МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

a, b, c - геометрическая последовательность. Пусть множитель этой последовательности - q $\Rightarrow$ ~~a, b, c~~ = a, b, c можно представить как a, aq, aq^2.

$$ax^2+2bx+c=0$$

$$D=4b^2-4ac=4(b^2-ac)$$

$$x_1=\frac{-2b+2\sqrt{b^2-ac}}{2a}=\frac{b+\sqrt{b^2-ac}}{a}$$

$$x_2=\frac{-2b-2\sqrt{b^2-ac}}{2a}=\frac{b-\sqrt{b^2-ac}}{a}$$

Один из этих корней является IV членом прогрессии $\Rightarrow q^3a$

$$\frac{b+\sqrt{b^2-ac}}{a}=q^3a \qquad \frac{b-\sqrt{b^2-ac}}{a}=q^3a$$

$$b+\sqrt{b^2-ac}=q^3a^2 \qquad b-\sqrt{b^2-ac}=q^3a^2$$

$$\sqrt{b^2-ac}=q^3a^2-qa \qquad \sqrt{b^2-ac}=(qa-q^3a^2)$$

$$b^2-ac=(q^3a^2-qa)^2 \qquad b^2-ac=(qa-q^3a^2)^2$$

$(q^3a^2-qa)^2=(qa-q^3a^2)^2$ т.к. $(q^3a^2-qa)^2=(-(qa-q^3a^2))^2$

$$\Rightarrow \quad b^2-ac=(q^3a^2-qa)^2$$

$$b^2-ac=(bc-b)^2$$

$$b^2-ac=b^2c^2-2b^2c+b^2$$

$$b^2c^2-2b^2c+ac=0$$

$$(aq)^2(aq^2)^2-2(aq)^2aq^2+a\cdot aq^2=0$$

$$a^4q^6-2a^3q^4+a^2q^2=0$$

$$a^2q^2(a^2q^4-2aq^2+1)=0$$

$b^2(c^2-2c+1)=0$ если $b^2=0 \Rightarrow a=0$ тогда уравнение не имеет смысла $\Rightarrow b\neq 0$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$b^2(c-1)^2=0$

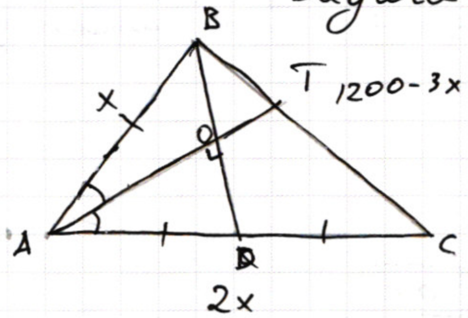
$(c-1)^2=0$

$c-1=0$

$c=1$

Ответ: 1

Задача №2



Дано: $\triangle ABC$

$P_{ABC}=1200$

AT - бис-са

BD - медиана

$BD \perp AT$

В тр.$\triangle ABD$ бис-са $AO \perp BD \Rightarrow AO$ - высота $\Rightarrow$

$\triangle ABD$ - равнобедренный $AD=AB$

Пусть $AD=x \Rightarrow AC=2x$, $AB=x$; $BC=1200-3x$; $x \in \mathbb{Z}$

По правилу треугольника: сумма 2 сторон треугольника всегда больше третьей.

$x < 2x+1200-3x$ $\qquad$ $2x < x+1200-3x$

$2x < 1200$ $\qquad$ $4x < 1200$

$\underline{x<600}$ $\qquad$ $\underline{x<300}$

$1200-3x < 2x+x$

$1200 < 6x$

$\underline{x>200}$

Составим систему

$$\begin{cases} x>200 \\ x<300 \\ x<600 \end{cases} \Rightarrow x \in (200; 300),\ x \in \mathbb{Z} \Rightarrow 300-200-1=99$$

вариантов ~~треугол.~~ сторон. треугольника.

Ответ: 99

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

~~$y \le 2x$~~ $y \ge 2x$

Кол-во корней ~~завис~~ не может превышать старшую степень переменной $\Rightarrow$ y имеет 2 корня, x имеет 2 корня.

Решим II уравнение:

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$2x^2-4x+2+y^2-4y+4-3=0$

$2(x-1)^2+(y-2)^2-3=0$

$2(x-1)^2-2+(y-2)^2-1=0$

$2((x-1)^2-1)+(y-2-1)(y-2+1)=0$

$2((x-1-1)(x-1+1)+(y-3)(y-1)=0$

$2x(x-2)+(y-3)(y-1)=0$

Приравняем части уравнения к 0

$2x(x-2)=0$ $\qquad$ $(y-3)(y-1)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \end{array}\right.$ $-$ 2 корня $\qquad$ $\left[\begin{array}{l} y=3 \\ y=1 \end{array}\right.$ $-$ 2 корня $\Rightarrow$

больше корней нет.

