МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

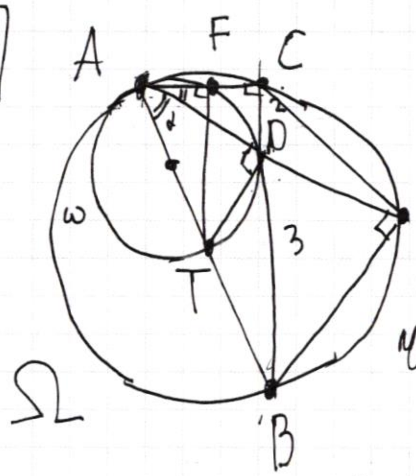
$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



Пусть пересечение ω и AB = т.T, AC и ω = т.F

Заметим, что т.к. AB - диаметр Ω, а т.A - общая т. кас. ω и Ω ⇒ AT - диаметр $_{\text{к } \Omega \text{ и } \omega}$ (т.к. иначе проведя ℓ - кас. в т.A, получим, что $BA \perp \ell$, но $AT \in BA \Rightarrow TA \perp \ell$)
т.к. BA - диаметр.

Угол, опир на диаметр $= 90° \Rightarrow \underbrace{\angle AFT = \angle ADT}_{\text{опир.на } AT} = \underbrace{\angle ACB = \angle AEB}_{\text{опир на } AB} = 90°$

Запишем степ. т. C и B соотв окр. ω:

$CD^2 = CF \cdot AC$

$BD^2 = BT \cdot AB$ $\Rightarrow$ $\frac{4}{9} = \frac{AC}{AB} \cdot \frac{CF}{BT}$

По обобщ. т. Фалеса $\frac{CF}{BT} = \frac{AF}{AT}$ ($\angle AFT = \angle ACB = 90° \Rightarrow TF \parallel BC$, $\angle A$ - общий угол)

$\frac{AT}{BT} = \frac{AF}{CF}$; $\frac{AT}{BT} + 1 = \frac{AF}{CF} + 1$; $\frac{AT+BT}{BT} = \frac{AF+CF}{CF}$; $\frac{AB}{BT} = \frac{AC}{CF}$

Иначе говоря $\frac{CF}{BT} = \frac{AC}{AB}$. Подставив, получим

$\frac{2^2}{3^2} = \frac{AC^2}{AB^2} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{2}{3}$. По т. Пифагора для $\triangle ABC$: $AC^2 + BC^2 = AB^2$

$\frac{4}{9}AB^2 + 25 = AB^2$; $25 = \frac{5}{9}AB^2$; $AB^2 = 3^2 \cdot 5 \Rightarrow AB = 3\sqrt{5}$.

Из выше найденного: $BT \cdot AB = 9$; $(AB - AT) \cdot AB = 9$;

$AB^2 - 9 = AT \cdot AB$; $AT = \frac{AB^2 - 9}{AB} = \frac{45-5}{3\sqrt{5}} = \frac{8}{3}\sqrt{5}$

Радиус $\Omega = \frac{AB}{2} = 1{,}5\sqrt{5}$; радиус $\omega = \frac{AT}{2} = \frac{4}{3}\sqrt{5}$.

$\angle TAD = \angle TDB$ (BC кас. ω в т. D) $\Rightarrow \angle ADC = 180^\circ - \angle TDB - 90^\circ = 90^\circ - \angle TDB$.

$\angle CAD = 180^\circ - \angle ACD - \angle ADC = 90^\circ - (90^\circ - \angle TDB) = \angle TDB = \angle TAD = \alpha$.

$\sin\angle BAC = \sin 2\alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{3\sqrt5} = \sin(180 - \angle BAC) = \sin\angle BEC$

($\angle BEC$ опир. на BC)

($\angle BAC$ опир на BC)

$BE = AB \cdot \sin\alpha$.

$\cancel{tg}\angle DAC = \frac{DC}{AC} = \frac{2}{\frac{2}{3}AB} = \frac{3}{6\sqrt5} = \frac{1}{\sqrt5} = tg\,\alpha$; $\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{5}+1}} = \sqrt{\frac{5}{6}}$

тогда $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \cancel{\frac{\sqrt{24}}{5}} = \cancel{\frac{2\sqrt6}{5}}\ \sqrt{\frac{1}{6}}$

(т.к. углы опир. на хорды $\Rightarrow$ они принадлежат $(0;180)$).

