МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

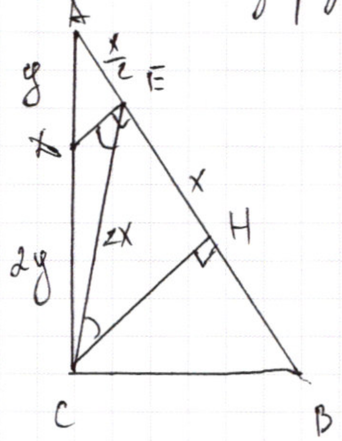
$f(x/y) = f(x) - f\left(\frac{1}{y}\right) < 0.$

$\left[\frac{x}{2}\right] - \left[\frac{1}{2y}\right] < 0.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

Решение: изобразим рисунок



а) т.к $AD : AC = 1 : 3$, то $\frac{AD}{DC} = \frac{1}{2}$

проведем $CH \perp AB$ — высота.

тогда т.к $DE \perp AB$, то $DE \parallel CH$.

тогда $\angle ECH = \angle CED$ (накрест лежащ)

Пусть $CE = 2x$, тогда т.к $\angle CED = 30°$

то $EH = x$

т.к CH и $DE \perp AB$, то появляются подобные треуг:

$\triangle DAE \sim \triangle CAH$, тогда $\frac{3y}{y} = \frac{x+AE}{AE}$

$3AE = x + AE$

$AE = \frac{x}{2}$.

из $\triangle CEH$ — прямоуг выразим сторону CH:

$4x^2 - x^2 = CH^2$ $\quad CH = x\sqrt{3}$.

тогда tg искомого угла можно найти из $\triangle CAH$.

как $\frac{CH}{AH} = tg BAC = \frac{x\sqrt{3}}{\frac{3}{2}x} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Ответ: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

б) Пусть известно что $AC = \sqrt{7}$. тогда $S_{CED} = S_{ACH} - S_{DAE} - S_{CEH}$. Найдем эти площади:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

из теоремы Пифагора для ΔCAH выразим y через x.

$$(3y)^2 = \left(\frac{3}{2}x\right)^2 + (x\sqrt{3})^2$$

$$9y^2 = \frac{9}{4}x^2 + 3x^2$$

$$36y^2 = 9x^2 + 12x^2$$

$$36y^2 = 21x^2$$

по усл $3y = \sqrt{7}$.

$$x^2 = \frac{36y^2}{21} = \frac{(3y)^2 \cdot 4}{21} = \frac{7 \cdot 4}{21} = \frac{4}{3}.$$

$$S_{ACH} = \frac{3}{2}x \cdot x \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{x^2 \cdot 3\sqrt{3}}{4} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}.$$

$$S_{DEH} = \frac{x}{2} \cdot (DE) \cdot \frac{1}{2} = \frac{x}{2} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = x^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

(DE из подобия $\frac{x\sqrt{3}}{2}$)

$$S_{CEH} = \frac{x \cdot x\sqrt{3}}{2} = x^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$S_{CED} = \sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{3}\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

N1.

Решение: т.к a, b, c явл посл членами геом прогресси то $b = a \cdot m$

$c = b \cdot m = a \cdot m^2$ где m коэфф геом прогресс.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

тогда x — корень ур-ния если $a\cdot m\cdot m\cdot m = am^3$

$ax^2-2bx+c=0$

$D=4b^2-4ac = 4\cdot(a\cdot m)^2-4\cdot a\cdot a\cdot m^2=0.$

$x=\frac{2b}{2a}=\frac{b}{a}\cancel{=am^3=am.\ \Rightarrow m=1}$.

