МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Пусть k — знаменатель нашей прогрессии. Тогда $b=ak$, $c=ak^2$. Сразу оговоримся, что $a\neq 0$, $k\neq 0$.

Уравнение $ax^2+2bx+c=0$ преобразуем к виду $ax^2+2(ak)x+(ak^2)=0$. Поскольку $a\neq 0$, то $x^2+2kx+k^2=0$, и $(x+k)^2=0$, $x=-k$.

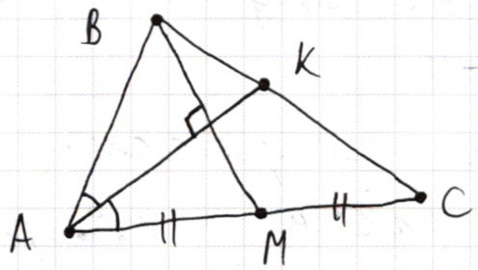
Значит, четвёртый член прогрессии, равный ak^3, по условию равен x, т.е. равен $-k$. Итак: $ak^3=-k$, $k\neq 0$, т.е. $ak^2=-1$. Но ak^2 и есть третий член нашей прогрессии.

Ответ: -1.

№2

Очевидно, что биссектриса и медиана, исходящие из одной вершины, не могут быть перпендикулярны — тогда этот угол будет больше $180°$, и наш треугольник не существует.

Значит, перпендикулярные друг другу бис-са и медиана исходят из разных вершин:



В ΔABM бис-са является высотой, т.е. ΔABM — равнобедренный, $AB = AM = AC$. А по св-ву бис-сы в ΔABC:

$\frac{BK}{KC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$, т.е. $BC = 3BK$.

Итак, периметр нашего ΔABC равен:

$P_{ABC} = AB + AC + BC = 3AB + 3BK = 3(AB + BK) = 1200$,

$AB + BK = 400$.

Все стороны ΔABC — целые. Значит, AB — целое, и BK — целое. Кроме того, $AB > 0$ и $BK > 0$. Значит, $AB \in \{1; 2; \dots; 399\}$, а $BK \in \{399; 398; \dots; 1\}$.

Но вспомним неравенство треугольника. В нашем случае: $AC < AB + BC$, $AB < AC + BC$, $BC < AB + AC$.

чистовик Страница №2
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

Перепишем полученные неравенства:

$2AB < AB + 3BK$, $AB < 2AB + 3BK$, $3BK < 3AB$.

Видно, что 2-ое неравенство не имеет смысла, в нашей задаче оно всегда верно.

3-е неравенство даёт: $AB > BK$, а 1-ое неравенство даёт: $AB < 3BK$. Значит, $AB \in (BK;\ 3BK)$.

Рассмотрим полученные нами ранее решения: $\begin{cases} AB = 1 \\ BK = 399 \end{cases}$, $\begin{cases} AB = 2 \\ BK = 398 \end{cases}$, ..., $\begin{cases} AB = 399 \\ BK = 1 \end{cases}$.

При условии, что $BK < AB < 3BK$, получаем такой набор решений:

$\begin{cases} AB = 201 \\ BK = 199 \end{cases}$, $\begin{cases} AB = 202 \\ BK = 198 \end{cases}$, ..., $\begin{cases} AB = 299 \\ BK = 101 \end{cases}$. Всего их 99.

Ответ: 99.

№3

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} & ① \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 & ② \end{cases}$$

$y-2x\geqslant 0$

① $y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2$

$y^2+4x^2-5xy+2x+y-2=0$

$(y-x-1)(y-4x+2)=0$

$$\left[\begin{array}{l} y=x+1 \\ y=4x-2 \end{array}\right.$$

Рассмотрим вариант $y=x+1$.

② $2x^2+(x+1)^2-4x-4(x+1)+3=0$

$2x^2+x^2+2x+1-4x-4x-4+3=0$

$3x^2-6x=0$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \end{array}\right. \\ y-2x\geqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}}$$

Рассмотрим вариант $y=4x-2$.