проверим на удолевотворение условию $y \ge 2x$

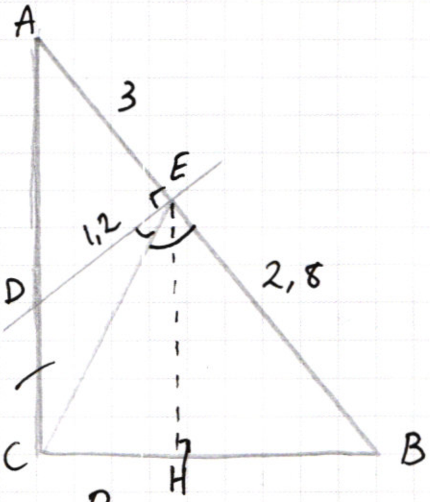
$(0;1)$ ~~$1\le 0$~~ $1 \ge 0$ $-$ подходит

$(0;3)$ $3 \ge 0$ $-$ подходит; $(2;1)$ $1 \not\ge 4$ $-$ не подходит

$(2;3)$ $3 \not\ge 4$ не подходит.

Ответ: $(0;1)$; $(0;3)$

Задача №4



Дано: $\triangle ABC$; $\angle C=90^\circ$

$D\in AC$; $E\in AB$

$\frac{AD}{AC}=\frac{3}{5}$

$DE\perp AB$; $\angle CED=45^\circ$

~~Най~~ а) Найти $tg(\angle BAC)$

б) $AC=\sqrt{29}$

Найти S_{CED}

Решение:

а) т.к. $\angle DEB=90^\circ$; $\angle CED=45^\circ \Rightarrow \angle DEC=\angle CEB$

$\angle DCB=90^\circ$; $\angle DEB=90^\circ \Rightarrow$ вокруг четырехугольника $CDEB$ можно описать окружность $(\angle DCB+\angle DEB=180^\circ)$

т.к. $\angle CEB=\angle CED \Rightarrow CB=CD$ т.к. равные углы опираются на равные хорды

$\frac{AD}{AC}=\frac{3}{5} \Rightarrow \frac{DC}{AC}=\frac{2}{5}$ т.к. $DC=CB \Rightarrow \frac{CB}{AC}=\frac{2}{5}$

$tg(\angle CAB)=\frac{CB}{AC}=\frac{2}{5}$ ~~$\frac{2}{5}$~~

б) $AD=\frac{3}{5}AC=\frac{3\sqrt{29}}{5}$

в $\triangle DAE$ $\angle DEA=90^\circ$; ~~DE~~ $tg\angle CAB=\frac{DE}{AE}=\frac{2}{5}$

$AE=\frac{5DE}{2}$

по теореме Пифагора:

$DE^2+AE^2=AD^2$

$DE^2+\frac{25DE^2}{4}=29\cdot\frac{9}{25}$

$\frac{29DE^2}{4}=29\cdot\frac{9}{25}$

$DE=\sqrt{\frac{9}{25}\cdot 4}$

$DE=\frac{6}{5}=1,2$

$AE=\frac{5DE}{2}=5\cdot 0,6=3$

$CB=\frac{2}{5}AC=\frac{2\sqrt{29}}{5}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №4
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В $\triangle ABC$ по теореме Пифагора:

$AC^2 + CB^2 = AB^2$

$29 + \frac{4 \cdot 29}{25} = AB^2$

$AB^2 = \frac{29 \cdot 25 + 4 \cdot 29}{25} = \frac{29^2}{25}$

$AB = \frac{29}{5} = 5,8$

$EB = AB - AE = 5,8 - 3 = 2,8$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{29}}{5} \cdot \sqrt{29} = \frac{29}{5} = 5,8$

$S_{ADE} = \frac{1}{2} DE \cdot AE = 3 \cdot 1,2 \cdot \frac{1}{2} = 1,8$

Проведем $EH \perp CB$

Рассмотрим $\triangle HEB$ и $\triangle CAB$

1) $\angle ACB = \angle EHB = 90°$

2) ~~$\angle HBE$~~ $= \angle B$ - общий $\Rightarrow$

$\triangle HEB \sim \triangle CAB$ по 2 углам. $\Rightarrow \frac{EH}{AC} = \frac{EB}{AB}$

$EH = \frac{AC \cdot EB}{AB} = \frac{\sqrt{29} \cdot 2,8}{5,8} = \frac{14\sqrt{29}}{29}$

$S_{\triangle CEB} = \frac{1}{2} EH \cdot CB = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{14\sqrt{29}}{29} \cdot \frac{\cancel{2}\sqrt{29}}{5} = \frac{14}{5} = 2,8$

