МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 11 ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c – соответственно первый, второй и третий члены некоторой арифметической прогрессии (при этом a, b, c не заданы, но известно, что $c<0<a$). Больший корень уравнения $ax^2-2bx+c=0$ является четвёртым членом этой прогрессии. Найдите его.

2. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-\sqrt[3]{y^2-x^2}=17, \\ y-\sqrt[3]{y^2-x^2}=-10. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите количество шестизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12345.

4. [5 баллов] Четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм с тупым углом C. Пусть E – точка пересечения прямой AB с перпендикуляром к AC, проходящим через C, а прямая ED пересекает диагональ AC в точке N. Известно, что $CN=6$, $AN=12$, а $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\angle ADC\right)=\frac{4}{5}$.

   а) Найдите $\operatorname{tg}\angle BAC$.

   б) Найдите площадь треугольника ENA.

5. [5 баллов] Биссектрисы внутреннего и внешнего угла A треугольника ABC пересекают прямую BC в точках M и N соответственно. Окружность, описанная вокруг треугольника AMN, касается стороны AB в точке A. Прямая AC повторно пересекает окружность в точке K. Найдите радиус окружности, угол ACB и площадь четырехугольника $ANKM$, если известно, что $AB=3\sqrt{3}$, $BM=\sqrt{6}$.

6. [5 баллов] На доску выписаны попарно различные натуральные числа: часть из них чётны, но не делятся на 3, остальные же делятся на 3 и при этом нечётны. Оказалось, что выбрать тройку чисел из выписанных на доску так, чтобы среди них оказалось хотя бы одно чётное и хотя бы одно кратное 3, можно 25 способами. Сколько было выписано чисел?

7. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$-\frac{10x+10}{5x+6}\leqslant ax+b\leqslant 5x+2+|10x+6|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-1;-\frac{2}{5}\right]$.

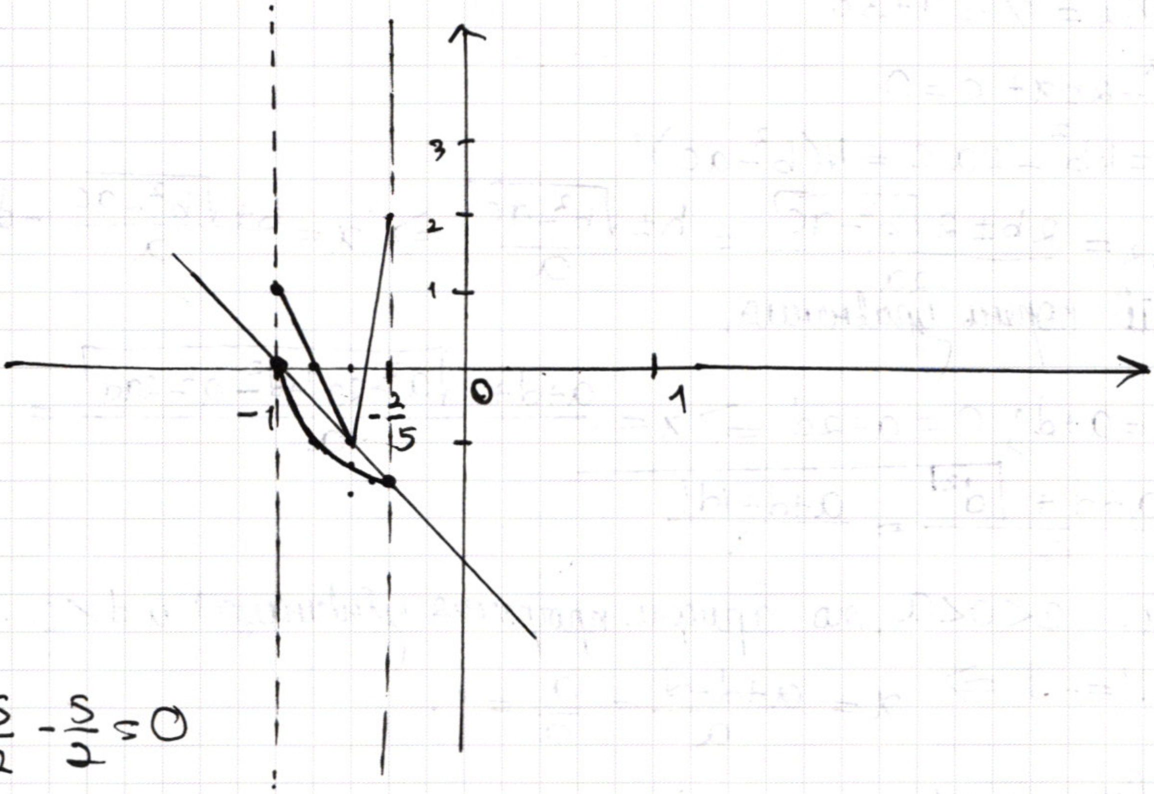
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$+\frac{5}{2}-\frac{5}{2}=0$

$-a+b=0$

$-\frac{3}{5}a+b=-1$

$-\frac{2}{5}a+b=-1,5$

$$\begin{cases} -a+b=0 \\ -a+2b=-2,5 \end{cases}$$

$b=-2,5$

$a=-2,5$

$a=b=-2,5$

Ответ: $(-2,5;-2,5)$

$-\frac{5}{2}$

$5x+2+10x+6=15x+8$

$5x+2-10x-6=-5x-4$

$+\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{2}-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}-\frac{5}{2}=-1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№1.

