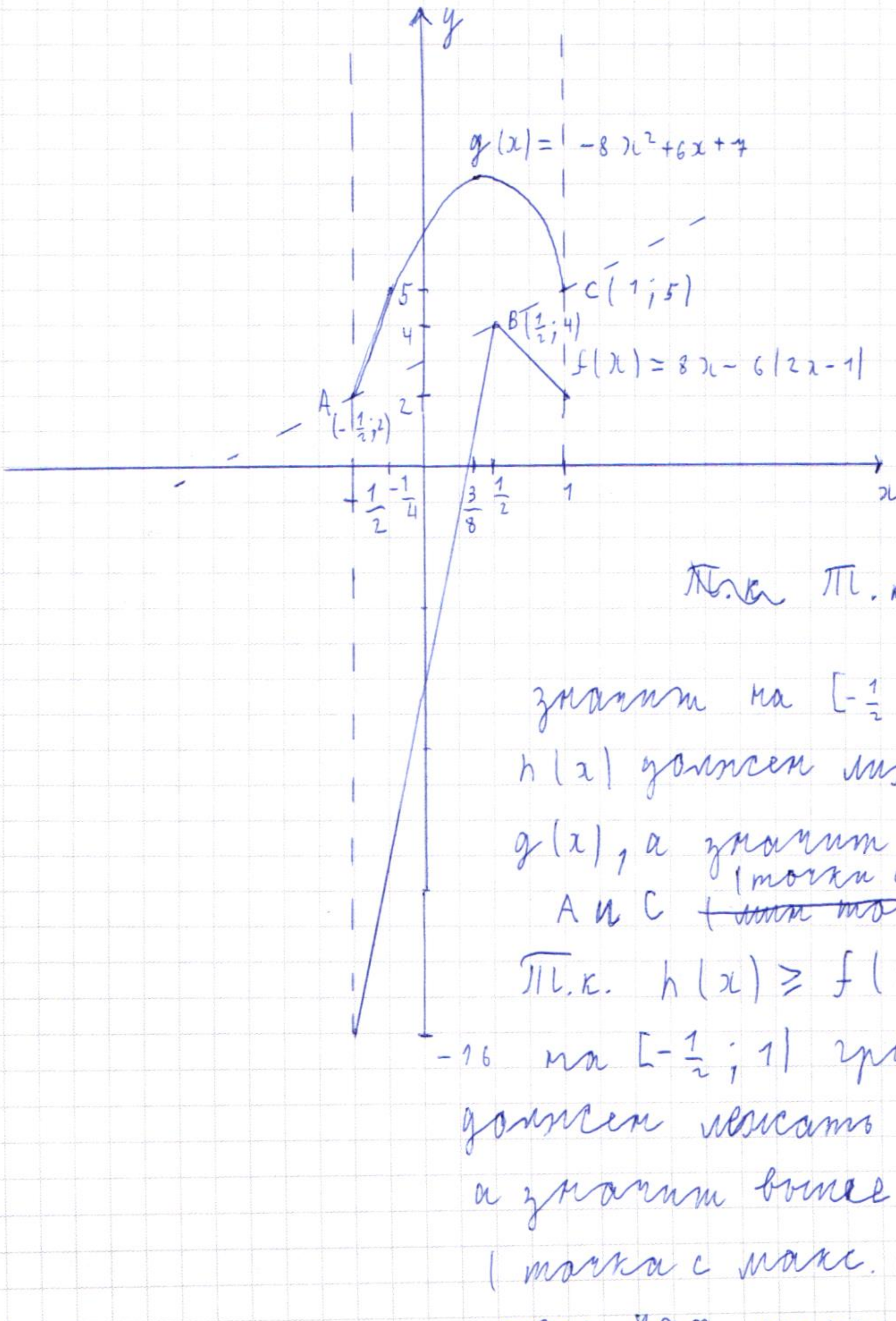
Рассмотрим функцию при $x = -\frac{1}{2}$; $x = -\frac{1}{4}$; $x = 1$:

$g(-\frac{1}{2}) = -8 \cdot \frac{1}{4} - 6 \cdot \frac{1}{2} + 7 = 2$

$g(-\frac{1}{4}) = -8 \cdot \frac{1}{16} - 6 \cdot \frac{1}{4} + 7 = 5$

$g(1) = -8 \cdot 1 + 6 + 7 = 5$

3) $h(x) = ax + b$ – линейная функция



~~Т.к~~ Т.к $h(x) \leq g(x)$,

значит на $[-\frac{1}{2}; 1]$ график $h(x)$ должен лежать ниже $g(x)$, а значит ниже ~~А~~ точек А и С ~~(мин точка)~~ (точки с мин. знач функ $g(x)$)