$\frac{b}{a}=am^3=\frac{am^3}{a}=m.$

$am^3=m.$ $/:m$, $m\neq 0$

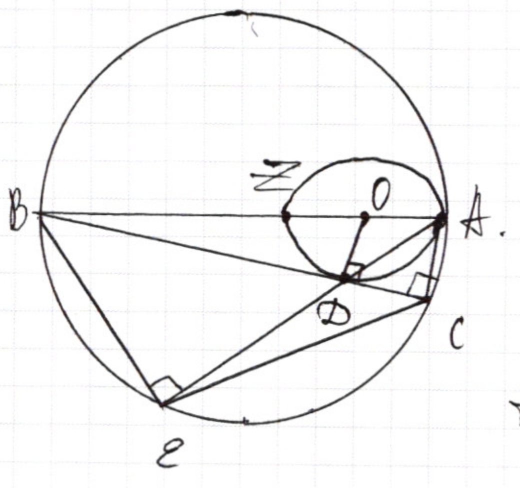
$am^2=1=c$ — искомый средний член прогрессии

и таким образом $\neq 0$.

Ответ: 1.

№5.

Решение: изобразим рисунок.



т.к AB — диаметр Ω и ω касается Ω внутренним образом в т. A, то AB — линия центров.

т.к AB — диаметр, то $\angle BCA=90°$

тогда пусть r — ω

R — Ω

$2R=D$ $\quad D-2r=x$, тогда $AZ=2r$ $\quad BZ=x$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$S_{\cancel{ACHZ}}$

~~По теореме Пифагора:~~

~~$\left(\frac{3}{2}x\right)^2 +$~~

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

пусть O – центр ω $O \in AB$. проведем $OD \perp BC$, т.к BC – касательная.

тогда $OD \parallel AC$. расс-им $\triangle ODB$:

$\cancel{r^2 + (r+x)^2 = (3)^2}$

$\cancel{r^2 + r^2}$

$(3)^2 + (r)^2 = (r+x)^2$

$9 + r^2 = r^2 + 2rx + x^2$

$x^2 + 2rx - 9 = 0$. (1)

расс-им $\triangle ACB$ и $\triangle ODB$ – они подобны.

тогда $\frac{3}{5} = \frac{r+x}{2r+x}$ $6r + 3x = 5r + 5x$

$r = 2x$.

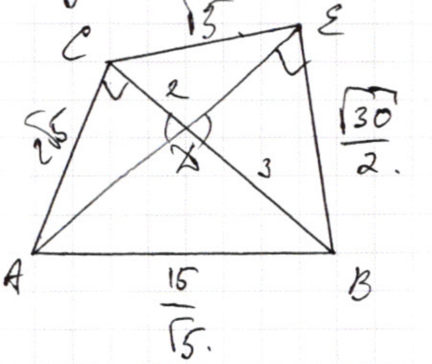
Подставим в (1), получим:

$x^2 + 2 \cdot 2x \cdot x - 9 = 0$

$5x^2 = 9$

$x = \frac{3}{\sqrt{5}}$. Тогда $r = \frac{6}{\sqrt{5}}$, $R = \frac{\frac{3}{\sqrt{5}} + 2 \cdot \frac{6}{\sqrt{5}}}{2} = \frac{15}{\sqrt{5} \cdot 2} = \frac{7{,}5}{\sqrt{5}}$.

Сделаем выносной чертеж для нахождения S_{BACE}:



$AB = \frac{15}{\sqrt{5}}$ из $\triangle ACB$

$AC = \sqrt{\frac{225}{5} - 25} = 2\sqrt{5}$.

т.к $\angle CDA = \angle EDB$, то

$\triangle ACD \sim \triangle BED$

$\frac{3}{AD} = \frac{2\sqrt{5}}{EB}$ $AD = \sqrt{4 \cdot 5 + 4} = 2\sqrt{6}$

$\cancel{\frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{5}}{EB}}$ $\cancel{EB = \frac{4\sqrt{30}}{3}}$

$\cancel{\frac{ED}{AD}}$ $\frac{ED}{2} = \frac{3}{2\sqrt{6}}$

$ED = \frac{6}{2\sqrt{6}}$.