$m_1 = a$

$m_2 = b = a+d$

$m_3 = c = a+2d$

$m_4 = x = a+3d$

$ax^2 - 2bx + c = 0$

$D = 4b^2 - 4ac = 4(b^2 - ac)$

$x_{1,2} = \frac{2b \pm 2\sqrt{b^2-ac}}{2a} = \frac{b \pm \sqrt{b^2-ac}}{a} \Rightarrow x = \frac{b+\sqrt{b^2-ac}}{a}$ - больший корень уравнения.

$b = a+d;\ c = a+2d \Rightarrow x = \frac{a+d+\sqrt{a^2+2ad+d^2-a^2-2ad}}{a} =$

$= \frac{a+d+\sqrt{d^2}}{a} = \frac{a+d+|d|}{a}$

Т.к. $c<0<a$, то арифм. прогрессия убывающая и $d<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow |d| = -d \Rightarrow x = \frac{a+d-d}{a} = \frac{a}{a} = 1.$

Ответ: $x = 1.$

№2.

$$\begin{cases} x - \sqrt[3]{y^2-x^2} = 17 \\ y - \sqrt[3]{y^2-x^2} = -10 \end{cases} \Big| - \quad \Rightarrow y - x = -27$$

$$\begin{cases} x - \sqrt[3]{(y-x)(y+x)} = 17 \\ y - \sqrt[3]{(y-x)(y+x)} = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - \sqrt[3]{-27(y+x)} = 17 \\ y - \sqrt[3]{-27(y+x)} = -10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 3\sqrt[3]{y+x} = 17 \\ y + 3\sqrt[3]{y+x} = -10 \end{cases} \Big| +$$

$(x+y) + 6\sqrt[3]{y+x} = 7$

Пусть $\sqrt[3]{y+x} = t$, тогда $t^3 + 6t - 7 = 0$. Поделим уголком ~~в столбик~~ на $(t-1)$ и получим $(t-1)(\underbrace{t^2+t+7}_{\neq 0,\ \text{т.к. } D<0}) = 0 \Rightarrow t-1=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt[3]{y+x} = 1 \Rightarrow y+x = 1.$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\begin{cases} y-x=-27 \\ y+x=1 \end{cases} \Big| + \Rightarrow 2y=-26 \Rightarrow y=-13;\ x=14$

Ответ: $(14;-13)$.

№3.

Пусть $\overline{abcdef}$ – шестизначное число.

$\overline{abcdef} = a\cdot10^5 + b\cdot10^4 + c\cdot10^3 + d\cdot10^2 + e\cdot10 + f$

~~$\overline{abcdef}$ mod~~ $\equiv$ Рассмотрим возможные три последовательные степени 10.

1) $10^5; 10^4; 10^3$; 2) $10^4; 10^3; 10^2$; 3) $10^3; 10^2; 10^1$; 4) $10^2; 10^1; 10^0$.

1) Пусть x – сумма остатков от деления на 3 послед. степени 10. Тогда:

$x = b\cdot10^4 + c\cdot10^3 + d\cdot10^2 + e\cdot10 + f + c\cdot10^3 + d\cdot10^2 + e\cdot10 + f + d\cdot10^2 + e\cdot10 + f =$

$= b\cdot10^4 + 2c\cdot10^3 + 3d\cdot10^2 + 3e\cdot10 + 3f = 12345.$

$3f$ оканчивается на 5 $\Rightarrow f=5$, тогда $3f=15 \Rightarrow 3e$ оканчивается на 3 $\Rightarrow e=1$.

Тогда $3d$ оканчивается на 3 $\Rightarrow d=1$.

$2c$ оканчивается на 2 $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} c_1=1 \\ c_2=6 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b_1=1 \\ b_2=0 \end{array}\right.$.

При этом a – любое, кроме 0. Получаем $9\cdot 2=18$ чисел.

2) $x = c\cdot10^3 + d\cdot10^2 + e\cdot10 + f + d\cdot10^2 + e\cdot10 + f + e\cdot10 + f = 1000c + 200d + 30e + 3f$.

Это число будет наибольшим, если $c=d=e=f=9$.

$9000+1800+270+27 = 11097 < 12345 \Rightarrow$ это случай невозможен и ~~все~~ все следующие (3 и 4) тоже.