$S_{\triangle DEC} = S_{ABC} - S_{CEB} - S_{ADE} = 5,8 - 1,8 - 2,8 = 1,2$

Ответ: а) 0,4 б) 1,2

№5

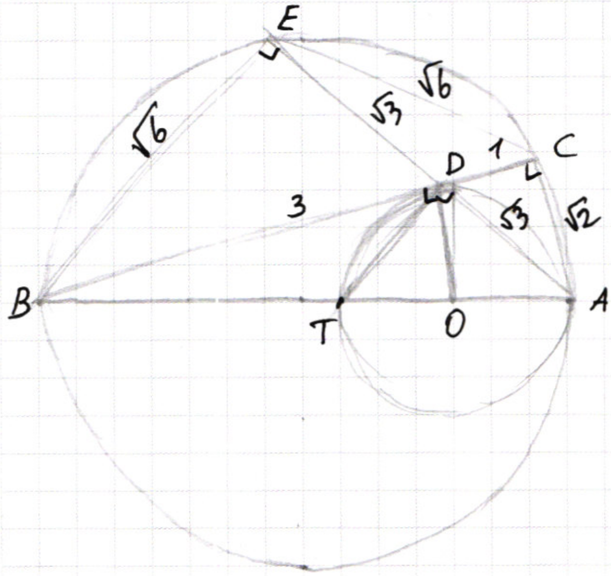
Дано: окр Ω, окр ω

AB диаметр Ω

BC - хорда Ω

$D \in BC$; $D \in \omega$

$A \in \omega$ ~~AE~~ $D \in AE$ $E \in \Omega$



$CD = 1;\ BD = 3$

Найти радиусы окружностей и S_{ABCE}

Решение: T-точка пересечения BA и окр ω

r-радиус ω

R-радиус Ω

B - точка за пределами окружности ω. По свойству точки произведение расстояния от точки до точек пересечения с окружностью ~~постоянное~~ $= const$. $\Rightarrow$

$BD^2 = BT \cdot AB$; $AB = \cancel{BT+1}\ BT + 2r$

O-центр окружности ω; $\angle BCDA$ опирается на диаметр $\Rightarrow$

$\angle BCD = 90°$;

$OD \perp BD$ по свойству касательной. $\Rightarrow$

$\triangle BDO \sim \triangle BCA$ по 2 углам ($\angle BDO = \angle BCA$; $\angle B$-общий) $\Rightarrow$

$\frac{OB}{AB} = \frac{DB}{CB}$ $\quad OB = BT + r$; $BC = BD + DC = 4$

$\frac{BT + r}{BT + 2r} = \frac{3}{4}$

$4BT + 4r = 3BT + 6r$

$2r = BT$

$BD^2 = BT(BT + 2r)$

$BD^2 = 2r \cdot 4r$

$r = \sqrt{\frac{9}{8}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

$BA = 2R \quad BA = BT + 2r = 4r$

$2R = 4r$

$R = 2r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$; $BA = 2R = 3\sqrt{2}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{4}$ По теореме Пифагора: ($\triangle BAC$)

$CA^2 = AB^2 - BC^2 = 18 - 16 = 2$

$CA = \sqrt{2}$

$\angle BEQA$ опирается на $BA \Rightarrow \angle BEA = 90^\circ$

$\angle TDA$ опирается на диаметр окр $w \Rightarrow \angle TDA = 90^\circ$

$\triangle BEA \sim \triangle TDA$ по 2 углам ($\angle BEA = \angle TDA$; $\angle TAD$ - $\cancel{\text{в}}$общий) $\Rightarrow$

$\frac{DA}{\cancel{B}EA} = \frac{AT}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow DA = \frac{1}{2} EA \Rightarrow DA = ED.$

по свойству пересекающихся хорд: $BD \cdot DC = ED \cdot DA$

$ED^2 = 3$

$ED = DA = \sqrt{3}$

По теореме Пифагора: ($\triangle BEA$)

$BE^2 = AB^2 - EA^2 = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 18 - 12 = 6$

$BE = \sqrt{6}$

по теореме косинусов ($\triangle BDA$)

$AB^2 = BD^2 + DA^2 - 2\cos BDA \cdot DA \cdot BD$

$\cos BDA = \frac{9 + \cancel{x}3 - 18}{\sqrt{3} \cdot 3 \cdot 2} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

по теореме косинусов в $\triangle EDC$. ($\angle BDA = \angle EDC$ как вертик.)