② $2x^2+(4x-2)^2-4x-4(4x-2)+3=0$

$2x^2+16x^2-16x+4-4x-16x+8+3=0$

$18x^2-36x+15=0$

$6x^2-12x+5=0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

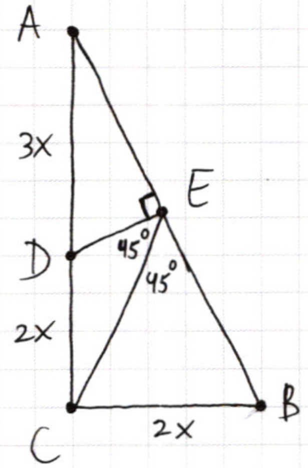
② $6x^2-12x+5=0$

$D=144-120=24$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\dfrac{12+2\sqrt{6}}{12}=1+\dfrac{\sqrt{6}}{6} \\ y=4+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}-2=2+\dfrac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\dfrac{12-2\sqrt{6}}{12}=1-\dfrac{\sqrt{6}}{6} \\ y=4-\dfrac{2\sqrt{6}}{3}-2=2-\dfrac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases} \end{array}\right. \\ y-2x\geqslant 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \boxed{\begin{cases} x=1+\dfrac{\sqrt{6}}{6} \\ y=2+\dfrac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases}}$$

Ответ: $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$ или $\begin{cases} x=1+\dfrac{\sqrt{6}}{6} \\ y=2+\dfrac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases}$

№4



а) По условию, $AD = 3x$, $DC = 2x$. Поскольку $\angle DEB = 90°$ (также по условию), а $\angle CED = 45°$, то $\angle CEB = 45°$.

$\square CDEB$ – вписанный в окружность, т.к. $\angle DCB = 90°$, а $\angle DEB = 90°$. А поскольку $\angle DEC = \angle CEB$, то они опираются на равные хорды, т.е. $DC = BC = 2x$. Значит, $\operatorname{tg} BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2}{5}$.

б) Если $AC = \sqrt{29}$, то $x = \frac{\sqrt{29}}{5}$. Значит, $AB = \sqrt{25x^2 + 4x^2} = \sqrt{29}x = \frac{29}{5}$.

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ по I признаку. Значит, $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, $\frac{3x}{AB} = \frac{AE}{5x}$, $AB \cdot AE = 15x^2$. Поскольку

$AB = \sqrt{29}x$, то $AE = \frac{15}{\sqrt{29}}x = 3$.

Далее, $DE = \operatorname{tg} BAC \cdot AE = \frac{6}{5}$.

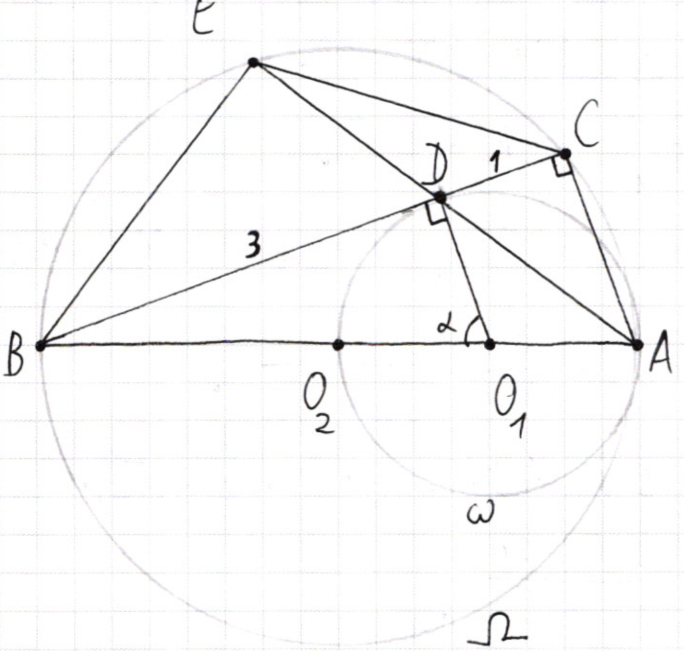
Поскольку $\operatorname{tg} BAC = \frac{2}{5}$, то $\cos BAC = \frac{5}{\sqrt{29}}$, $\cos ADE = \frac{2}{\sqrt{29}}$, $\cos CDE = -\frac{2}{\sqrt{29}}$, $\sin CDE = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Значит, $S_{CED} = \frac{1}{2} CD \cdot DE \cdot \sin CDE = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{29}}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{\sqrt{29}} = \frac{6}{5}$.

Ответ: $\operatorname{tg} BAC = \frac{2}{5}$, $S_{CDE} = \frac{6}{5}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



Поскольку BD — касательная к ω, то $O_1D \perp BC$ (O_1 — центр ω).

Также, $\angle BCA = 90°$ как опирающийся на AB — диаметр Ω.

Значит, $\triangle BDO_1 \sim \triangle BCA$ по I признаку.

