МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

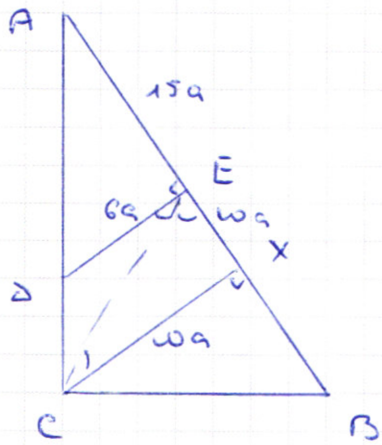
$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

задача 4



$AD : AC = 3 : 5$

$\Rightarrow AD : DC = 3 : 2$

пусть CX - высота

$\left.\begin{array}{l} DE \perp AB \\ CX \perp AB \end{array}\right| \Rightarrow DE \parallel CX$

$AE : EX = AD : DC = 3 : 2$

$DE : CX = AD : AC = 3 : 5$

$\angle CEX = 180^\circ - \angle AED - \angle CED = 45^\circ$

$\angle EXC = 90^\circ \quad \Rightarrow \angle ECX = 45^\circ$

$CX = EX$

пусть $CX = 10a$, тогда

$EX = 10a$

$AE = 15a \qquad DE = 6a$

$tg(BAC) = \frac{CX}{AX} = \frac{CX}{AE+EX} = \frac{10a}{25a} = \frac{2}{5}$

по теореме Пифагора ($\triangle AXC$)

$AC^2 = AX^2 + CX^2$

$29 = 25^2a^2 + 10^2a^2$

$29 = 5^2a^2(5^2+2^2)$

$1 = 5^2a^2$

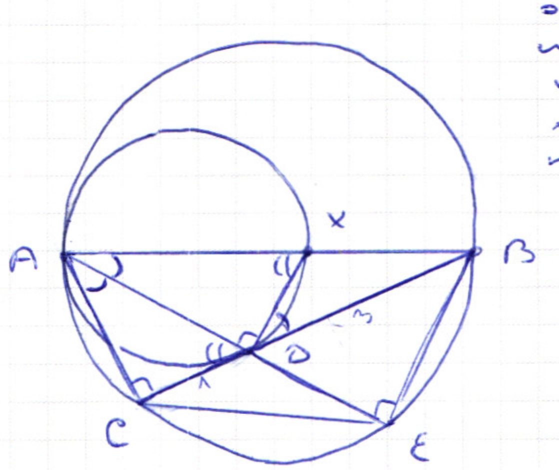
$a = \frac{1}{5} \qquad CX = EX = 2$

$DE = 1,2$

$S_{CED} = \frac{1}{2} DE \cdot EX = 1,2$

ответ: $2/5$; $1,2$

задача 5



отрезки, проведенные из центров окружностей ω и Ω к A, перпендикулярны к общей касательной, проведенной через A, поэтому лежат на одной прямой, перпендикулярной касательной, то есть лежат на AB, пусть $AB \cap \omega = X$, тогда AX - диаметр ω

AB и AX - диаметры, следовательно $\angle ADX = 90^\circ$
$\angle ACB = 90^\circ$
$\angle AEB = 90^\circ$

BD - касательная $\Rightarrow$ $\angle XDB = \angle XAD$
CD - касательная $\Rightarrow$ $\angle ADC = \angle AXD$

$$\left.\begin{aligned}\angle XAD + \angle AXD = 90^\circ\\ \angle CAD + \angle ADC = 90^\circ\end{aligned}\right| \Rightarrow \angle CAD = \angle XAD$$

AD - биссектриса

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD} = \frac{1}{3}$$

$AB = 3AC \qquad AC = \frac{AB}{3}$

по т. Пифагора ($\triangle ACB$)

$AB^2 = AC^2 + BC^2 \qquad BC = CD + BD = 4$

$AB^2 = \frac{AB^2}{9} + BC^2$

$\frac{8}{9}AB^2 = BC^2 \qquad \frac{8}{9}AB^2 = 16$

$AB^2 = 18$

$AB = 3\sqrt{2} \qquad AC = \sqrt{2}$

радиус Ω $\frac{AB}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$

$\triangle ABD \sim \triangle DBX$ ($\angle ABD$ - общий
$\angle BAD = \angle BDX$)

$\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{BX} \qquad BX = \frac{BD^2}{AB}$

$BX = \frac{16}{3\sqrt{2}} = \frac{8}{3}\sqrt{2}$

$AX = AB - BX = 3\sqrt{2} - \frac{8}{3}\sqrt{2} = \frac{1}{3}\sqrt{2}$

радиус ω $\frac{AX}{2} = \frac{1}{6}\sqrt{2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