$\cancel{4}$ $EC^2 = DC^2 + ED^2 - 2\cos BDA \cdot DC \cdot ED$

$EC^2 = 1 + 3 + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} \cdot 1$

$EC = \sqrt{6}$

$\cancel{5}$. $\frac{P}{2}$ $\triangle B\cancel{A}EC$:

$\frac{P}{2} = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{6} + 4}{2} = \sqrt{6} + 2$

По формуле Герона:

$S_{BEC} = \sqrt{(\sqrt{6}+2)\cdot 2\cdot 2\cdot(\sqrt{6}-2)} = 2\sqrt{6-4} = 2\sqrt{2}$

$S_{BCA} = \frac{1}{2} BC\cdot CA = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$S_{BECA} = S_{BCA} + S_{BEC} = 4\sqrt{2}$

Ответ: $0,75\sqrt{2}$; $1,5\sqrt{2}$; $4\sqrt{2}$

Задача №7

$f(ab) = f(a) + f(b)$ $\quad$ $f(p) = [p/2]$

$\cancel{f(21) =}$ $\forall$ Возьмем $s \in N$:

$f(s) = f(s) + f(1)$ т.к. $1\cdot s = s \Rightarrow f(1) = 0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a \quad b \quad c \quad -\frac{5}{8}$ $\quad x \cdot -\frac{1}{4} + 1{,}5 = 1{,}25 \quad q^2 a - ?$

$a \quad qa \quad q^2 a \, 8$

$ax^2 + 2bx + c = 0$ - один из $\Rightarrow q^3 a$

$D = 4b^2 - 4ac = 4(b^2 - ac)$

$x = \frac{-2b + 2\sqrt{b^2 - ac}}{2a} = \frac{b + \sqrt{b^2-ac}}{a} = q^3 a$

$b + \sqrt{b^2 - ac} = q^3 a^2 \qquad q^3a^2 = q^2 a \cdot qa = bc$

$\sqrt{b^2 - ac} = (q^3a^2 - b)$

$b^2 - ac = (bc - b)^2$

$b^2 - ac = b^2(c-1)^2$

$b^2 - ac = b^2c^2 - 2b^2c + b^2$

$b^2c^2 - 2b^2c + ac = 0$

$(aq)^2(aq^2)^2 - 2(aq)^2 q^2 a + a \cdot aq^2 = 0$

$a^2q^2 \cdot a^2q^4 \qquad a^2q^2q^2a$

$a^4q^6 - 2a^3q^4 + a^2q^2 = 0 \qquad b \neq 0$

$a^2q^2(a^2q^4 - 2aq^2 + 1) = 0$

$(c^2 - 2c + 1) = 0$

$(c-1)^2 = 0$

$c = 1$

Ответ: 1.

$f(1) = 0$

$f(7) = f(3)$

$f(21) = f(7) + f(3)$

$f(21) = 2f(3)$

$f(3) = f(1) = 0$

$f(6) = f(2)$

$f(6) = f(3) + f(2)$

$f(12) = 2f(2)$

$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{8} - 1 = -\frac{5}{8}$

$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9$

$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{4}$

$y_0 = 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{9}{8}$

$2y_0 < 3{,}5$

$BT(BT + 2r) = 9$

$2r \cdot 4r = 9$

$r^2 = \frac{9}{8}$

$r = \frac{3}{2\sqrt{2}}$

$R = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$\cos D = \frac{12 - 18}{2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}} = \frac{-1}{\sqrt{3}}$

$\left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2 = 9 + 3 - 2\cos D \cdot 3 \cdot \sqrt{3}$

$EC^2 = 3 + 1 + 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1$

$EC = \sqrt{6}$

$\left(\frac{2 \cdot 3}{\sqrt{2}}\right)^2 - (2\sqrt{3})^2 = 18 - 12 = 6$

$3 - 1 =$

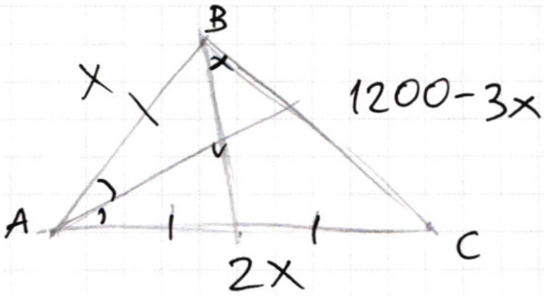
$\frac{2}{36} =$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №___

(Нумеровать только чистовики)