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

т.к. $\angle ADB = \angle CDE$, то по теореме косинусов:

$$\begin{cases} \left(\frac{15}{\sqrt{15}}\right)^2 = (2\sqrt6)^2 + (3)^2 - 2\cdot 2\sqrt6\cdot 3\cos\alpha. \\ CE^2 = (2)^2 + \left(\frac{6}{2\sqrt6}\right)^2 - 2\cdot 2\cdot\frac{6}{2\sqrt6}\cdot\cos\alpha. \end{cases}$$

$$CE^2 = (2)^2 + \left(\frac{6}{2\sqrt6}\right)^2 - \cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\frac{\cancel{6}}{\cancel{2\sqrt6}}\cdot\frac{\cancel{12}\,6}{\cancel{2}\cdot\sqrt6\cdot\cancel{2}\cdot 3}$$

$$CE^2 = 4 + \frac{6}{4} - 2.$$

$$CE^2 = \frac{22-2}{4} = \frac{20}{4} \Rightarrow CE = \frac{2\sqrt5}{2} = \sqrt5.$$

$$EB = \sqrt{9 - \frac{36}{4\cdot 6}} = \sqrt{9 - \frac{6}{4}} = \sqrt{\frac{30}{4}} = \frac{\sqrt{30}}{2}.$$

Найдем искомую S_{BHCE} по формуле Герона:

$$S_{BACE} = \sqrt{p(p-CE)(p-EB)(p-AC)(p-AB)} = \sqrt{\left(\frac{30+2{,}5\sqrt6}{2\sqrt5}\right)\left(\frac{20+2{,}5\sqrt6}{2\sqrt5}\right)\cdot}$$

$$\sqrt{\left(\frac{30-2{,}5\sqrt6}{2\sqrt5}\right)\left(\frac{10+2{,}5\sqrt6}{2\sqrt5}\right)\left(\frac{2{,}5\sqrt6}{2\sqrt5}\right)} = \sqrt{\frac{(30\cdot 30-2{,}5\cdot 2{,}5\cdot 6)\,(20\cdot 10+30\cdot 2{,}5\sqrt6+(2{,}5)^2\cdot(\sqrt6)^2)}{20\cdot 20\cdot 2\sqrt5}\cdot}$$

$$\cdot\sqrt{(2{,}5\sqrt6)} = \sqrt{\frac{863{,}5\cdot(236{,}5+30\cdot 2{,}5\sqrt6)\cdot(2{,}5\sqrt6)}{400\cdot 2\cdot\sqrt5}} =$$

$$= \sqrt{\frac{863{,}5\cdot 2{,}5\cdot\sqrt6\cdot 236{,}5+30\cdot 2{,}5^2\cdot 6}{400\cdot 2\cdot\sqrt5}} = \sqrt{\quad}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Найдем $S_{BACE} = \frac{AE \cdot CB \cdot \sin\alpha}{2}$ где $\sin\alpha = \frac{AC}{AD}$

$$S_{BAECE} = \frac{5\cdot\left(2\sqrt6+\frac{6}{2\sqrt6}\right)}{2}\cdot\frac{\sqrt5}{\sqrt6} = \frac{5\cdot\frac{30}{2\sqrt6}}{2}\cdot\frac{\sqrt5}{\sqrt6} = \frac{5\cdot30\cdot\sqrt5}{4(\sqrt6)^2} =$$

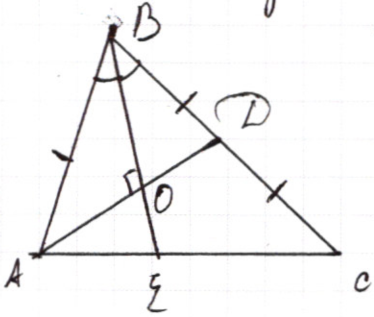
$$= \frac{5\cdot30\cdot\sqrt5}{4\cdot6} = \frac{25\sqrt5}{4}.$$

Ответ: $v = \frac{6}{\sqrt5}\,(\omega)$;

$R = \frac{15}{2\sqrt5}\,(\Omega)$; $S_{BACE} = \frac{25\sqrt5}{4}$.

№2.

Решение: расс-им такой треугольник.



Пусть медиана $\perp$ биссектрисе.

$BO \perp AD$ BO — биссект $\triangle ABD \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABD$ — равноб $AB = BD = \frac{BC}{2}$.

Таким образом мы ищем треугольники периметра 900 с целочисл сторонами у которых одна сторона вдвое больше другой.