задача 5 продолжение

по т. Пифагора ($\triangle ACD$)

$AD^2 = AC^2 + CD^2$

$AD^2 = 2 + 1$ $\qquad S_{ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot CD = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$AD = \sqrt{3}$

известно, что $AD \cdot DC = BD \cdot CD$

тогда $\triangle ACD \sim \triangle BED$ ($\angle ADC = \angle BDE$)

$k = \frac{AD}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{S_{ACD}}{S_{BED}} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{BED} = 3 S_{ACD} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$

$\triangle ABD \sim \triangle CED$ ($\angle ADB = \angle CDE$)

$k = \frac{AD}{CD} = \sqrt{3}$

$\frac{S_{ABD}}{S_{CED}} = 3 \qquad S_{ABD} = 3 S_{CED}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = 2\sqrt{2}$

$S_{ABD} = S_{ABC} - S_{ACD} = 2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$

$S_{CED} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

$S_{BACE} = S_{ACD} + S_{BED} + S_{ABD} + S_{CED} =$

$= \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

ответ: $\frac{3}{2}\sqrt{2}$, $\frac{1}{6}\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

задача 1

пусть d - четвертый член последовательности

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \rightarrow b^2 = ac$$

$$d = -b \pm \sqrt{b^2 - ac}$$

$$d = -b$$

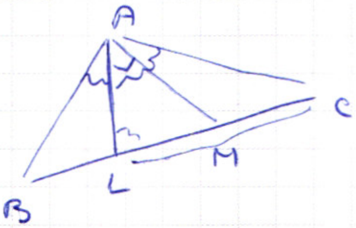
$$bd = c^2$$

$$-b^2 = c^2 \Rightarrow c = \sqrt{-1}\,b$$

ответ: $\sqrt{-1}\,b$

задача 2

1. предположим, биссектриса и медиана одного угла перпендикулярны



AL - биссектриса
AM - медиана

$\angle LAC = \angle LAM + \angle MAC = 90^0 + \angle MAC$

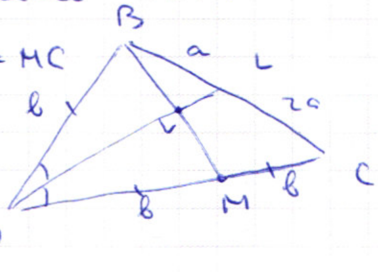
$\angle LAC > 90^0$

$\Rightarrow LC > AC$

$\angle ALB = \angle LAC + \angle ACL > 90^0$

$\Rightarrow AB > BL$ но $\underset{>1}{\frac{AB}{BL}} = \underset{<1}{\frac{AC}{LC}}$ противоречие

2. биссектриса AL $\perp$ медиане BM



$\left.\begin{array}{l} AL \perp BM \\ AL \text{ - биссектриса} \end{array}\right| \Rightarrow AB = AM = MC$

пусть $AB = b$, $BL = a$

$$\frac{1}{2} = \frac{AB}{AC} = \frac{BL}{LC} \Rightarrow LC = 2BL$$

1. критерий $AB + AC + BC = 1200$
$3a + 3b = 1200$
$a + b = 400$

2. критерий неравенство тр-ка
$AB + BC > AC$ $\quad 3a + b > 2b \rightarrow 3a > b$
$AB + AC > BC$ $\quad 3b > 3a \rightarrow b > a$
$AC + BC > AB$ $\quad 3a + 2b > b$ — верно при любых a, b