~~$BE = 3\sqrt5 \cdot \frac{2\sqrt6}{5} = \frac{6\sqrt6}{\sqrt5}$~~ $BE = 3\sqrt5 \cdot \frac{1}{\sqrt6} = 3\cdot\sqrt{\frac{5}{6}}$

т.к. $\angle BAE = \angle EAC \Rightarrow EB = EC$.

тогда $S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2}\cdot BE^2 \cdot \sin\angle BEC = \frac{1}{2}\cdot 9\cdot\cancel{\frac{36}{5}}\cdot\sin 2\alpha \cdot \frac{5}{6} =$

~~$= \frac{3\cdot36}{5}\cdot 2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha = \frac{6\cdot36}{5}\cdot\frac{2\sqrt6}{5}\cdot\frac{1}{\sqrt5} = \frac{12\cdot36\cdot\sqrt6}{25\sqrt5}$~~ $\frac{9}{\sqrt6}$

$= \frac{45}{6}\cdot\sqrt{\frac{1}{6}}\cdot\sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{45\sqrt5}{36} = \frac{5\sqrt5}{4}$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot\frac{2}{3}\cdot AB = 5\sqrt5$.

$S_{BACE} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BEC} =$ ~~$\frac{12\cdot36\cdot\sqrt{\ }}{5\sqrt5} + \frac{12\cdot36\cdot\sqrt6}{25\sqrt5} = \frac{625+432\sqrt6}{25\sqrt5}$~~

$= 5\sqrt5 + \frac{45\sqrt5}{36} = 6{,}25\cdot\sqrt5$

Ответ: радиус $\omega = \frac{4}{3}\sqrt5$; радиус $\Omega = 5\sqrt5$, $S_{BACE} =$ ~~$\frac{625+432\sqrt6}{25\sqrt5}$~~ $6{,}25\sqrt5$

$\boxed{№1.}$

$ax^2 - 2bx + c = 0$. $D = \cancel{4b}^2 - 4ac$, т.к. корень есть $\Rightarrow D \geq 0$. По т. Виета

$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$ т.к. $a; b; c$ - члены геом прогрессии $b^2 = ac$ Пусть x_1 - четвертый член прогрессии

~~$x_1 \cdot \ldots$~~ $x_1 \cdot b = c^2$;

~~$x_1 + x_2 = \frac{2b}{b}$~~

$\begin{cases} x_2 = \frac{2b}{a} - x_1 \\ \left(\frac{2b}{a} - x_1\right)(x_1) = \frac{c}{a} \end{cases}$

$\Leftarrow$

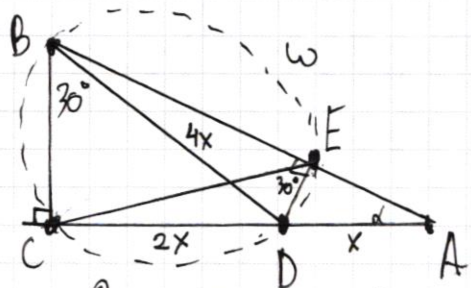
$\frac{2b\cdot x_1}{a} - x_1^2 = \frac{c}{a}$; $\frac{2\cdot\cancel{b}\cdot c^2}{a\cancel{b}} - \frac{c^4}{b^2} = \frac{c}{a}\Big|\cdot a$; $\cancel{\frac{2a^2}{a}}\ 2c^2 - c^3 = c$;

$c^2 - 2c + 1 = 0$; $D = 4 - 4 = 0 \Rightarrow c = 1$. **Ответ:** $c = 1$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



$\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$; $\angle CED=30°$. $tg\alpha$ - ?

$\angle DEA=90°$, $\angle BCD=90°$;

$\angle DEB+\angle DCB=180° \Rightarrow BCDE$ - впис. четырёх. в ω.