Т.к. $h(x) \geq f(x)$, значит на $[-\frac{1}{2}; 1]$ график $h(x)$ должен лежать выше $f(x)$, а значит выше точки В (точка с макс. знач. функ $f(x)$)

Мы можем показать, что ~~все~~ точки А; В; С лежат на одном ~~графике~~ прямой, задаваемой графиком $h''(x) = 2x+3$:

$A(-\frac{1}{2}; 2)$: $2 = 2 \cdot (-\frac{1}{2}) + 3$
$2 = 2$
, значит $A \in h''(x)$

$B(\frac{1}{2}; 4)$: $4 = 2 \cdot (\frac{1}{2}) + 3$
$4 = 4$
, значит $B \in h''(x)$

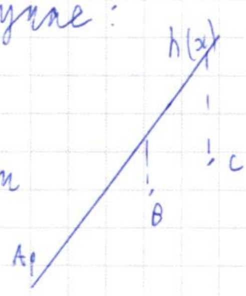
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6 (продолжение)

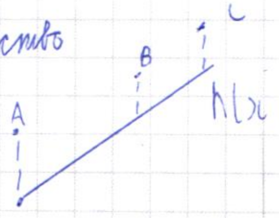
$C(1;5)$: $5 = 2\cdot 1 + 3$
$5 = 5$, значит $C \in h''(x)$

Т.к. $h(x)$ должен находиться ~~не выше~~ ~~ниже~~ не ниже A и C и выше B и т.к. A, B и C лежат на одной прямой, значит

это возможно только в одном случае: если $h(x)$ проходит через все эти точки одновременно; значит ~~неравенств~~ существует только одна прямая $h(x) = 2x+3$, для которой выполняется неравенство



Ответ: ~~a=~~ При $a = 2$ и $b = 3$



№3

~~x = 6~~ $\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 \end{cases}$

$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{x(y-1) - 6(y-1)} \\ (x^2 - 12x + 36) + 2(y^2 - 2y + 1) - 18 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 6 + 6 - (6y - 6) - 6 = \sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-6) - 6(y-1) = \sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18 \end{cases}$$

Пусть $x - 6 = a$; $y - 1 = b$, тогда:

$$\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + 2b^2 = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 12ab + 36b^2 = ab \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \\ a \leq 0 \\ b \leq 0 \end{array}\right. \\ a - 6b \geq 0 \\ a^2 + 2b^2 = 18 \end{cases}$$

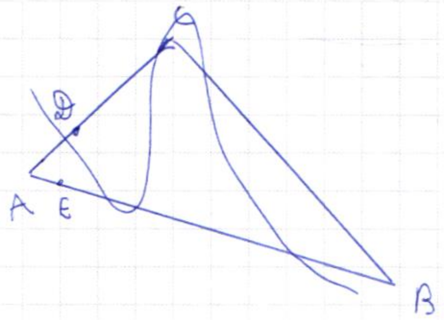
$$\begin{cases} a^2 - 13ab + 36b^2 = ab \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases} \\ a = 0 \\ b = 0 \end{array}\right. \\ a - 6b \geq 0 \\ a^2 + 2b^2 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 18 - 13ab + 34b^2 = 0 \\ ab \geq 0 \\ a - 6b \geq 0 \\ a^2 + 2b^2 = 18 \end{cases}$$