Пусть $AB = x$, $BC = 2x$, тогда $AC = 900 - 3x = m$.

$x + m > 2x$. (1)

$3x > m$. (2)

Найдем границы для сторон.

т.к длины целочисл $\neq 0$ $m \vdots 3$.

из (1): взяв $m = 225$, получим $3x = 675$. (такого треуг нет) — нижняя граница.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Из (2) : взяв $m=450$ — $3x=450$ такого треуг нет - верхняя граница.

и т.к $m \vdots 3$, то $m \in [228; 447]$

числа меньшие или больше нарушат неравенство треугольника.

Кол-во способов выбрать m: $\frac{447-228}{3}+1=74$.

И для каждой m кол-во способов выбрать сторону.

2. но треугольники в таком сл. одинаковы соответственно. Общее искомое кол-во треугольников –

$\frac{74\cdot 2}{2}=76$

Ответ: 74.

№3

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} & /^2 \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0. \end{cases} \qquad \begin{cases} x-6y>0 \\ xy-6y-x+6>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-12yx+36y^2-xy+6y+x-6=0 \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0. \end{cases}$$

$2y^2-12x-4y+20=36y^2-13xy+6y+x-6$

$34y^2-13xy+10y+13x-\cancel{26}=0.$

$34y^2-(13x+10)y+13x-26=0.$

$D=(13x+10)^2-4(13x-26)\cdot 34$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$D = 169x^2 + 260x + 100 - 4\cdot 13x\cdot 34 + 4\cdot 26\cdot 34 = 169x^2 - 1508x + 3636.$$

$$y_1 = \frac{13x+10+\sqrt{169x^2-1508x+3636}}{2\cdot 34}.$$

$$y_2 = \frac{13x+10-\sqrt{169x^2-1508x+3636}}{2\cdot 34}.$$

1) y_1:

$$x^2 + 2\cdot\frac{(13x+10)^2+169x^2-1508x+3636+2\cdot(13x+10)\sqrt{169x^2-1508x+3636}}{2\cdot 2\cdot 34\cdot 34} -$$

$$-12x - 4\cdot\frac{13x+10+\sqrt{169x^2-1508x+3636}}{2\cdot 34} + 20 = 0.$$

№7.

Решение:

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right).$$

$$\begin{cases} 2\le x\le 22 \\ 2\le y\le 22 \\ f\left(\frac{x}{y}\right)<0. \end{cases}$$

т.к $f(p) = f[p/2]$

тогда т.к $y \in [2;22]$.

$f\left(\frac{1}{y}\right)$ min -1.

тогда $f(x) \le 1$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

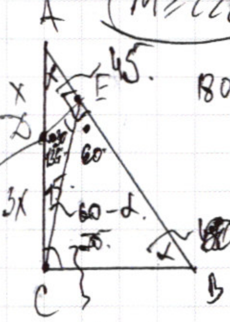
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$m \geq 228$