~~$\Rightarrow \angle CBD=30°$ (опир. на DC). $pow(A;\omega)=AD\cdot AC=AE\cdot AB$;~~

~~$3AC^2=AE\cdot AB$.~~ По т. Пифагора: $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{9x^2+12x^2}=\sqrt{21}x$

т.к. $\angle CBD=30°$, а $\angle C=90° \Rightarrow 2CD=BD \Rightarrow BD=4x$, а $BC=4x\cdot\cos 30° \Rightarrow$

$BC=4x\cdot\frac{\sqrt3}{2}=2\sqrt3 x$, $tg\alpha=\frac{BC}{AC}=\frac{2\sqrt3 x}{3x}=\frac{2}{3}\cdot\sqrt3$. $AC=3x=\sqrt7 \Rightarrow x=\frac{\sqrt7}{3}$

$DE=AD\sin\alpha=x\cdot\frac{BC}{AB}=x\cdot\frac{2\sqrt3 x}{\sqrt{21}x}=x\cdot\frac{2}{\sqrt7}$

$\sin\angle CDE=\sin(180°-\angle CDE)=\sin\angle EDA=\frac{EA}{x}$, но т.к.

$\triangle AED\sim\triangle ACB$ ($\angle A$ общий, $\angle E=\angle C=90°$) $\Rightarrow \sin\angle EDA=\sin\angle CBA=$

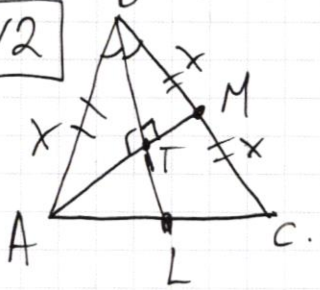
$=\frac{3x}{AB}=\frac{3x}{\sqrt{21}x}=\frac{3}{\sqrt{21}}$.

$S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}\cdot\sin\angle CDE\cdot CD\cdot DE=\frac{1}{2}\cdot\sin\angle EDA\cdot 2x\cdot x\cdot\frac{2}{\sqrt7}=\frac{3}{\sqrt{21}}\cdot 2x^2\cdot\frac{1}{\sqrt7}=$

$=\frac{6}{\sqrt{21}}\cdot\frac{1}{\sqrt7}\cdot\frac{7}{9}=\frac{2}{3\sqrt3}$.

Ответ: ~~$tg\alpha$~~ $tg\angle BAC=\frac{2}{3}\sqrt3$; $S_{CED}=\frac{2}{3\sqrt3}$

№2



$AB+BC+AC=900$; BL - бис-са $\angle B$; AM - мед.

$BL\perp AM \Rightarrow BT$ - бис-са и высота $\Rightarrow \triangle ABM$ - р/б, с осн. AM.

$AB=x$, тогда

$AC+3x=900$. ~~$\Rightarrow AC \vdots 3$.~~ По нер-ву $\triangle$-ка

$x<AC<3x \Rightarrow AC=2x$, т.к. x - нат. число.

$5x=900 \Rightarrow x=180$; $2x=360$. т.к. однозначно определился $x \Rightarrow$ однозначно определились стороны $\Rightarrow$ но только один треугольник.

Ответ: 1 треугольник (со сторонами 360; 360; 180).

$\boxed{№3}$

① $x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6}$ т.к. $\sqrt{a}\geq 0 \Rightarrow x\geq 6y$, но $a\geq 0$