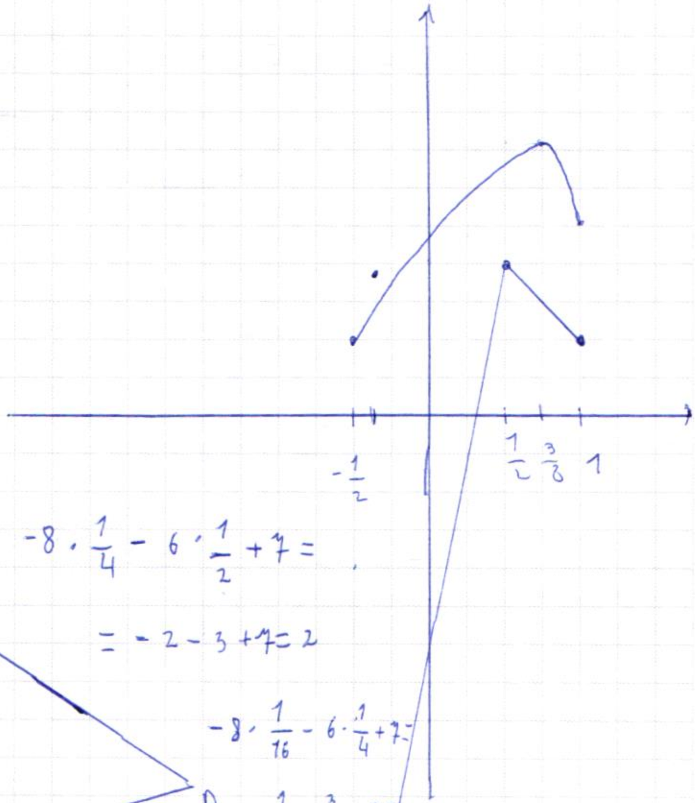
1) $18 - 13ab + 34b^2 = 0$

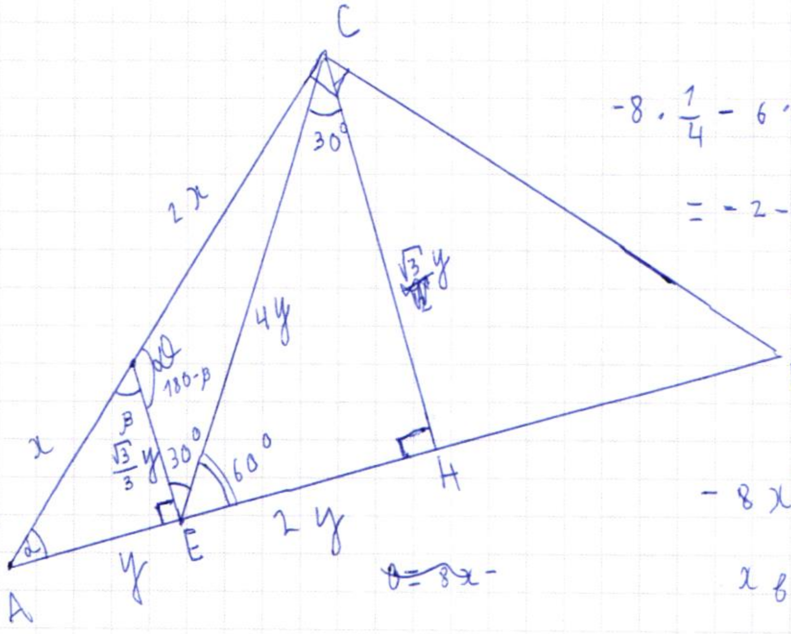
$D = 13^2 - 34 \cdot 18 < 0$ — корней нет, значит система не имеет решений

Ответ: корней нет

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА







$-8\cdot\frac{1}{4}-6\cdot\frac{1}{2}+7=$

$=-2-3+7=2$

$-8\cdot\frac{1}{16}-6\cdot\frac{1}{4}+7=$

$=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}+7=$

$=5$

$-8x^2+6x+7$

$x_в=\frac{-6}{-(-8)\cdot 2}=-\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

~~$0=8x-$~~

$0=20x-6$

$x=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

$y_в=-\frac{9}{8}+\frac{18}{8}+\frac{56}{8}=\frac{65}{8}$

$8x-6|2x-1|$

$y_1к=-8\cdot\frac{1}{4}-3+7=2$

$x\le\frac{1}{2}$:

$x\ge\frac{1}{2}$:

$y_2к=-8+6+7=5$

$y=8x-6+12x$

$y=8x-12x+6$

$y=20x-6$

$y=-4x+6$

$8\cdot\frac{1}{2}$

$y_2к=-4\cdot1+6=2$

$3-6\cdot$

$y_1к=20\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-6=-16$

$y_2к=2$

$y_в=8\cdot\frac{1}{2}=4\ 2-$

$x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)}$

$(x-6)^2+2(y-1)^2=18$

Пусть $x-6=a$

$y-1=b$, тогда:

~~$x-6y$~~

$x-6+6-(6y\mp 6)-6=\sqrt{(x-6)(y-1)}$

$\cancel{(x-6)-6(y-1)=\sqrt{(x-6)(y-1)}}$

$\cancel{x}$

$\begin{array}{r} \times\ 34 \\ 18 \\ \hline 272 \\ 34 \end{array}$

$x-6b=\sqrt{ab}$

$a^2+2b^2=18$

$a^2-12ab+36b^2=ab$

$a^2+2b^2=18$

$34b^2$

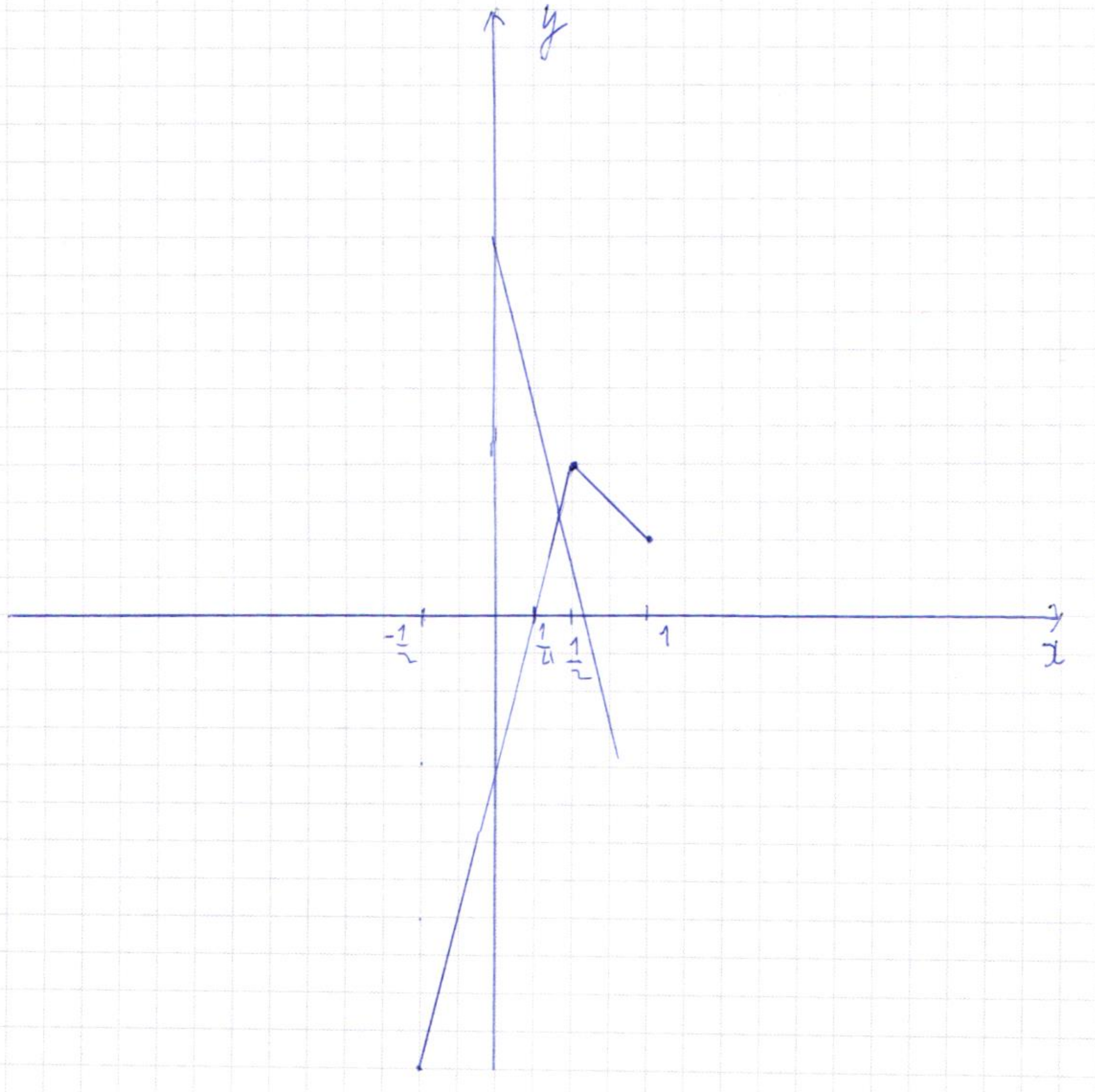
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