$P_{ABC} = 1200$

$\cancel{3x > 600}$

$\cancel{x > 200}$

$\cancel{1200 - 3x + 2x \geqslant x}$

$\cancel{1200 - 3x + x \geqslant 2x}$

$\cancel{1200 - 2x < 2x}$

$\cancel{1200 < 4x}$

$\cancel{x > 300}$

$2x + x > 1200 - 3x$

$6x > 1200$

$\underline{x > 200}$

$1200 - 3x + x > 2x$

$1200 > 4x$

$\underline{x < 300}$

$1200 - 3x + 2x > x$

$1200 - x > x$

$1200 > 2x$

$\underline{x < 600}$

$\begin{cases} x < 300 \\ x > 200 \\ x < 600 \end{cases} \Rightarrow x \in (200; 300)$

$300 - 200 - 1 = 99$

Ответ: 99

№3

$y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}$

$(y - 2x)^2 = (x-1)(y-2)$

$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2$

$\begin{cases} y^2 - 5xy + 2x + y + 2 + 4x^2 = 0 \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$

$2x^2 - 5xy + 6x + 5y - 1 = 0$

$y^2 - 2x + 5xy - 9y + 4 = 0$

$(y^2 - 4y + 4) - 2x + 5xy - 5y = 0$

$(y-2)^2 + 5y(x-1) - 2x = 0$

$y \geqslant 2x$

$xy - y - 2x + 2$

$(x-1)y - 2(x-1)$

$(x-1)(y-2)$

$-5y(x-1$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

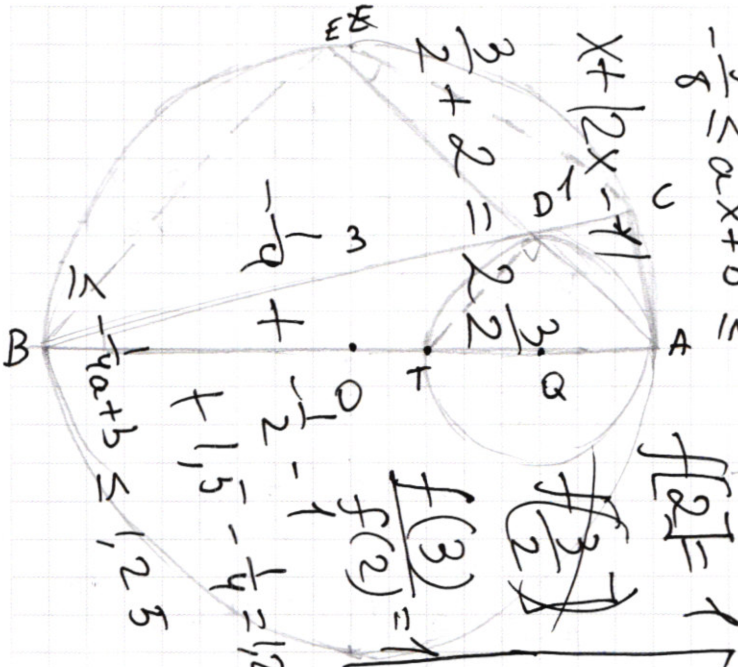
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$BC = 4$

$ED \cdot DA = 3$

$BT \cdot BA = 9$

$BT(BT + 2r) = 9$

$2x^2 - x - 1 = -x$

$2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1$

$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} - 1 = \frac{3}{8} - 1 = \frac{5}{8}$