② $x^2+2y^2-12x-4y+20=0$

$xy-6y-x+6\geq 0.$

$y^2-2y+1\geq 0.$

① $x^2+36y-12y=xy-6y-x+6$

$x^2+x+30y-xy-6=0.$

$x^2+x(1-y)+6(5y-1)=0$

$D=(1-y)^2-24(5y-1)=1+y^2-2y-120y+24=y^2-10y+25-112y=$

$=(y-5)^2-112y.$

$2y^2-4y=-x^2+12x-20.$

Рассмотрим $g(y)=2y^2-4y$; $f(x)=-x^2+12x-20$

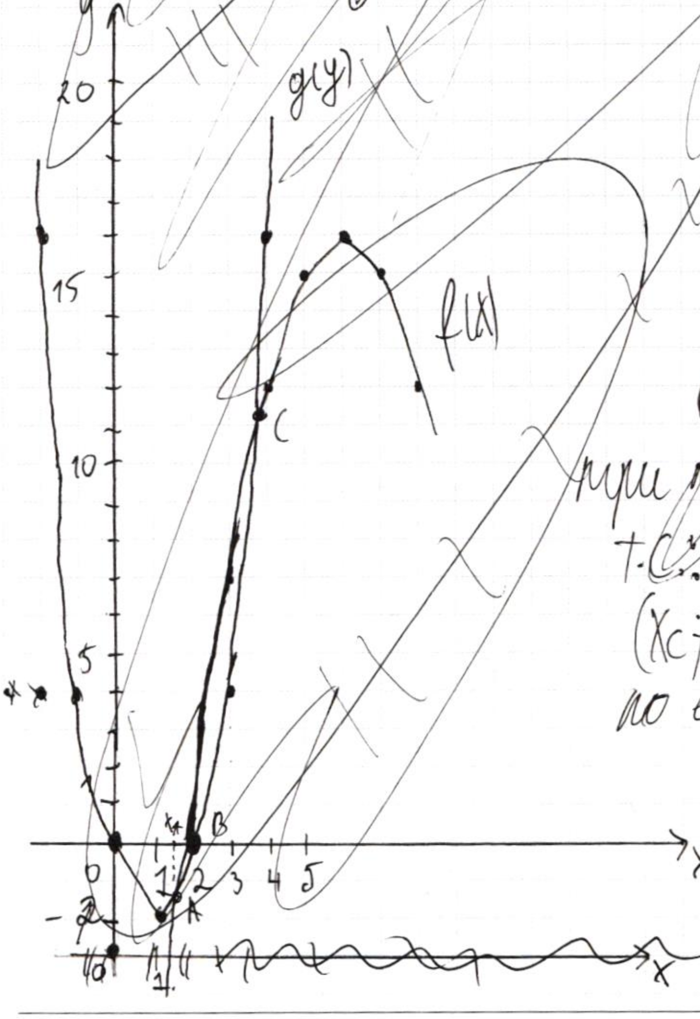
$f(5)=15$ $g(1)=-2$

$f(4)=12$ $g(2)=0$

$f(3)=7$ $g(3)=4$

$f(2)=0$ $g(4)=16.$

$f(1)=-9$



Отчётливо видно, что у нас три точки пересечения т. С, т. В и т. А.

т. С: $x_C\in(3;4)$, а $y_C(11;12)$

$(x_C;y_C)$ - координаты т. С, но по ур. О.Д.З. $x\geq 6y$, тогда если $x_C\in(3;4)$, то $y\leq \frac{x}{6}\leq\frac{4}{6}$ - очевидное противоречие.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Вторая возможная пара т.в. координаты: (2; 0). Подставляем в систему:~~

~~$\begin{cases} 2=\sqrt{-2+6} \\ 4-24+20=0 \end{cases}$; $\begin{cases} 2=2 \\ 0=0 \end{cases} \Rightarrow$ Пара $(x;y)=(2;0)$.~~

~~Осталось проверить точку A. Координаты $(x_A; y_A)$.~~

~~$|x_A|>0$; $|y_A|<2$. $x_A\in(1;2)$, $y_A\in(-2;-1)$.~~

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2=-2(y-1)^2+18 \end{cases}$$

Пусть $x-6=a$; $y-1=b$, тогда

$$\begin{cases} (a-6b)^2=ab \\ a^2+2b^2-18=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+36b^2-13ab=0 \\ a^2+2b^2-18=0 \end{cases} \ominus$$

$34b^2-13ab+18=0$.

~~$D=169a^2$~~

$a=\dfrac{34b^2+18}{13b}$.

$a^2=18-2b^2$

$\left(\dfrac{34b^2+18}{13b}\right)^2+2b^2=18$;

$1156b^4+324+1224b^2+338b^4=18b^2\cdot169$

~~$1494b^4+1216b^2+324=0$.~~

$1494b^4-1818b^2+324=0$.

$D=1\,\cancel{267\,900}$ 1368900.

$D=13^2\cdot9^2\cdot10^2$

$\sqrt{D}=9\cdot10\cdot13$

~~$b_1^2\in\left(\dfrac{1818+170}{1988}\right)\Rightarrow b=\pm1$.~~

$b_1^2=\dfrac{1818+1170}{2988}=1$; $b_1=\pm1$.

~~$b_2^2=\dfrac{1818-170}{1988}=\dfrac{648}{1988}=\dfrac{162}{497}$.~~

~~1. $y-1=-1$, $y=0$. $x=2$~~

~~2. $y-1=1$, $y=2$. $x=0$.~~

~~3. $y=-\sqrt{\ }$~~

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

1. $y-1=-1$, тогда $y=0$, $x=2$. Проверка успеш.

2. $y-1=1$; тогда $y=-2$. $x=6+a=6+\frac{34+18}{13}=10$.