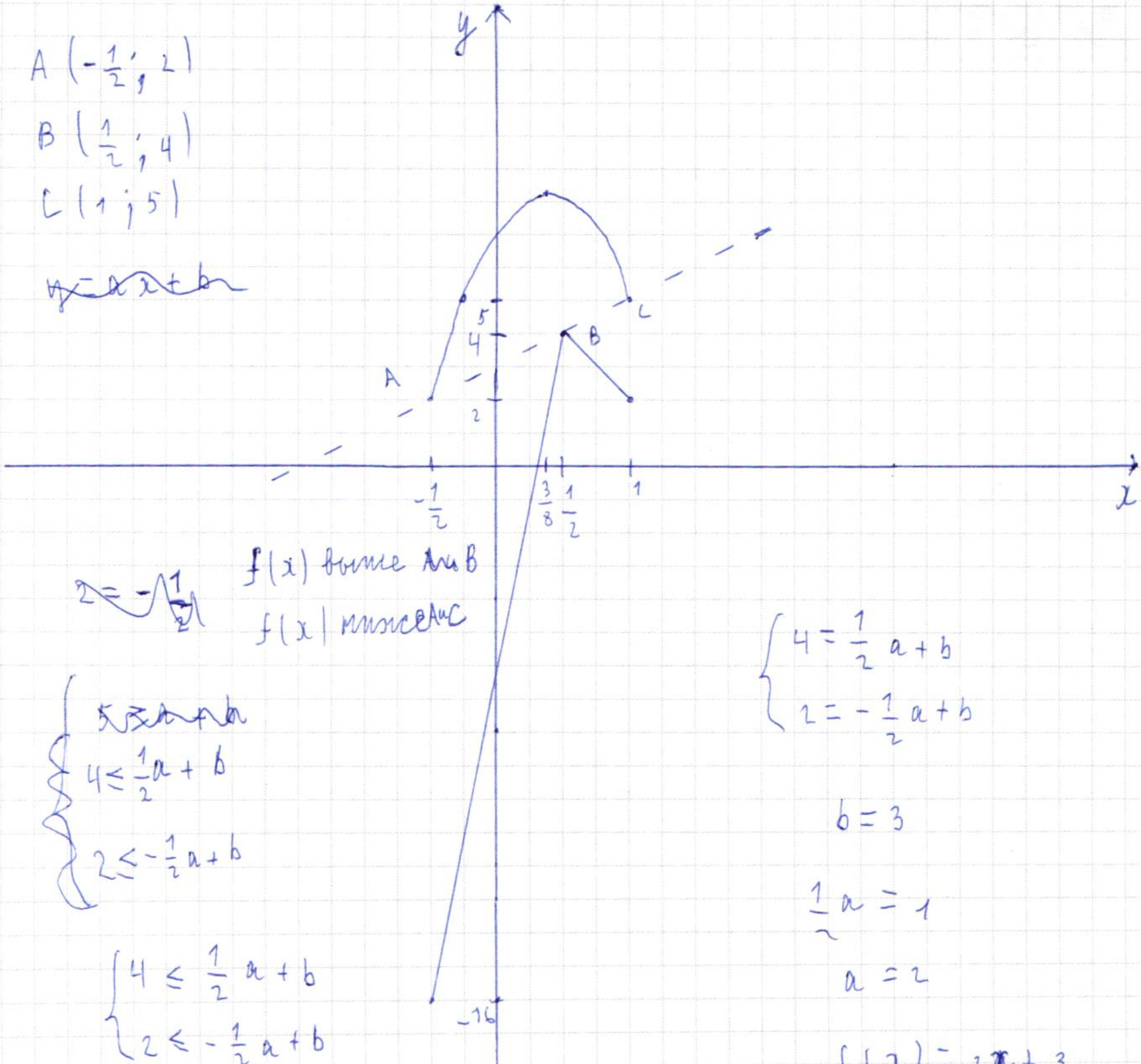
(Нумеровать только чистовики)

$A\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$

$B\left(\frac{1}{2}; 4\right)$

$C(1; 5)$

~~$y = ax + b$~~



~~$2 = -\frac{1}{2}$~~

$f(x)$ выше A и B

$f(x)$ ниже A и C

$$\begin{cases} \cancel{5 \geq a + b} \\ 4 \leq \frac{1}{2}a + b \\ 2 \leq -\frac{1}{2}a + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \leq \frac{1}{2}a + b \\ 2 \leq -\frac{1}{2}a + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \geq \frac{1}{2}a - b \\ 2 \leq \frac{1}{2}a + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 + 2b \geq \frac{1}{2}a + b \\ 2 \leq \frac{1}{2}a + b \end{cases}$$

$$2 \leq \frac{1}{2}a + b \leq -2a + 2b$$

$$2a \begin{cases} 4 - 2b \leq a \\ -4 + b \geq a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 = \frac{1}{2}a + b \\ 2 = -\frac{1}{2}a + b \end{cases}$$