Значит, $\frac{AB}{O_1B} = \frac{BC}{BD} = \frac{4}{3}$.

Пусть $O_1D = R_1$, $O_2A = R_2$. Тогда $\frac{2R_2}{2R_2 - R_1} = \frac{4}{3}$,

$6R_2 = 8R_2 - 4R_1$, $R_2 = 2R_1$.

По теореме Пифагора в $\triangle BO_1D$: $BO_1^2 = DO_1^2 + BD^2$,

$(2R_2 - R_1)^2 = R_1^2 + 9$. Поскольку $\frac{R_2}{2} = R_1$, то $8R_1^2 = 9$,

$R_1 = \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$, $R_2 = 2R_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

№5 (продолжение)

Заметим, что $\angle EBC = \angle EAC$ как опирающиеся на одну и ту же дугу. Значит, $\triangle EBD \sim \triangle ACD$. Если $AD = x$, то $ED = \frac{3}{x}$.

Найдём AD. Пусть $\angle BO_1D = \alpha$. Тогда, по теореме косинусов в $\triangle O_1AD$: $AD^2 = R_1^2 \cdot 2 + 2R_1^2 \cos\alpha =$
$= 2R_1^2 \cdot (1 + \cos\alpha) = 2R_1^2 \cdot \left(1 + \frac{R_1}{3R_1}\right) = \frac{8}{3}R_1^2 = 2\sqrt{2}$.

Значит, $AD = x = \sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}$. Тогда $ED = \frac{3}{x} =$
$= \frac{3}{2}\sqrt[4]{2}$. Значит, $\sin ADC = \frac{DC}{AD} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}}$.

Итак, $S_{BACE} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AE \cdot \sin ADC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2}\right) \cdot \sqrt[4]{2} \cdot$
$\cdot \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}} = 2 \cdot \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} + 4}{2}$.

Ответ: $R_1 = \frac{3\sqrt{2}}{4}$, $R_2 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, $S_{BACE} = \frac{3\sqrt{2} + 4}{2}$.

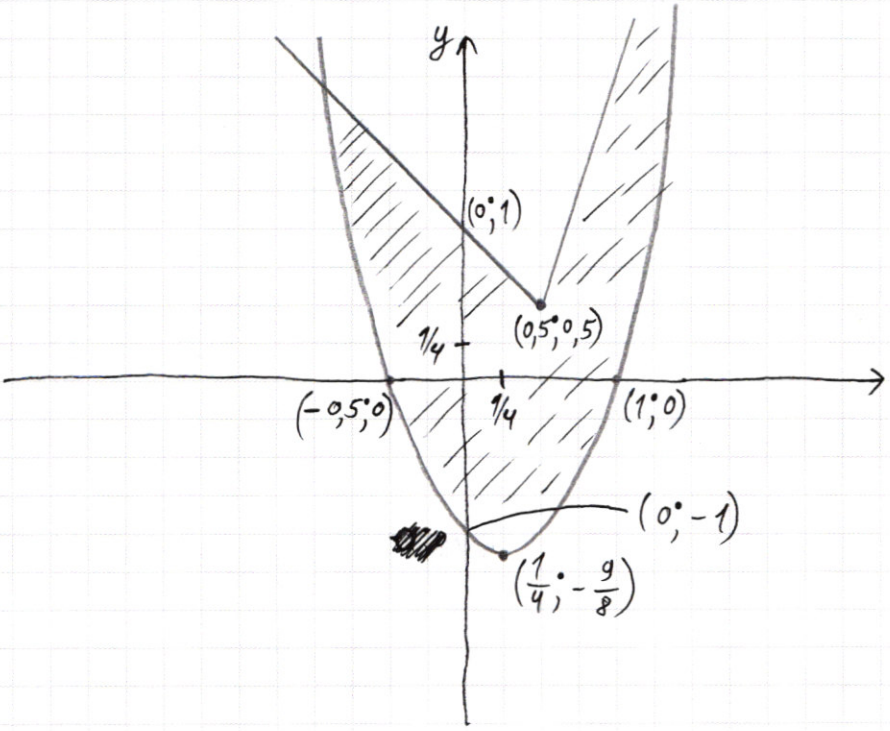
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6

$y = 2x^2 - x - 1$ — парабола с ветками, направленными вверх, вершиной в координатах $\left(\frac{1}{4}; -\frac{9}{8}\right)$, пересекающая OX в точках $(-0{,}5; 0)$ и $(1; 0)$.