$100+8-120+8+20=0$. Верно. $\sqrt{-20+12-10+6}<0 \Rightarrow (10;-2)$ – не подходит

~~Ответ:~~ $\cancel{(x=10; y=-2)}$ и $(x=2; y=0)$.

$\boxed{N7}$

$f(1\cdot 1)=2f(1) \Rightarrow f(1)=0$.

$f(2\cdot 1)=f(2)+f(1)=f(2)$.

$f(2\cdot 3)=f(2)+f(3)$; $f(6)=f(2)+1=2$.

$f(p)=[p/2]=\frac{p-1}{2}$, для $p>2$, тогда

$f(3)=1$.

$f(2)=1$

$f(4)=f(2\cdot 2)=2f(2)=2$.

$f(5)=2$.

$f(6)=2$.

$f(7)=3$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

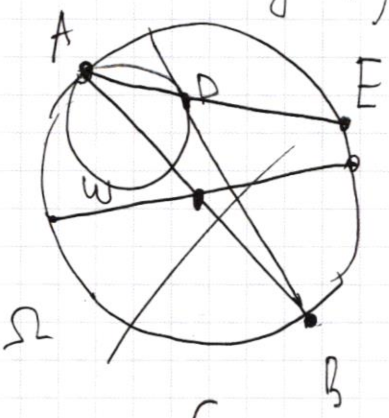
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

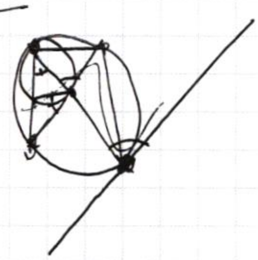
ШИФР

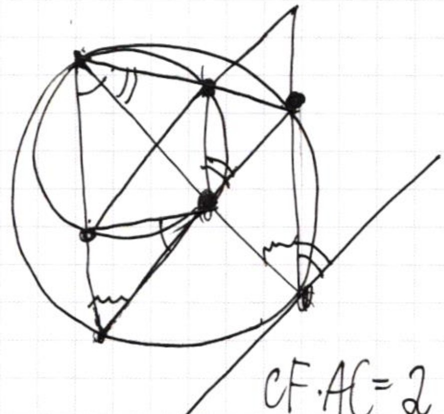
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$1-6y=\sqrt{y-6y+5}$

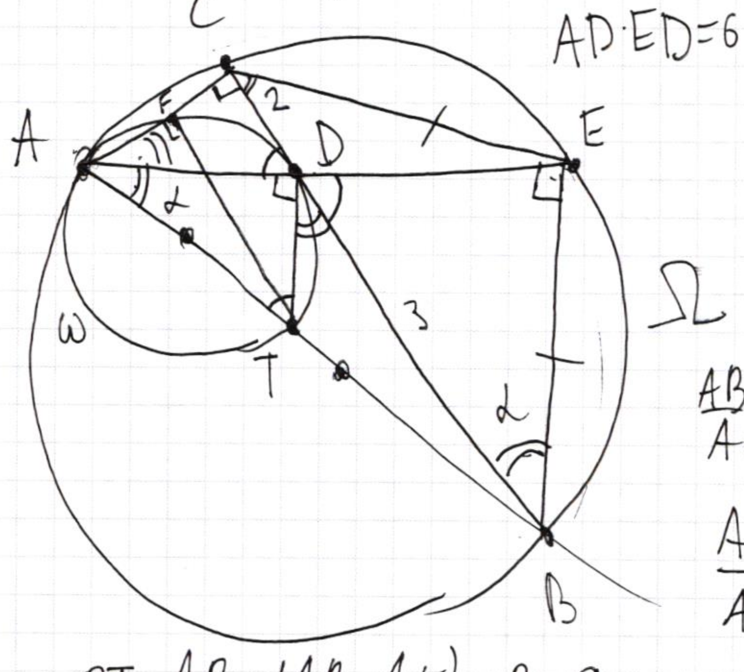






$\frac{CD}{DT}=\frac{AD}{AT}$

$CF\cdot AC=2$



$AD\cdot ED=6$

$DE=3\cdot\sin\alpha$

$AE=AB\cdot\cos\alpha$

$\frac{AB}{AC}=$

$\frac{AB}{AC}=\frac{3}{2}$ $\quad \frac{TE}{5}=\frac{AE}{AC}$

$\frac{AC}{AD}=\frac{2}{DT}=\frac{AD}{AT}$, $\frac{AE}{AB}=\frac{AC}{AD}$

$BT\cdot AB=(AB-AT)\cdot AB=9$

$\frac{AD}{AE}=\frac{AT}{AB}$

$\frac{AT}{AB}=\frac{\cancel{B}2}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$