$y \geq 2x$

$y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}$

$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2$

$y^2 - 5xy + 4x^2 + 2x + y - 2 = 0$

$y^2 + 2x^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

$y^2 - 5xy + 4x^2 + 2x + y - 2 = y^2 + 2x^2 - 4x - 4y + 3$

$2x^2 + 6x + 5y - 5 - 5xy = 0$

$5x - 5 + 5y - 5xy = 0$

$5(x-1) + 5y(1-x) = 0$

$5(x-1)(1+y) = 0$

$y^2 + 2x^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

$(2x^2 + 4x + 2) + y^2 - 4y + 4 - 3 = 0$

$2(x+1)^2 + (y-2)^2 = 3$

$2(x+1)^2 - 2 = 2((x+1)^2 - 1) = 2(x+2)$

$2x(x+2) + (y-1)(y-3) = 0$ $\quad y \geq 2x$

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

$(y^2 - 4y + 4) + 2x^2 - 4x - 1 = 0$

$(y-2)^2 + 2(x-1)^2 - 3 = 0$

$(y-2)^2 + 2(x-1)^2 = 3$

$(0;1)\ (0;3)$

$(-2;1)\ (-2;3)$

$f(1) = 0$, $f(3) = 1$, $f(5) = 2$, $f(7) = 3$, $f(11) = 5$, $f(13) = 6$

$f(17) = 8$, $f(19) = 9$

$f(2) = x$

$f(4) = 2f(2)$

$f(8) = 1 + f(2)$

$f(8) = 4 + f(2)$

$f(10) = 2 + f(2)$

$f(10) = f(5) + f(2) =$

$f(10) = 5$

$f(2) = 5$

$f(4) = 2$

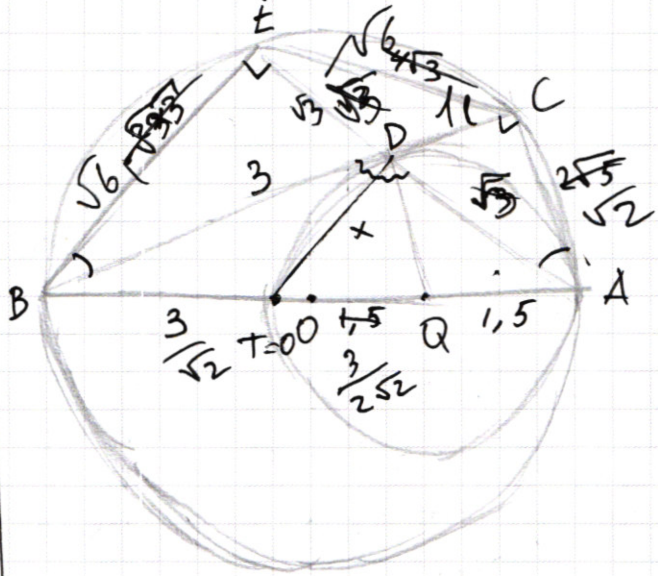
$f(6) = 3$

$\frac{f(3)}{f(2)} = 1$

$f[3] = 1$, $f[2] = 1$

черновик ☑ чистовик ☐ (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



$~~BT\cdot AB~~$ $\quad ED\cdot DA = 3$

$BT\cdot 2R = 9$

$2R\cdot(2R-2r)=9$

$4R(R-r)=9$

$R(R-r)=\frac{9}{4}$

$R-r=\frac{9}{4R}$

$r = R-\frac{9}{4R} = \frac{R^2-9}{4R}$

$BT\cdot(2r)=9$

$BT+2r=2R$

$4r=2R$

$2r=R$

$\boxed{R=3}$

$36-16=20$

$\frac{BT+r}{BT+2r}=\frac{3}{4}$

$3BT+6r=4BT+4r$

$\boxed{2r=BT}$ $\quad 8r$

$~~4r^2=9~~$ $\quad 2r(2r+2r)$

$\boxed{r=\sqrt{\frac{9}{4}}=1,5}$

$(5\sqrt{3}+1)(5\sqrt{3}-1)=75-1=74$

$~~DA=\frac{1}{2}EA \Rightarrow~~$

$~~DA^2=3 \quad DA=\sqrt{3}~~$

$~~36-3=33~~$

$6^2=3^2+(\sqrt{3})^2-2\cos D\cdot\sqrt{3}\cdot 3$

$\cos D=\frac{9+3-36}{2\sqrt{3}\cdot 3}$

$\cos D=\frac{-24}{6\sqrt{3}}=\frac{-4}{\sqrt{3}}$

$\frac{26}{2}=13$

$~~\frac{74}{2}=37\cdot 13~~$

$\frac{75-1}{~~2~~}$ $\quad 1-\frac{27}{~~2~~}$

$2\sqrt{2}(1+\sqrt{3+\sqrt{6}})$

$S_\Delta=\sqrt{(\sqrt{6}+2)\cdot 2\cdot 2\cdot\sqrt{6}}$

$2\sqrt{6}+2\sqrt{6}$

$2\sqrt{2}(3+\sqrt{6})$

$p=\sqrt{6}+2+2\sqrt{2}$

$EC^2=3+1-2\cos D\cdot\sqrt{3}\cdot 1$

$EC^2=4+2\cdot\frac{+4}{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3}\cdot 1$

$EC^2=4+8 \quad EC=4\sqrt{3}$

$\frac{12}{1}$

$p=\frac{4\sqrt{3}+\sqrt{3}+1}{2}=\frac{5\sqrt{3}+1}{2}$

$S=\frac{5\sqrt{3}+1}{2}\cdot\frac{5\sqrt{3}+1-8\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{5\sqrt{3}+1-2\sqrt{3}}{2}$

$\frac{28}{58}=\frac{14}{29}$

$\frac{5\sqrt{3}+1-2}{2}=\frac{5\sqrt{3}-1}{2}$ $\quad \frac{5\sqrt{3}+1}{2}\cdot\frac{1-3\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{3\sqrt{3}+1}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

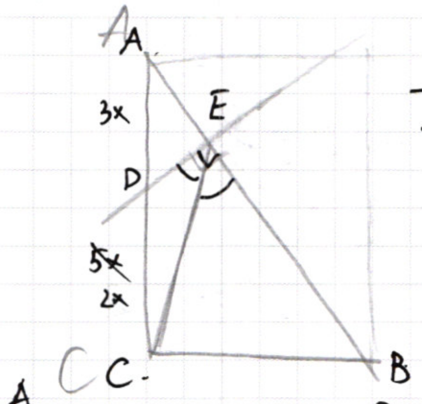
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