$180-90+\alpha$

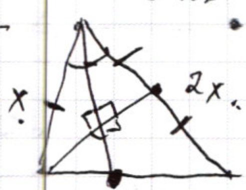
$180-90-30-\alpha = 60-\alpha$

$90-60+\alpha = 30+\alpha$

$60+30+2\alpha = 180$

$tg 45 = 1$

$65,5$



$ax^2-2bx+c=0$

$D = 4b^2-4ac$

$x_1 = \frac{2b+\sqrt{4b^2-4ac}}{2}$

$x_2 = \frac{2b-\sqrt{4b^2-4ac}}{2}$

$AC = \sqrt{7}$

$\frac{3}{4}\sqrt{7} = DC$

$3x > m$

450

447

$$\begin{cases} x-6y = \sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$$

$a \cdot m = 6$ $\quad b = am$

$b \cdot m = c$ $\quad c = am^2$

$a \cdot m \cdot m \cdot m = x$

$x = am^3$

$x-6y \geq 0$

$$\begin{cases} x = m \\ 3x > m \end{cases}$$

$2x+x-m>0$

$x^2-12xy+36y^2 = xy-6y-x+6$

$x^2+2y^2-12x-4y+20=0$

$2y^2+13xy-36y^2$

$180-120-\alpha = 60-\alpha$

$3-6-9-12-15$

$12-3=9:3$

$\frac{2am+\sqrt{4a^2m^2-4a\cdot a\cdot m^2}}{2}$

$= 2am$

$am^3 = am$

$m=1$

$x+2x+m=900$

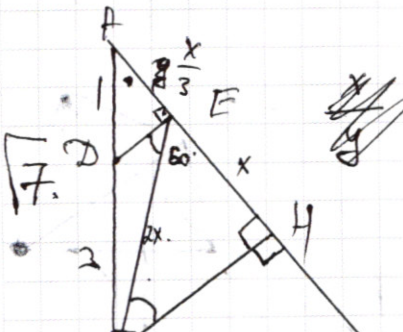
$x>0$

$3x+m=900$

$3x>m$

450, $3x>450$

$m+x>2x$



$\frac{x+y}{y} = \frac{4}{1}$

$3x+3y=4y$

$x+y=4y$

$x=3y$

460

220

$225+225$ $\quad 240$ $\quad 660$

$4x^2-x^2 = CH^2$

$CH = x\sqrt{3}$

$tg = \frac{x\sqrt{3}}{\frac{4}{3}x} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$237+221$

$231+223$

230 $\quad 240$ $\quad 600$ $\quad 300$

690 $\quad 210$ $\quad 750$ $\quad 150$

240 $\quad 720$ $\quad 180$

$169x^2+26x+100-6\cdot34\cdot13x+4\cdot26\cdot34$

$(20+2,5\sqrt{6})(10+2,5\sqrt{6}) = 20\cdot10+20\cdot2,5\sqrt{6}+10\cdot2,5\sqrt{6}+2,5\cdot2,5\cdot6$

$900-6,25\cdot6$

$900-36,5=863,5$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №9

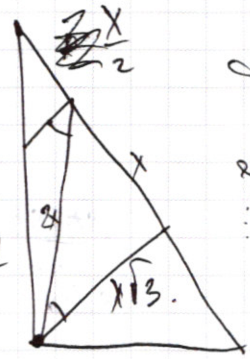
(Нумеровать только чистовики)