Ответ: 18 чисел.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №2 (Нумеровать только чистовики)

№7.

$$-\frac{10x+10}{5x+6} \leq ax+b \leq 5x+2+|10x+6|$$

$$\frac{10x+10+2-2}{5x+6} = 2-\frac{2}{5x+6}$$ ~~- графи~~

$y=-2+\frac{2}{5x+6}$ – графиком является гипербола. (1)

$$y = 5x+2+|10x+6| = \begin{cases} 15x+8, \text{ если } x \geq -\frac{3}{5} \\ -5x-4, \text{ если } x < -\frac{3}{5} \end{cases} \quad (2)$$

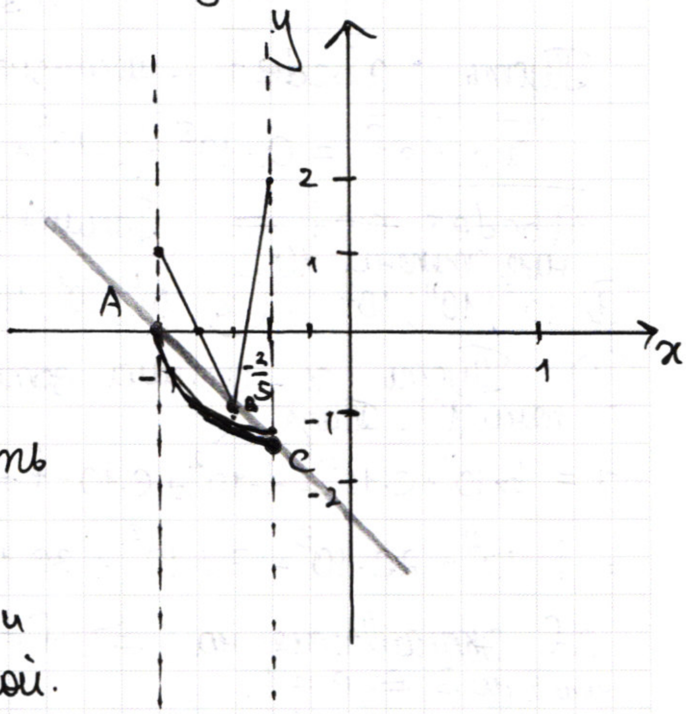
Построим эти графики.

(1)

x	-1	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{5}$
y	0	-1	$-1\frac{1}{3}$	$-1,5$

(2)

x	-1	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{5}$
y	1	0	-1	2



Прямая $y=ax+b$ должна проходить между этими графиками.

Заметим, что $A(-1;0)$; $B(-\frac{3}{5};-1)$ и $C(-\frac{2}{5};-1,5)$ лежат на одной прямой.

$$\cancel{\begin{matrix} -a+b=0 \\ -\frac{3}{5}a-b=0 \\ -\frac{2}{5}a-1,5b=0 \end{matrix}}$$

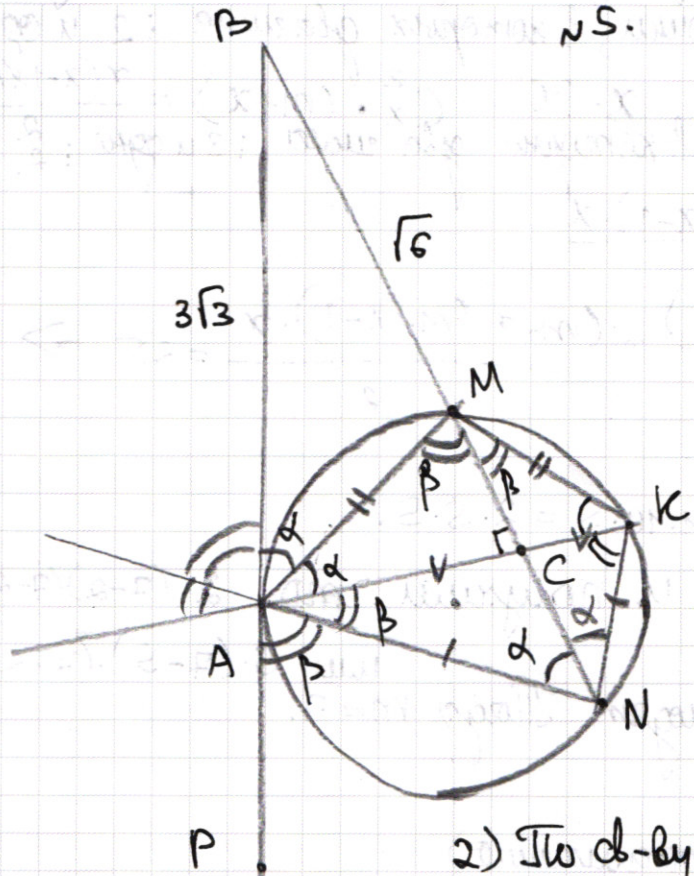
$$\begin{cases} -a+b=0 \Rightarrow a=b \\ -\frac{3}{5}a+b=-1 \Rightarrow -\frac{3}{5}a+a=-1 \Rightarrow +\frac{2}{5}a=-1 \Rightarrow \\ \qquad \Rightarrow a=-\frac{5}{2} \\ -\frac{2}{5}a+b=-1,5 \Rightarrow 1+b=-1,5 \Rightarrow b=-\frac{5}{2}. \end{cases}$$

Значит, прямая $y=ax+b$ проходит м/у графиками только в том случае, если $a=b=-2,5$.