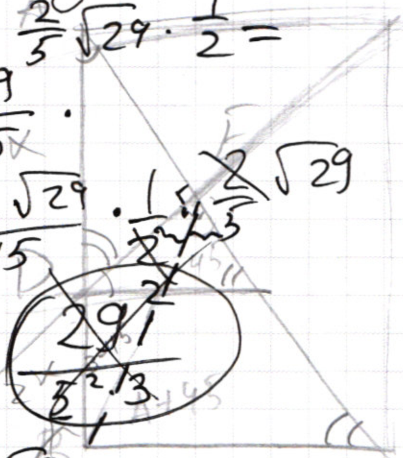


$\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$ $tg\,BAC$

$\frac{4}{5}\sqrt{29} \cdot \frac{2}{5}\sqrt{29} \cdot \frac{1}{2} =$

$\frac{4 \cdot 29}{25}$

$\frac{29 \cdot \sqrt{29}}{15} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{29}$



$\frac{29}{3}$

$\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$

$\frac{2,4}{3} \cdot \sqrt{29}$

$\frac{24}{30} = \frac{4\sqrt{29}}{5}$ $AE = 3$

$1,2 \cdot 3 = \frac{3,6}{2} = 1,8$

y $\frac{DE}{AE} = \frac{2}{5}$

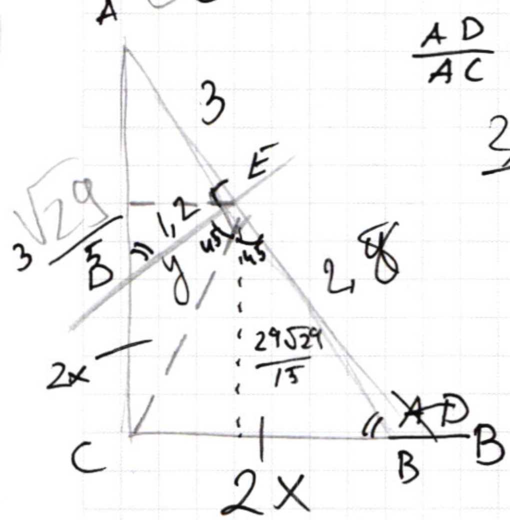
$AE = \frac{5 DE}{2}$

$\frac{25 DE^2}{4} + DE^2 = \frac{9 \cdot \sqrt{29}}{25}$

$\frac{29 DE^2}{4} = \frac{9 \cdot 29}{25}$

$DE^2 = \frac{4 \cdot 9}{25}$

$\boxed{DE = \frac{2 \cdot 3}{5} = \frac{6}{5}}$



$\frac{DE}{AE} = \frac{CB}{AC}$ $\frac{DE}{AC} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{CB}$

$\frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AB}$ $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$

$\frac{DE}{CB} = \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$ $\frac{DE}{CB} = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{5}$

$\cancel{3x = \frac{3}{5}}$

$(\sqrt{29})^2 + (\frac{2}{5}\sqrt{29})^2 = AB$

$29 + \frac{4 \cdot 29}{25} = AB^2$

$\frac{25 \cdot 29 + 4 \cdot 29}{25} = AB^2$

$\frac{29^2}{25} = AB^2$

$AB = \frac{29}{5}$

$5,4$

т.к. $\cancel{\angle CED}$ $\angle DEB + \angle DCB = 180^\circ \Rightarrow$ вокруг четырехугольника $CDEB$ можно описать окружность $\Rightarrow$ т.к. $\angle CEB = \angle CED$ и они являются вписанными $\Rightarrow$ опираются на равные хорды $\Rightarrow CB = DC$

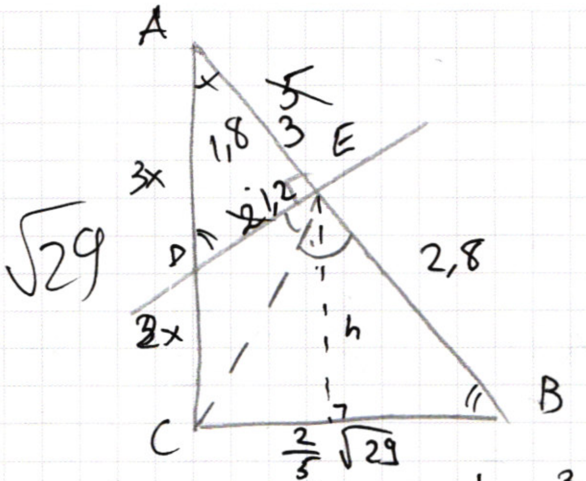
$DC = AC - AD = 5x - 3x = 2x$

$tg A = \frac{CB}{AC} = \frac{2}{5}$ $CB = \frac{2}{5} AC = \frac{2\sqrt{29}}{5}$