$y = x + |2x - 1|$ — 2 луча. При $x < 0{,}5$ это — часть прямой $-x + 1$, при $x \geq 0{,}5$ это — часть прямой $3x - 1$.



Заметим, что изображённые графики пересекаются в точках $(-1; 2)$ и $(2; 5)$.

№6 (продолжение)

Отрезок прямой $ax+b$, ограниченный прямыми $x=-\frac{1}{4}$ и $x=\frac{3}{2}$, должен целиком лежать в заштрихованной области на рисунке выше.

Значит, если $a>0$, то $a<3$, а если $a<0$, то $a>-1$. Очевидно, что $b\in\left[-\frac{9}{8}; 1\right]$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$b = ka$

$c = k^2 a$

$\cancel{a + 2ka + k^2 a = 0}$

$\cancel{1 + 2k + k^2 = 0}$

$\cancel{(k+1)^2 = 0}$

$\cancel{k = -1}$

$\cancel{a - 2a + a = 0}$

$ax^2 + 2akx + k^2 a = 0$

$a \neq 0$

$x^2 + 2kx + k^2 = 0$

$(x+k)^2 = 0$

$x = -k$

$d = k^3 a = -k$

$k^2 a = \boxed{-1 = c}$

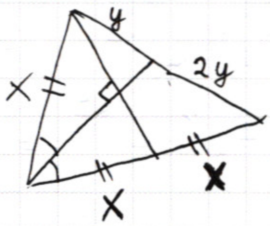
$\cancel{ax^2 + 2kax + k^2 ax = 0}$

$\cancel{a \neq 0}$

$\cancel{x^2 + 2kx + k^2 x = 0}$

$\cancel{(x+k)^2 = 0}$

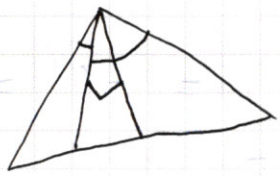
N2



$3y + 3x = 1200$

$y + x = 400$

399



N3

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} & (1) \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 & (2) \end{cases}$$

$y - 2x \geq 0$

$\cancel{(1)\ y - 2x = \sqrt{(y-2x)}}$

$$\begin{cases} y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2 \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 4x^2 - 5xy + 2x + y - 2 = 0 \\ y^2 + 2x^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$2x^2 - 5xy + 6x + 5y - 5 = 0$

$2x^2 + x(6 - 5y) + 5y - 5 = 0$

$D = 36 - 60y + 25y^2 - 40y + 40 = 25y^2 - 100y + 76$

~~AB < 3BK~~

~~AB + BK = 400~~ ~~4BK < 400~~ ~~BK < 100~~

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

N3

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} & (1) \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 & (2) \end{cases}$$

~~(2) $2x^2+y^2-4x-4y+3=0$~~

~~$2x^2+(y^2-4y+4)-4x-1=0$~~

~~$(y-2)^2+(x-1)^2+x^2-2x-2=0$~~

~~$(y-2)^2+2(x-1)^2=3$~~

(1) $y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2$

$y^2+4x^2-5xy+2x+y-2=0$

~~$y+2x$~~

$(y-x-1)(y-4x+2)=0$

$$\left[\begin{array}{ll} y=x+1 & (A) \\ y=4x-2 & (B) \end{array}\right.$$

(A) (2) $2x^2+(x+1)^2-4x-4(x+1)+3=0$

$2x^2+x^2+2x+1-4x-4x-4+3=0$

$3x^2-6x=0$

~~$x(x-2)$~~ $3x(x-2)=0$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \end{array}\right. \\ y-2x\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}}$$

(B) (2) $2x^2+(4x-2)^2-4x-4(4x-2)+3=0$

$2x^2+16x^2-16x+4-4x-16x+8+3=0$

$18x^2-36x+15=0$

$6x^2-12x+5=0$

$D=144-120=24=(2\sqrt{6})^2$

$x_{1,2}=\frac{12\pm 2\sqrt{6}}{12}=1\pm\frac{1}{\sqrt{6}}$

~~y_1~~ $\begin{cases} x=1+\frac{\sqrt{6}}{6} \\ y=4+\frac{2\sqrt{6}}{3}-2= \end{cases}$ $=2+\frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\begin{cases} x=1-\frac{\sqrt{6}}{6} \\ y=4-\frac{2\sqrt{6}}{3}-2=2-\frac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases}$

О.Д.З. $y-2x\geq 0$

$\Downarrow$

$$\boxed{\begin{cases} x=1+\frac{\sqrt{6}}{6} \\ y=2+\frac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases}}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