$b = 3$

$\frac{1}{2}a = 1$

$a = 2$

$f(x) = 2x + 3$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

0 | 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 | 11

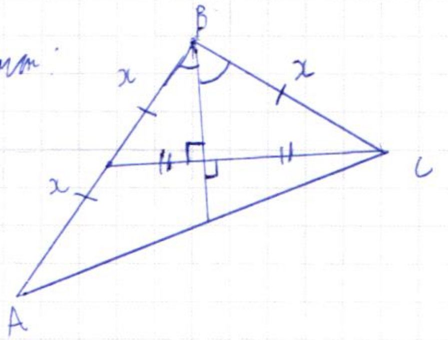
$AB + BC + AC = 90$

$a x^2$

$11 - 0 - 2 + 1 = 11 - 1$

I вариант:

$a x^2 - 2bx + c = 0$



$2x + x + y = 900$

$3x + y = 900$

$b = \sqrt{ac}$

$b = aq$

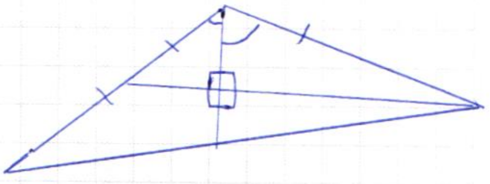
$c = a q^2$

$d = a q^3$

$\begin{cases} y = 900 - 3x \\ 3x > y > x \\ y > x \end{cases}$

II вариант:

$D = \sqrt{4b^2 - 4ac}$



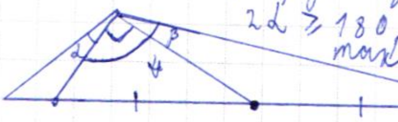
$x_n = \frac{2b \pm 2\sqrt{b^2 - ac}}{2a} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$

$\left[\begin{array}{l} a q^3 = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a} \\ a q^3 = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a} \end{array} \right.$

III вариант:

невозможно т.к.:

$\alpha = 90 + \beta$, ~~зна~~ значит: $\beta > 0$ ~~$\beta > 0$~~



$2\alpha \geq 180$, значит такого треуг. не сущ.

$a q^3 = \frac{aq \pm \sqrt{a^2 q^2 - a \cdot a q^2}}{a}$

$a q^3 = \frac{aq}{a}$, $a \neq 0$

$a q^3 = q$

$a q^2 = 1$

$a = \frac{1}{q^2}$

$\begin{array}{r} \times 225 \\ 3 \\ \hline 675 \end{array}$

$\begin{cases} y = 900 - 3x \\ 3x > y > x \end{cases}$

$3x > 900 - 3x > x$

~~$c = $~~

$6x > 900 > 4x$

$c = a q^2 = \frac{1}{q^2} \cdot q^2 = 1$

$3x > 450 > 2x$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} x > 150 \\ x > 225 \end{cases}$$

$225 - 150 + 1 = 76$

Ответ: 76

№ 3

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$$

$(x^2 - 12x + 36) - 36 + 2(y^2 - 2y + 1) - 2 + 20 = 0$

$$\begin{cases} (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18 \\ x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \end{cases}$$

$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18$

$x - 6y \geq 0$

~~$xy - 6y - x + 6 \geq 0$~~

$xy - 6y - x + 6 = y(x-6) - (x-6) = (x-6)(y-1)$

$$\begin{cases} (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18 \\ (x-6y)^2 = (x-6)(y-1) \\ x \geq 6y \\ \left[\begin{cases} x \geq 6 \\ y \geq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 6 \\ y \leq 1 \end{cases}\right. \end{cases}$$

1 3 4 5

$5 - 2 + 1 = 4$

$$\begin{cases} (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18 \\ (x-6y)^2 + x = (x-6)(y-1) \\ \begin{cases} x \leq 6 \\ y \leq 1 \end{cases} \\ x \geq 6y \end{cases}$$

$x^2 - 12xy + 36y^2 = xy - 6y - x + 6$

$x = 7$, $y = 0$

$x = 4$, $y = 2$

$4 \cdot 2 - 6 \cdot 2 - 4 + 6$

$$\begin{cases} x \leq 6 \\ y \leq 1 \end{cases}$$

$(x-6)^2 + (y-1)^2$

$x \geq 6y$

$(x - 6 - y + 1)^2 + 2(x - 6y)^2 + (y-1)^2 = 18$

$(x-6)^2 +$

$2\sqrt{2}(x-6)(y-1) + 18 = (x+y-8)^2$