$AT\cdot\sin2\alpha=4$

$\frac{AT}{AB}=\frac{AD}{AE}=\frac{6}{ED\cdot AE}$

$\frac{BD}{AT}=\frac{BE}{AD}=\frac{DE}{DT}$

$\frac{AT}{AB}=\frac{\cancel{D}T}{BE}=\frac{DT}{CE}$

$4+8-24-8+20$

$5\sqrt{5}\cdot 25\sqrt{5}=25^2$

$\times \frac{12}{36}$ 1

62

36

422

625 | 25

50 | 2

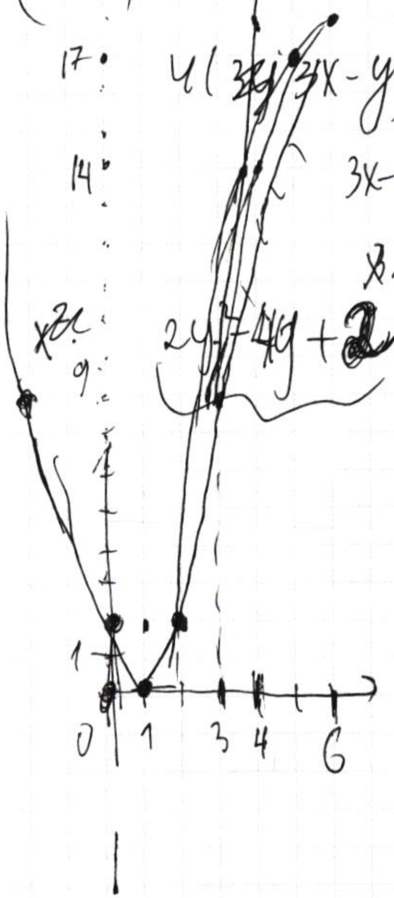
$x^2-12x+36+2y^2-4y-16=0.$

$32-16+2=18$

$-4+24-18=$

$(x-6)^2+$

$4(3x-y)$



$-25+60-18=17$

$-16+48-18=14$

5

$3x-y\geq 0$

$x\geq \frac{y}{3}$

$-36+72-18=18$

$-9+36-18=9$

$32=$ 16

$2y^2-4y+2=-x^2+12x-18$

$-\frac{b}{2a}=\frac{-12}{-2}=6$

$-\frac{b}{2a}=\frac{-12}{-2}=6$

18-12

$-36+72-20=$

$x\in(3;4)$

$y\geq$

$f(5)=-25+60-20=15$

$f(4)=-16+48-20=12$

$f(3)=-9+36-20=7$

$f(2)=-4+24-20=0$

$f(1)=-1+12-20=-9$

$-x^2+5x+6$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times\ 9 \\ \hline 117 \end{array}$$

1170

$$\begin{array}{r} 251 \\ \times\ 251 \\ \hline 251 \\ 1255 \\ 502 \\ \hline 63001 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 13689 \mid 13 \\ -13 \qquad 1053 \\ \ \ 68 \\ -65 \\ \ \ 39 \end{array}
\qquad
\begin{array}{l} 1053 \mid 13 \\ -104 \qquad 81 \\ \ \ \ 13 \end{array}
\qquad
\begin{array}{l} 81 \mid 9 \end{array}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$CF \cdot AC = 4$

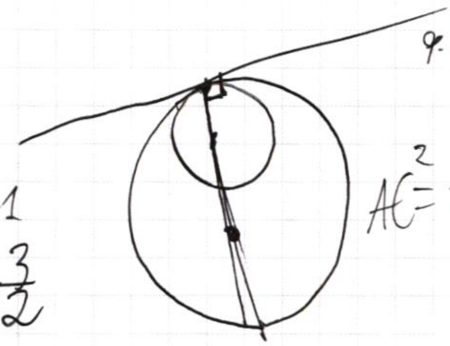
$BT \cdot AB = 9$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\cos^2\alpha = \frac{1}{tg^2\alpha + 1}$

$9 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$ $\sqrt{5}$



$AC^2 = \frac{4}{9}AB^2$

$\frac{9}{4} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{BT}{CF} = \frac{AB}{AC}$; $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{2}$

$\frac{BT}{\cancel{CF}} = \cancel{AF}$

$\frac{2^2}{3^2} = \frac{AC}{AB} \cdot \frac{FC}{BT}$ $\frac{AC}{AB} \Rightarrow$

$\frac{AT}{BT} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{BT}{FC} = \frac{AT}{AF} =$

$\frac{2}{3} = \frac{AC}{AB}$.