$(x-6)(y-1)$

$45-4\cdot6-9=$ $\frac{4\cdot6+6}{2\sqrt6}=\frac{30}{2\sqrt6}$

$=45-24$

$21-9=12$



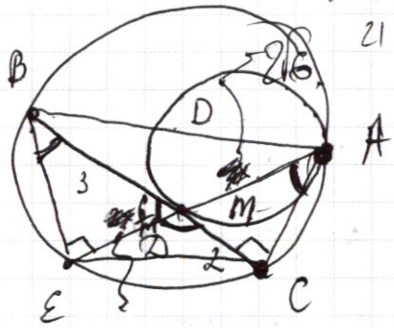
$\frac{x}{2}$, $x\sqrt3$

$4x^2-x^2=m^2$

$3x^2=m^2$

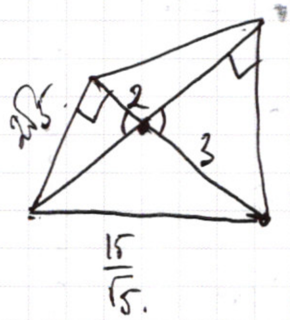
$m=x\sqrt3$

$1768-260=1508$



$\frac{3}{AD}=\frac{ED}{2}$

$6=AD\cdot ED$



$\frac{x+z}{z}=\frac{3}{1}$

$3z=x+z$

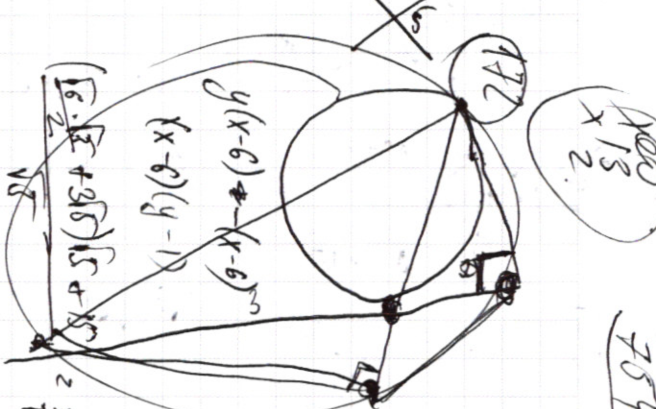
$x=2z$

$\frac{x\sqrt3+m}{m}=\frac{3}{1}$

$x\sqrt3+m=3m$

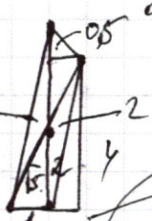
$2m=x\sqrt3$

$m=\frac{x\sqrt3}{2}$



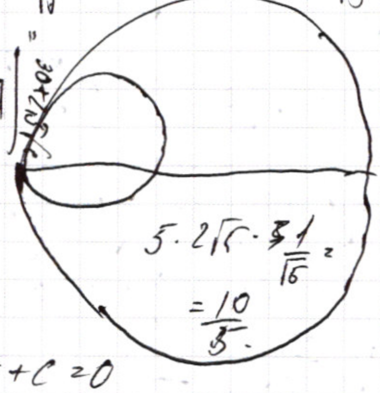
$y(x-6)(x-6)(y-1)\ (x-6)^3$

$\frac{c\sqrt3-4\sqrt3-\sqrt3}{6}=$



$\frac{3}{\sqrt{15}}+\frac{6}{\sqrt{15}}+\frac{6}{\sqrt{15}}=\frac{15}{\sqrt{15}}$

$R=\frac{7{,}5}{\sqrt{15}}$



$5\cdot2\sqrt5\cdot\frac{1}{\sqrt{15}}=$

$=\frac{10}{3}$

a	a
b	$a\cdot m$
c	$a\cdot m\cdot m$
	$a\cdot m\cdot m\cdot m$

$4+16$

$2\sqrt5$

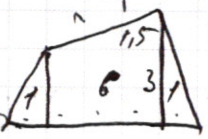
$\frac{225}{5}-25=$

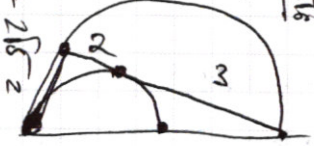
$=45-25=20$

$ax^2-2bx+c=0$

$D=4b^2-4ac=$

$=4(a^2m^2-a\cdot a\cdot m^2)=0$





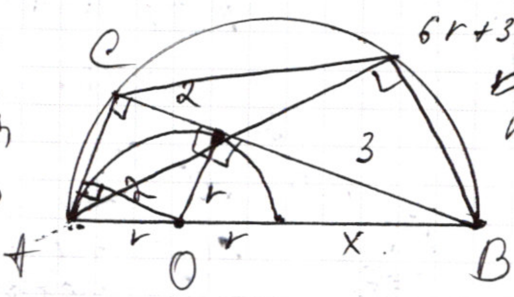
$x=\frac{2b}{2a}=\frac{b}{a}=\frac{a\cdot m}{a}=m$

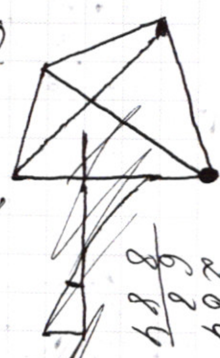
$\frac{3}{5}=\frac{r+x}{2r+x}$

$6r+3x=5r+5x$

$r=2x$

$am^2=1$





$r^2+2rx+x^2=r^2+9$

$2rx+x^2=9$

$2\cdot2x\cdot x+x^2=9$

$4x^2+x^2=9$

$x=\sqrt{\frac95}=\frac{3}{\sqrt5}$

$\frac{30+2{,}5\sqrt6}{2\sqrt5}-\frac{\sqrt{30}}{2}=\frac{30+2{,}5\sqrt6-\sqrt6\cdot5}{2\sqrt5}=\frac{30-2{,}5\sqrt6}{2\sqrt5}$