$S_{ABC} = \sqrt{29} \cdot \frac{2}{5}\sqrt{29} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 29}{25} - \frac{29 \cdot 4}{25} = \frac{29}{25}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



$tg\,CAB = \frac{2}{5}$

$\cancel{AL}\ \frac{DE}{AE} = \frac{2}{5}$

$AE = \frac{5DE}{2}$

$\frac{25DE^2}{4} + DE^2 = 29 \cdot \frac{9}{25}$

$\frac{\cancel{29}DE^2}{4} = \frac{\cancel{29}\,9}{25}$

$DE^2 = \frac{4 \cdot 9}{25}$

$DE = \frac{2 \cdot 3}{5} = 1,2$

$S_{DEA} = 3 \cdot 1,2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3,6}{2} = 1,8$

$\frac{CB}{AC} = \frac{2}{5}$

$CB = \frac{2}{5}\sqrt{29}$

$\left(\frac{2}{5}\sqrt{29}\right)^2 + (\sqrt{29})^2 = AB^2$

$\frac{4}{25} \cdot 29 + 29 = 29\left(\frac{4}{25} + \frac{25}{25} = \frac{29^2}{25} = AB^2\right.$

$AB = \frac{29}{5} = 5,8$ $\qquad \frac{28}{58} = \frac{14}{29} =$

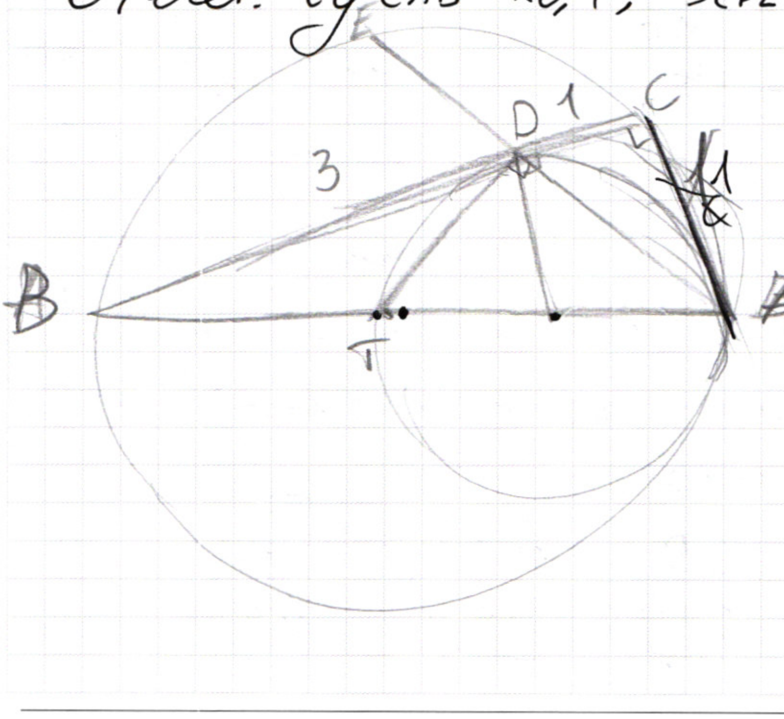
$\frac{h}{\sqrt{29}} = \frac{2,8}{5,8}$ $\qquad h = \frac{14}{29} \cdot \sqrt{29}$

$S_{CEB} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{14 \cdot \cancel{\sqrt{29}}}{\cancel{29}} \cdot \frac{\cancel{2}}{5} \cdot \cancel{\sqrt{29}} = \frac{14}{5} = 2,8$

$S_{ABC} = \sqrt{29} \cdot \frac{\cancel{2}}{5}\sqrt{29} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = = \frac{29}{5} = 5,8$

$S_{CDE} = S_{ABC} - S_{CEB} - S_{ADE} = 5,8 - 2,8 - 1,8 = 3 - 1,8 = 1,2$

Ответ: $tg\,CAB = \cancel{X}\,0,4$; $S_{CDE} = 1,2$



$BT \cdot BA = 9$

$AD \cdot ED = 3$

$\frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2} = 1+\sqrt{\ }$

$\frac{1+\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1+\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}$

$\frac{1+\sqrt{6}+\sqrt{3}}{2} = \cancel{8}+\sqrt{6}(1+\sqrt{2}$ $\quad \frac{1}{\ }$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)