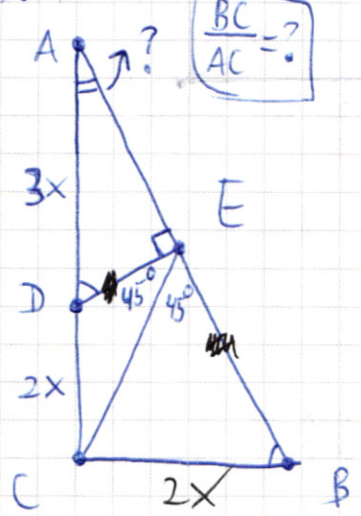
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



$\boxed{\frac{BC}{AC} = ?}$

$\Delta ADE \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

$\frac{3x}{AB} = \frac{AE}{5x}$

$\square BCDE$ – вписанный $\Rightarrow BC = 2x$

$tg\, BAC = \boxed{\frac{2}{5}}$

$\cos BAC = \frac{5}{\sqrt{29}} \Rightarrow \cos ADE = \frac{2}{\sqrt{29}} \Rightarrow \cos CDE = -\frac{2}{\sqrt{29}}$

$\sin CDE = \frac{5}{\sqrt{29}}$

$5x = \sqrt{29}$ $\quad S_{CED} = ?$ $\quad x = \frac{\sqrt{29}}{5}$

$AB = \sqrt{25x^2 + 4x^2} = \sqrt{29}\, x = \frac{29}{5}$

$AB \cdot AE = 15x^2$

$AB = \sqrt{29}\, x$

$AE = \frac{15}{\sqrt{29}} x = 3$

$DE = tg\, BAC \cdot AE = \frac{6}{5}$

$S_{CED} = \left(\frac{2}{5}\cancel{\sqrt{29}} \cdot \frac{6}{\cancel{5}}\right) \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{\sqrt{29}}} = \boxed{\frac{6}{5}}$

$\cancel{\Delta ACE + \cos \Rightarrow CE^2 = 29 + 9 - 2\sqrt{29} \cdot 3 = 38 - 6\sqrt{29}}$

$\cancel{S_{CED} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{6}{5} \cdot \sqrt{38 - 6\sqrt{29}}\right) \cdot \sin 45°}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

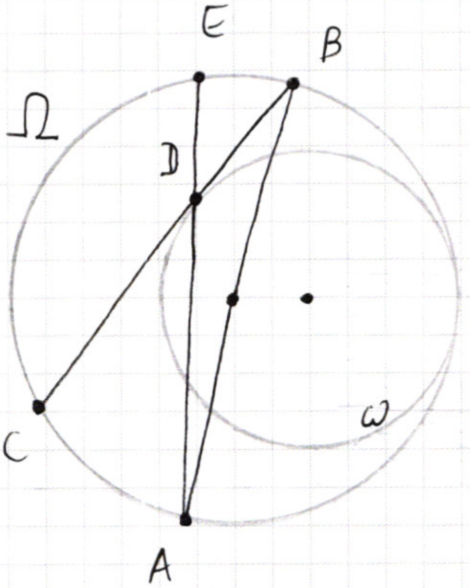
(Нумеровать только чистовики)