Ответ: $(-2,5;-2,5)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.



Решение:

1) По св-ву касательной и секущей $AB^2 = BM \cdot BN \Rightarrow$ $\Rightarrow BN = \frac{AB^2}{BM} = \frac{27}{\sqrt6} = \frac{27\sqrt6}{6} = \frac{9\sqrt6}{2} = 4{,}5\sqrt6 \Rightarrow MN = BN - BM = 4{,}5\sqrt6 - \sqrt6 = 3{,}5\sqrt6$.

2) По св-ву угла м/у касательной и хордой $\angle ANM = \angle MAC = \angle BAM = \alpha$; $\angle AMN = \angle CAN = \angle PAN = \beta \Rightarrow$

~~3)~~ $\Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \angle ACB = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 90^\circ$.

3) По Т. синусов $\frac{MN}{\sin(\alpha+\beta)} = 2R \Rightarrow R = \frac{MN}{2 \cdot \sin 90^\circ} = \frac{MN}{2} = \frac{7\sqrt6}{4}$.

4) $\angle MAN = 90^\circ \Rightarrow MN$ – диаметр окр.;

5) $MN \perp AK \Rightarrow AC = CK$ – по св-ву хорды, перпендикулярной диаметру.

6) $AM = MK$; $AN = NK$, т.к. MC и NC – медианы и высоты.

7) $\angle MKM = 180^\circ - \angle MAN = 90^\circ$ – т.к. $AMKM$ – вписанный.

8) $\angle AMC = \angle CMK = \beta$; $\angle ANC = \angle KNC = \alpha$.

9) По Т. синусов $\frac{AB}{\sin(180^\circ - \beta)} = \frac{BM}{\sin\alpha} \Rightarrow \frac{3\sqrt3}{\sin\beta} = \frac{\sqrt6}{\sin\alpha} \Rightarrow \sin\beta = \frac{3\sqrt3 \cdot \sin\alpha}{\sqrt6} =$

$= \frac{3\sqrt3 \cdot \sqrt3 \cdot \sqrt2 \cdot \sin\alpha}{6} = \frac{9\sqrt2 \cdot \sin\alpha}{6} = \frac{3\sqrt2 \cdot \sin\alpha}{2}$. см. стр №5 →

№6.

Пусть всего выписали m чисел, из которых ~~$x \vdots 2$~~ x чисел $\vdots 2$ и $\not\vdots 3$ и $(m-x)$ чисел $\vdots 3$ и $\not\vdots 2$.

Найдём кол-во способов выбрать указанную в условии тройку.

Сначала рассмотрим тройки, в которых два числа $\vdots 2$ и одно число $\vdots 3$. Таких троек ~~$x \cdot (x$~~ $C_x^2 \cdot (m-x) = \frac{x(x-1)(m-x)}{2}$.

Теперь рассмотрим тройки, в которых два числа $\vdots 3$ и одно $\vdots 2$.

Их $C^2_{m-x} \cdot x = \frac{(m-x)(m-x-1) \cdot x}{2}$.

Всего троек $\frac{x(x-1)(m-x)}{2} + \frac{(m-x)(m-x-1) \cdot x}{2} = 25 \Rightarrow$

$\Rightarrow x(m-x)(m-2) = 50$.

$50 = 2 \cdot 5^2 = 1 \cdot 1 \cdot 50 = 1 \cdot 2 \cdot 25 = 1 \cdot 10 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 5$.

Рассмотрим все варианты и получим, что $2 \cdot (7-2)(7-2) = 50$

или $5 \cdot (7-5) \cdot (7-2) = 50$

Остальные варианты не подходят. Тогда $m = 7$.

Ответ: 7 чисел.

№5 (продолжение)

10) $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \sin\beta = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \sin\alpha \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \sin\alpha =$

$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$; $\sin\beta = \frac{3}{\sqrt{11}}$

11) $\cancel{\frac{AK}{\sin 2\beta}} = \sin\alpha = \frac{AM}{MN} \Rightarrow AM = MN \cdot \sin\alpha = \frac{7\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}} = \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$

12) $\sin\beta = \frac{AN}{MN} \Rightarrow AN = MN \cdot \sin\beta = \frac{7\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{11}} = \frac{21\sqrt{6}}{2\sqrt{11}}$.