$FC \cdot AC = 2^2$

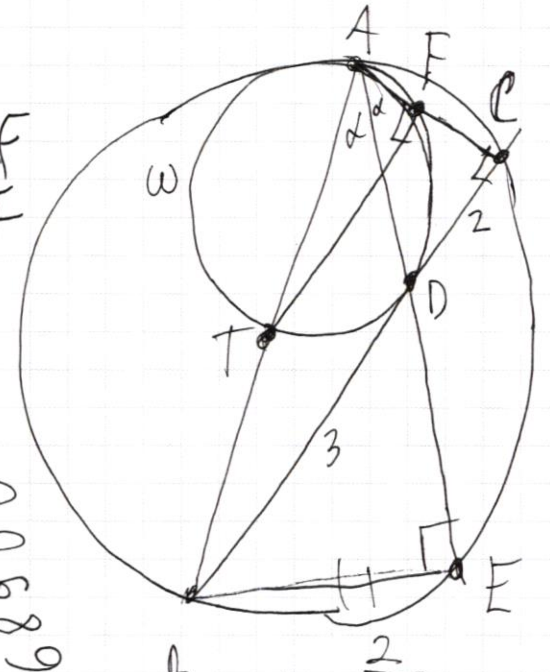
$BT \cdot BA = 3^2$

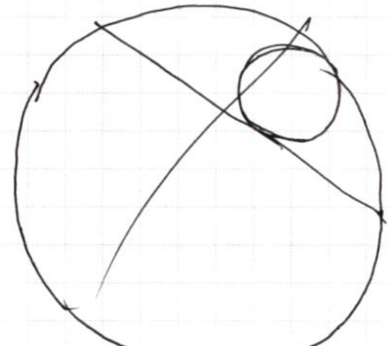
$\frac{AT}{AF} = \frac{AB}{AC}$; $\frac{AT}{AB} = \frac{AF}{AC}$

$\frac{AB}{AT} = \frac{AC}{AF}$

$\frac{AB - AT}{AT} = \frac{AC - AF}{AF}$

BT





$AC^2 + BC^2 = AB^2$

$25 + \frac{4}{9}AB^2 = AB^2$

$9 \cdot 5 = AB^2 \Rightarrow 3\sqrt{5}$.

$\cos 2\alpha$

2 1 1
1 1 4 5 4 4
1 4 5 4 1 8 1 8
1 8 1 8
9 9 1 2 4
3 3 6 5 2 2 4
1 9 3 6 2 9 0 0
1 3 6 8 9 0 0

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$x = 1$

$1 - 6y = \sqrt{y - 6y + 5}$, $\quad | \wedge 2$

$\cancel{-7y} \; -5y+5$

$1 + 36y^2 - 12y = -5y + 5.$

$36y^2 - 7y - 4 = 0.$

$D = 49 + 16 \cdot 36 = 635$

$\frac{-7 - \sqrt{635}}{72} > -1$

$-7 - \sqrt{635} > -72$

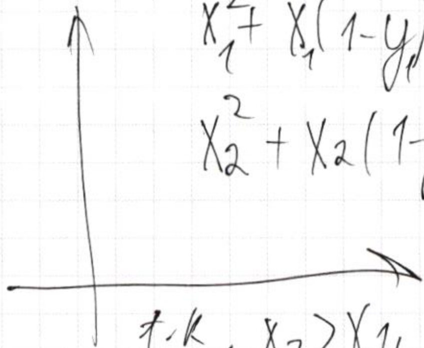
$\sqrt{635} < 5$

$-5y + 5 \geq 0$

$16 \times 36 = 96, 48, 576, + 49 = 635$

$x^2 + x(1-y) + 6(5y-1) = 0$

При промежутке $x \in [1;2)$, y - растёт



$x_1^2 + x_1(1-y_1) + 6(5y_1 - 1) = 0$

$x_2^2 + x_2(1-y_2) + 6(5y_2 - 1) = 0$

т.к. $x_2 > x_1$, то $y_2 > y_1$, если $y_2 < y_1$

251×251

$251 \quad \underbrace{x_2^2 - x_1^2 + x_2 - x_1}_{>0} - x_2 y_2 + x_1 y_1 + \underbrace{30y_2 - 30y_1}_{<0} = 0$