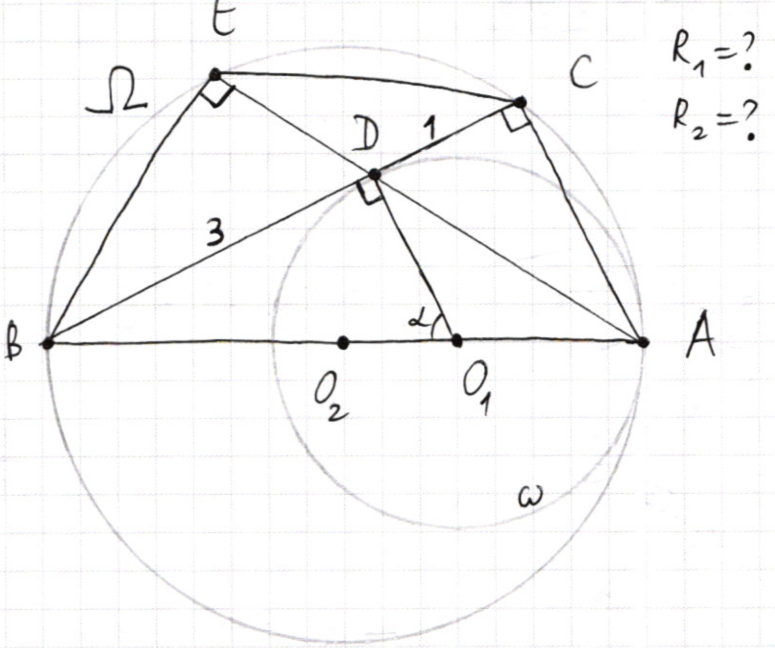
N5

$S_{BACE}=?$

$R_1=?$

$R_2=?$





$\Delta ACB \sim \Delta O_1DB$

$AC=\frac{4}{3}R_1$

$\frac{2R_2}{2R_2-R_1}=\frac{4}{3}$

$6R_2=8R_2-4R_1$

$4R_1=2R_2$

$\boxed{R_2=2R_1}$

$(2R_2-R_1)^2=R_1^2+9$

$(4R_1-R_1)^2=R_1^2+9$

$8R_1^2=9$

$R_1=\frac{3}{\sqrt{8}}=\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\boxed{\frac{3\sqrt{2}}{4}}$

$R_2=2R_1=\boxed{\frac{3\sqrt{2}}{2}}$

ΔAO_1D + cos $\Rightarrow$

$AD^2=2\cdot\left(\frac{9\cdot2}{16}\right)-\frac{9\cdot2}{16}\cdot(-\cos\alpha)=\frac{9}{4}+\frac{9}{8}\cos\alpha$

косеканс α $=\frac{2R_2-R_1}{R_1}=\frac{2R_2}{R_1}-1=\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}/4}-1=3$

$\cos\alpha=\frac{1}{3}$

$AD^2=\frac{9}{4}+\frac{3}{8}=\frac{18+3}{8}=\frac{21}{8}$

$AD=\sqrt{\frac{21}{8}}$

$AD\cdot DE=3$

$DE=\frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{21}}=\frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{56}}{7}$

$AE=AD+DE=$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

N5

$AD = x$

$ED = \frac{3}{x}$

$x^2 = 2R_1^2 - 2R_1^2 \cos AO_1D = 2R_1^2(1 + \cos BO_1D) = 2R_1^2\left(1 + \frac{R_1}{3R_1}\right) =$

$= \frac{8}{3} R_1^2 = \frac{8}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4} = 2\sqrt{2}$

$x = \sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}$

$ED = \frac{3}{\sqrt{2\sqrt{2}}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}}}{4} = \frac{3}{4} \cdot 2\sqrt[4]{2} = \frac{3}{2}\sqrt[4]{2}$

$AE = \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2}\right)\sqrt[4]{2}$

$\sin ADC = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}}$

$S_{BACE} = \frac{1}{2} AE \cdot BC \cdot \sin ADC = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2}\right)\cancel{\sqrt[4]{2}} \cdot 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \cancel{\sqrt[4]{2}}} =$

$= 2 \cdot \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = (3 + 2\sqrt{2}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2} + 4}{2}$

$3 / (\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}) = \frac{3\sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt[4]{2}} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{3}{2}\sqrt[4]{2}$

$y = 2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$

$x = 1$

$x = -0,5$

$x_0 = \frac{1}{4}$

$y_0 = 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{9}{8}$

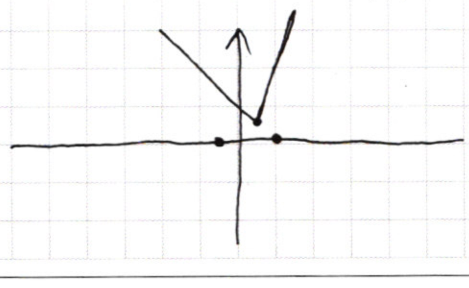
$x + |2x - 1|$

$x \geq 0,5$

$x + 2x - 1 = 3x - 1$

$x < 0,5$

$x - 2x + 1 = -x + 1$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-x+1=2x^2-x-1$

$2x^2-2=0$

$x^2=1$

$x=-1$ ✓ $y=2$

$x=1$ ⊗

$3x-1=2x^2-x-1$

$2x^2-4x=0$

$2x(x-2)=0$

$x=0$ ⊗

$x=2$ ✓ $y=5$

$3x-1$ $\qquad$ $2x^2-x-1$

$-\frac{1}{4}$ $\qquad$ $-\frac{1}{4}$

$-\frac{3}{4}-1=-\frac{7}{4}$ $\qquad$ $\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-1=\frac{1+2-8}{8}=-\frac{5}{8}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)