13) $S_{ANKM} = AM \cdot AN = \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{11}} \cdot \frac{21\sqrt{6}}{2 \cdot \sqrt{11}} = \boxed{\frac{7 \cdot 21 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}}{22}}$

Ответ: $\angle ACB = 90^\circ$; $R = \frac{7\sqrt{6}}{4}$; $S_{ANKM} = \frac{21^2 \cdot \sqrt{2}}{22}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

AC = OK,

$a^2 = MC \cdot CN$

$MC + CN = 3,5\sqrt{6}$

$C_x^2 = \frac{x!}{2!(x-2)!} = \frac{x(x+1)}{2}$

x	1	2	3	5	6	10
m	—					
x	15	25	30	50	75	150

$m-x \sim 6.\ m$

$\vdots 2 \cdot \not\vdots 3$ | $\vdots 3 ; \not\vdots 2$

$C_{m-x}^2 = \frac{(m-x)!}{2!(m-x-2)!}$

$\frac{x\cdot(x-1)\cdot(m-x)}{2} + \frac{(m-x)\cdot(m-x-1)\cdot x}{2} = 25$

$x(m-x)(x-1) + x(m-x)(m-x-1) = 50$

$x(m-x)(x-1+m-x-1) = 50$

$x(m-x)(m-2) = 50$

$3 \cdot 2 \cdot 1$

$\cdot \cdot \cdot = 6$

abc

$x(m-x)\cdot(x-1$

$50 = 2 \cdot 5^5$ abc

25 способов.

$a \vdots 2$; $b \vdots 3$; c – любое

m чисел, $x \vdots 2$, $(m-x) \vdots 3$.

$m > x$

$x\cancel{m}\cdot(m-x)\cdot(m-2) = 25$

$\frac{x(m-x)(m-2)}{6} = 25$

$25 = 5^2$

$25 = 1\cdot1\cdot25 = 1\cdot5\cdot5$

$x(m-x)(m-2) = 150$

~~$x=1$; $m-x=$~~ ~~$x=5$, $m-2=5$; $7-5=2$~~ $m=7$

1. $m-2-m+x = x-2$

~~$m-x-m+2=$~~

~~$m-xm$~~

5; 5.

$150 = 2\cdot5\cdot5\cdot3$

1; 1; 150

1; 2; 75

1; 3; 50

1; 5; 30

1; 6; 25

1; 10; 15

~~1; 15~~

2; 3; 25

2; 5; 15

~~2; 15; 5~~

~~2; 25; 3~~

3; 5; 10

5; 5; 6

3.

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

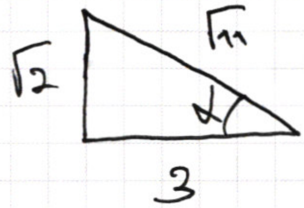
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$x(m-x)(m-2)=50$

$50=2\cdot5^2=1\cdot1\cdot50=1\cdot2\cdot25=1\cdot10\cdot5=2\cdot5\cdot5$

x	1	2	5
m	$\varnothing$	7	7



$2\cdot(7-2)(7-2)=2\cdot5\cdot5=50$

$\dfrac{AK}{\sin2\alpha}=$

$x=2;\ m=7$ $\quad x=5;\ m=7$

$5(7-5)(7-2)=5\cdot2\cdot5=50$

Ответ: 7 чисел.

$x=-1\Rightarrow -5+2+4=1$

№ 7.

$x=-\frac{4}{5}\Rightarrow -4+2+2=0$

$-\dfrac{10x+10}{5x+6}\le ax+b\le 5x+2+|10x+6|$

$x=-\frac{3}{5}\Rightarrow -3+2+0=-1$

$x=-\frac{2}{5}\Rightarrow -2+2+2=2$

$-10+6=-4$

$\alpha+\beta=90^\circ$

$-\frac{2}{5}\cdot10+6=-4+6=2$

$\beta=90^\circ-\alpha$

$x\in[-1;-\frac{3}{5}]$ $\quad x\in[-\frac{3}{5};-\frac{2}{5}]$

$10x+6=0$

$10x=-6$

$x=-\frac{3}{5}$

$-2+\frac{2}{3}=-1\frac{2}{3}$ $\quad -2+\dfrac{2}{-5+6}=0$

$\dfrac{10x+10}{5x+6}=\dfrac{10x+12-2}{5x+6}=2-\dfrac{2}{5x+6}$ $\quad -\frac{4}{5}$ $\quad -2+\dfrac{2}{-\frac{2}{5}\cdot5+6}=-1$

$-2+\dfrac{2}{5x+6}\le ax+b\le 5x+2+|10x+6|$ $\quad \cancel{1+2}\,2$ $\quad -2+\dfrac{2}{-\frac{3}{5}\cdot5+6}$

$5x+6\ \cancel{20}\ge1 \Rightarrow \cancel{\dfrac{2}{5x+6}}$ $\quad -2+\dfrac{2}{5x+6}$ $\quad -2+\frac{2}{3}=-1\frac{1}{3}$

$5x+6\le\cancel{3}\,4$

$-2+\dfrac{2}{5x+6}\le ax+b\le 5x+2-10x-6$

$-2+\dfrac{2}{5x+6}\le ax+b\le -5x-4$

$[0;-1\frac{2}{3}]$ $\quad [-1\frac{2}{3};0]$ $\quad [\cancel{-1}\,1;-1]$ $\quad [-1;1]$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

	a	b	c	d	e	f
знач.	1;2;3;4;5;6;7;8;9	1 0	1 6	1	1	5
кол-во	9	2				

$9 \cdot 2 = 18$ чисел.