$x = 2.$

$2 - 6y = \sqrt{2y - 6y + 4}$ $\quad | \wedge 2$

$4 + 36y^2 - 24y = \cancel{2y} - 4y + 4$

$3y^2 - 20y = 0$; $y = 0$; $y(3y - 20) = 0.$

$27 \times 13 = 81, 27$

$y = \frac{20}{3}$

$x^2 + x + 30y - y(30 - x) - 6 = 0.$

$\boxed{y = \frac{6 - x^2 - x}{30 - x}} < \frac{6 - (x+\alpha)^2 - (x - \alpha)}{30 - (x - \alpha)}$

$y_2 > y_1 \Rightarrow$

$\frac{6 - x^2 - x}{30 - x} < \frac{6 - x^2 - \alpha^2 + 2x\alpha - x + \alpha}{30 - x + \alpha}$

$13689 \,\lfloor 9 \; 1521$

$-9, 46, -45, 18, 189$

$1521 \,\lfloor 13 \; 117$; $117 \,\lfloor 13 \; 9$

$-13, 22, 91$

$4328 \,\lfloor 2988 \; 1$, -2988, 340

$1494 \times 2 = 2988$

$2510 + 1818 = 4328$

$\alpha < 1$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(30-x+\alpha)(6-x^2-x)\leq 6$

$168 \times 21 = 338$

$\frac{6-x^2-x}{30-x} - \frac{6-x^2-\alpha^2+2x\alpha-x+\alpha}{30-x+\alpha} =$

$=(6-x^2-x)(30-x+\alpha)+(6-x^2-\alpha^2+2x\alpha-x+\alpha)(x-30)=$

$=30\cdot 6-6x+6\alpha-x^2 30+x^3-x^2\alpha-x30+x^2-x\alpha+6x-x^3-\alpha^2x+2x^2\alpha-x^2+$
$+x\alpha-30\cdot 6+30x^2-60x\alpha+30x-30\alpha=$

$=6\alpha-x^2\alpha-\alpha^2x+2x^2\alpha-60x\alpha-30\alpha=$

$=-60\cdot x\cdot\alpha-24\alpha-\alpha^2x+x^2\alpha<0.$ $0<\alpha<1$

$-\alpha x+x^2-60x-24<0.$

≤ 0

$D=60^2+$

36×3

$y(x-6)-(x-6)=(x-6)(y-1)$

либо $x\leq 6$; $y\leq 1$; либо $x\geq 6$; $y\geq 1$.

$34 \times 34 = 136 + 102 = 1156$

$1156 + 34 = 1190$; $1190 + 34 = 1224$

$(x-6y)^2=(x-6)(y-1)$ $\quad x-6=a$; $(y-1)=b$

$(a-6b)^2=ab$

$(x-6)^2+2y^2-4y-16=0.$

$a^2+2b^2-18=0$

$12 \times 12 = 144$; $144 - 18$; 24

$(x-6)^2=-2y^2+4y+16=-2(y^2-2y+1)+18$

$(x-6)^2=-2(y-1)^2+18$

169×2

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

34 × 34 = 136, 102, 1156

34 × 36: 204, 102, 1224

1494 + 2 = 1988

1216 × 1216: 17296, 1216, 2432, 1216, 1478656

169 × 18: 1352, 169, 3042

1988 + 1818 = 3806

1818 − 170 = 648

1988 − 1818 = 170

1818 + 0: 1988

3042 − 1224 = 1818

1494 × 324: 5976, 2988, 4482, 484056

484056 × 4 = 1936224

1818 × 1818: 14544, 1818, 14544, 1818, 3305124

3305124 − 1936224 = 1368900

$a^2 - 18 = 1$

1156 + 338 = 1494

1224 − 18 = 1216

324 × 4 = $\boxed{1296}$

12679 : 7 = 17

1988 : 4 = 497

12679 : 9 = 14

17 × 17 = 289

12679

$y - 1 = 6$

$y - 1 = -1$

3042 − 1224 = 1818

169 × 18: 1352, 169, $\boxed{3042}$

$\frac{162}{497}$

$x - 12 = |(x-6)|$