$10800 + 270 + 27 = 11070 + 27 =$
$= 11097$

(2) $c \cdot 10^3 + d \cdot 10^2 + e \cdot 10 + f + d \cdot 10^2 + e \cdot 10 + f + e \cdot 10 + f = \cancel{c\,10^3}\ 1000c +$
$+ 300d + 30e + 3f$

12345

$9000 + 1800 +$
$+ 270 + 27 =$
$=$

a	b	c	d	e	f
			—	1	5

0 чисел.

$41^2 - 40^2 = (41-40) \cdot (41+40) = 81 = 9^2$

41^2

30 + 15

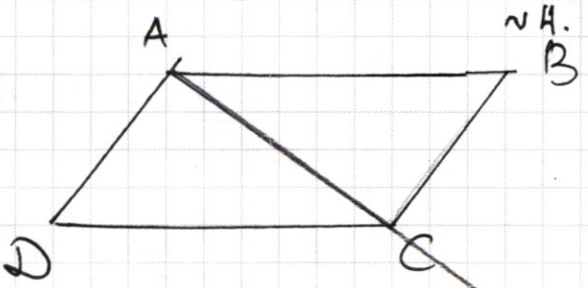
$tg\angle BAC = tg\angle EAC = \frac{EC}{AC} = \frac{EC}{18}$

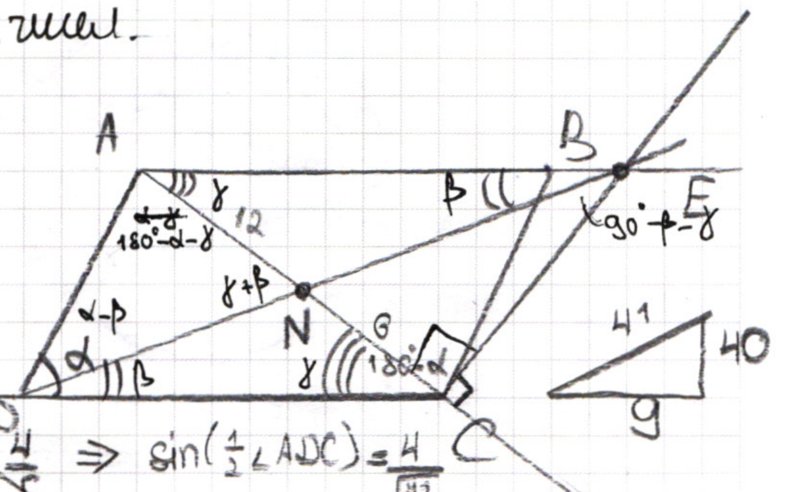
(3) $\varnothing$

(4) $\varnothing$

Ответ: 18 чисел.

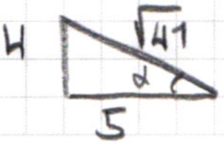
№4.





$CN = 6; AN = 12;$ $tg(\frac{1}{2}\angle ADC) = \frac{4}{5} \Rightarrow sin(\frac{1}{2}\angle ADC) = \frac{4}{\sqrt{41}}$

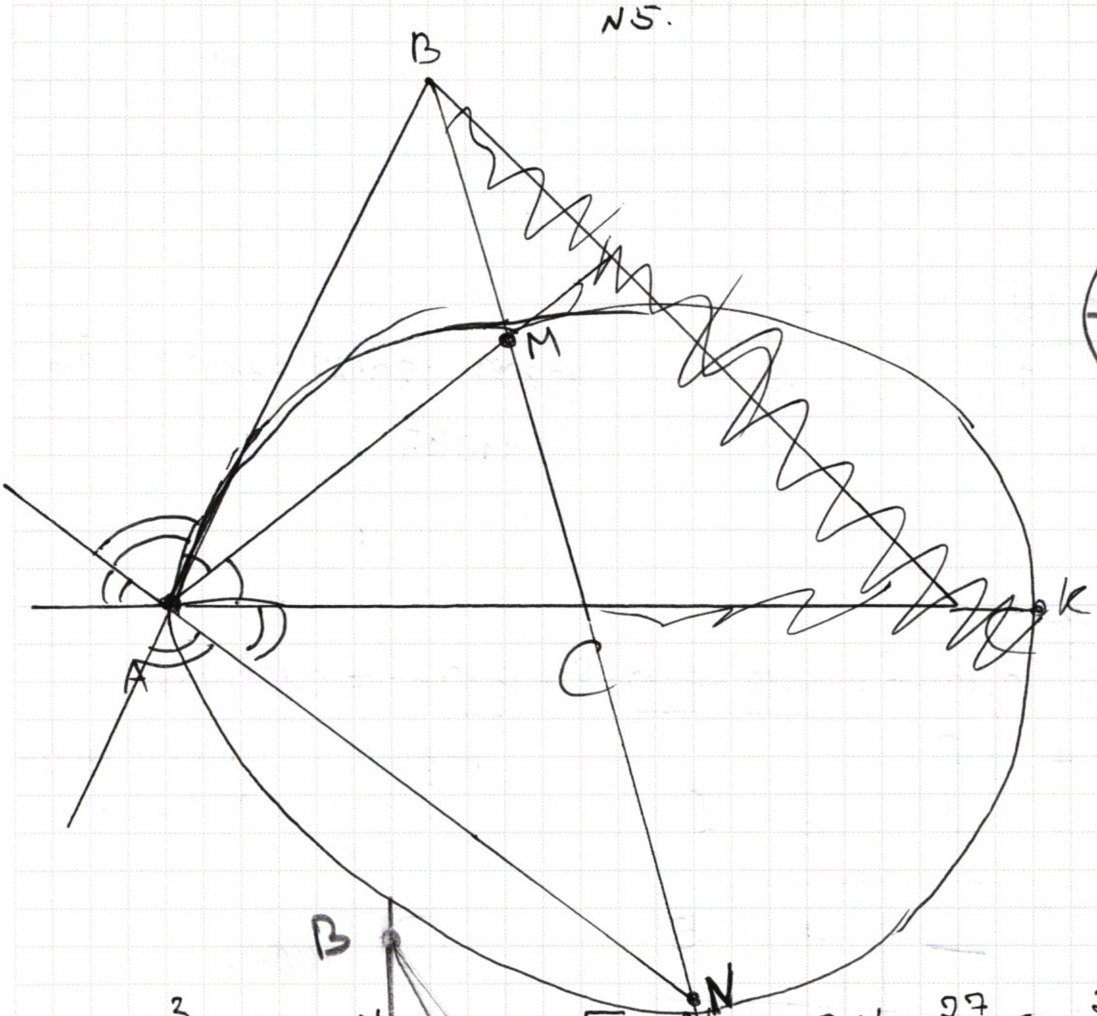
$cos(\frac{1}{2}\angle ADC) = \frac{5}{\sqrt{41}}$



$sin\,2\alpha = 2\,sin\alpha\,cos\alpha \Rightarrow sin\angle ADC = 2 \cdot \frac{4}{\sqrt{41}} \cdot \frac{5}{\sqrt{41}} = \frac{40}{41}$

$cos\angle ADC = \frac{9}{41}$ $\quad \angle ADC = \alpha$

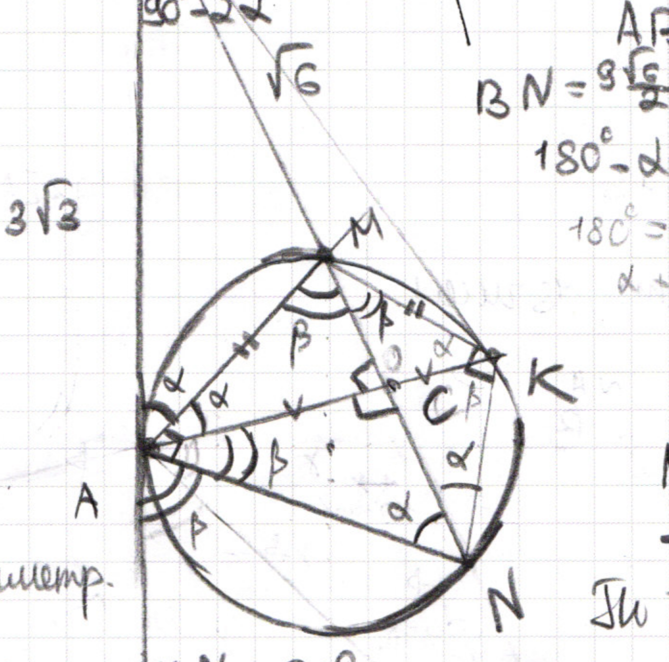
N5.



$AB^2 = BM \cdot BN \Rightarrow 27 = \sqrt{6} \cdot BN \Rightarrow BN = \frac{27}{\sqrt{6}} = \frac{27\sqrt{6}}{6} = \frac{9\sqrt{6}}{2}$

$AB = 3\sqrt{3}$; $BM = \sqrt{6}$

$BN = \frac{9\sqrt{6}}{2}$



$180° - \alpha + \beta + 180° - \alpha - \beta = 180°$

$180° = 2(\alpha + \beta)$

$\alpha + \beta = 90°$

$\angle ACB = 90°$

$MN = BN - BM = 4,5\sqrt{6} - \sqrt{6} = 3,5\sqrt{6}$

По т. синусов $\frac{MN}{\sin 90°} = 2R \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{3,5\sqrt{6}}{1} = 2R \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{7\sqrt{6}}{2} = 2R \Rightarrow \boxed{R = \frac{7\sqrt{6}}{4}}$

MN – диаметр.

$\angle MAN = 90° \Rightarrow \angle MKN = 90°$

$AC \cdot CK = MC \cdot CN$

$xy = ab$

$x + y = MN = 3,5\sqrt{6}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$\cancel{d}$ m_1; $m_n = m_1 + d(n-1)$

$m_1 = a$ $\qquad c<0<a$

$m_2 = a+d = b$

$m_3 = a+2d = c$

$m_4 = a+3d = x$

$ax^2 - 2bx + c = 0$

$D = 4b^2 - 4ac = 4(b^2 - ac)$

$$x_{1,2} = \frac{2b \pm 2\sqrt{b^2-ac}}{2a} = \frac{b \pm \sqrt{b^2-ac}}{a}$$

$$x = \frac{b+\sqrt{b^2-ac}}{a}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{a+d+\sqrt{(a+d)^2 - a\cdot(a+2d)}}{a} & (1) \\ x = a+3d & (2) \end{cases}$$

$$(1)\quad x = \frac{a+d+\sqrt{a^2+\cancel{2ad}+d^2-a^2-\cancel{2ad}}}{a} = \frac{a+d+\sqrt{d^2}}{a} = \frac{a+d-d}{a} = 1$$

$c<0<a \Rightarrow d<0 \Rightarrow \sqrt{d^2} = |d| = -d$

Ответ: $x = 1$.

№2.

$$\begin{cases} x - \sqrt[3]{y^2-x^2} = 17 \\ y - \sqrt[3]{y^2-x^2} = -10 \end{cases}$$

$x - y = 27$

$y - x = -27$

$x - \sqrt[3]{(y-x)(y+x)} = 17$

$x - \sqrt[3]{-27(y+x)} = 17$

$x + 3\sqrt[3]{(y+x)} = 17$

$$\begin{cases} y + 3\sqrt[3]{y+x} = 17 \\ x + 3\sqrt[3]{y+x} = -10 \end{cases} \Big| +$$

$(x+y) + 6\sqrt[3]{y+x} = 7$

~~$t + 6\sqrt[3]{t} = 7$~~

~~$t+$~~

$\sqrt[3]{x+y} = t$

$t^3 + 6t - 7 = 0$

$$\begin{array}{r|l} t^3+6t-7 & t-1 \\ -\ t^3 - t^2 & t^2+t+7 \\ \hline t^2+6t-7 & \\ -\ t^2 - t & \\ \hline 7t-7 & \\ -\ 7t-7 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$D = 1 - 4\cdot 7 < 0$

$(t-1)(t^2+t+7) = 0$

$t-1=0$
$t=1$

$\sqrt[3]{x+y} = 1 \Rightarrow \quad x+y=1$ 12345

$\begin{cases} x-y=27 \\ x+y=1 \end{cases} \Big| +$ $\quad 2x = 28 \Rightarrow \boxed{x=14;\ y=-13}$

№3.

$\underline{abcdef} = a\cdot 10^5 + b\cdot 10^4 + c\cdot 10^3 + d\cdot 10^2 + e\cdot 10 + f$

1

$10^5;\ 10^4;\ 10^3$ ① $\quad 10^4;\ 10^3;\ 10^2;$ ② $\quad 10^3;\ 10^2;\ 10^1$ ③

10^6
1000000

$\cancel{b\cdot 10^4 + c\cdot 10^3 + d}$ ①

$10^5 = 100000$

~~3e~~
$30e + 10$ 40

$10^2;\ 10^1;\ 10^0$ ④

3;

① $b\cdot 10^4 + c\cdot 10^3 + d\cdot 10^2 + e\cdot 10 + f + c\cdot 10^3 + d\cdot 10^2 + e\cdot 10 + f + d\cdot 10^2 + e\cdot 10 + f =$

$= b\cdot 10^4 + 2c\cdot 10^3 + 3d\cdot 10^2 + 3e\cdot 10^1 + 3f = 12345$

$10000 + 2000 + 300 + 40 + 5$

18000

c = 9, то 18000
d = 9 2700
e = 9 270
f = 9 27

b: ~~1 ⇒ c=1 ⇒ d=1~~

b = 1; c = ; d = 1 ; e = 1; f = 5

b = 1 c = 1 300 + 30 + 15

6

1000 + 2000

b = 0 c = 6

12000

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)