задача 2 продолжение

$a+b=400$
$3a>b \Rightarrow a>100,\ b<300$
$b>a \Rightarrow b>200$

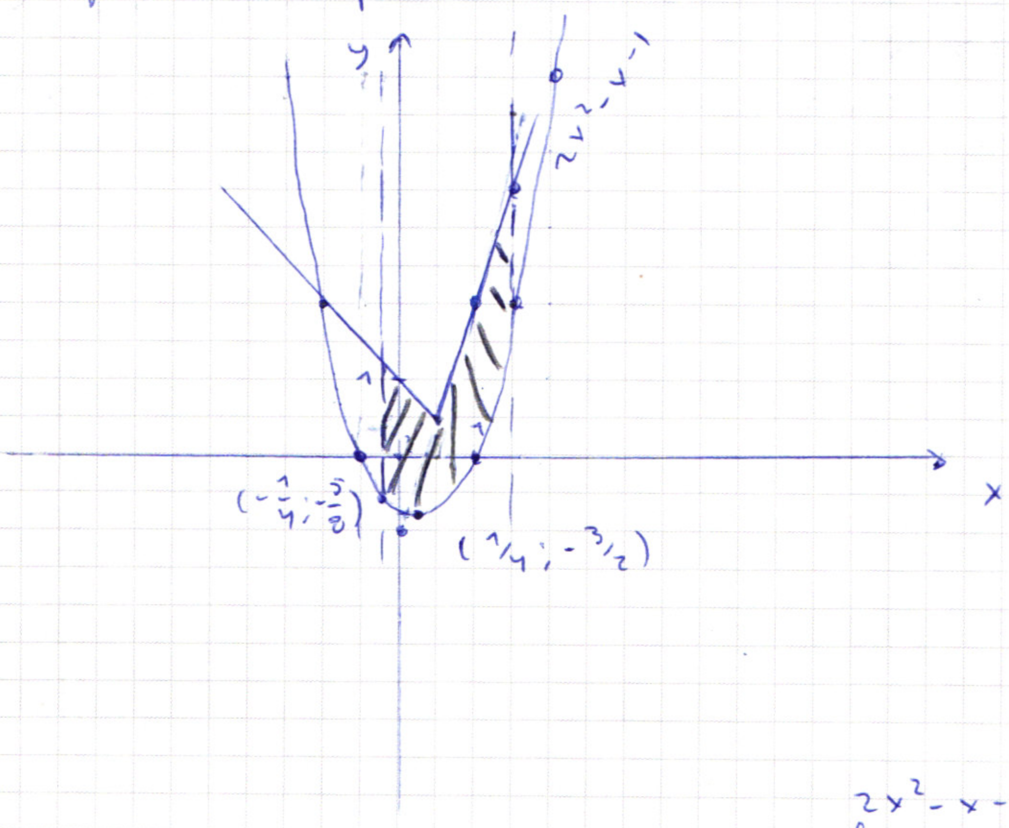
получаем b: 201 ... 299 – 99 вариантов
(b – целое, т.к. AB – целая)

Ответ: 99

задача 6

$2x^2-x-1 \le ax+b \le x+|2x-1|$

построим графики



$y = x+|2x-1|$

$x \geq \frac{1}{2}$

$y = 3x-1$

$x=0 \quad y=-1$

$x=1 \quad y=2$

$x < \frac{1}{2}$

$y = 1-x$

$2x^2-x-1=y$
кв. ф.
гр – парабола
$x=-\frac{1}{4} \quad y=-\frac{5}{8}$

$x=\frac{3}{2} \quad y=2$

область $\geq 2x^2-x-1$
внутри параболы

прямая $ax+b$
лежит в заштрихованной области

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

задача 3

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} & (1) \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 & (2) \end{cases}$$

$(1):$ $\begin{cases} y-2x\geqslant 0 \\ xy-2x-y+2\geqslant 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y\geqslant 2x \\ (x-1)(y-2)\geqslant 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\geqslant 1 \\ y<2 \end{array}\right. \\ y\geqslant 2x \end{cases}$

$(y-2x)^2 = xy-2x-y+2$

$y^2-4xy+4x^2 = xy-2x-y+2$

$y^2+4x^2-5xy+2x+y-2=0$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

задача 7

для числа $k = p_1^{\gamma_1} + p_2^{\gamma_2} + \dots$, могут быть отр. – разложение на простые множители

$f(k) = f(k) + f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

$f(k) = f(p_1) + f\left(\frac{k}{p_1}\right) = f(p_1) + f(p_2) + f\left(\frac{k}{p_1 p_2}\right) = \dots$

$f(k) = \gamma_1 f(p_1) + \gamma_2 f(p_2) + \dots$

$f(p) = [p/2] = \frac{p-1}{2} \geq 1$ для $p > 2$

$f(p) = [p/2] = 1$ для $p = 2$

$\Rightarrow f(k) \geq (\gamma_1 + \gamma_2 + \dots)$

$f(k) < 0 \Rightarrow (\gamma_1 + \gamma_2 + \dots) < 0$

тогда сумма степеней простых в разложении x < сумма степеней простых в разложении y ($k = x/y$)

$x = p_1^{\varphi_1} + \dots p_n^{\varphi_n}$ $y = p_1^{\psi_1} \dots p_n^{\psi_1}$

$f(x/y) = (\varphi_1 - \psi_1) f(p_1) + (\varphi_2 - \psi_2) f(p_2) + \dots (\varphi_n - \psi_n) f(p_n)$

заметим для простых 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 (в числах 1 ... 21)

φ_n и ψ_n – степени n

$f(x/y) = (\varphi_2 - \psi_2) + (\varphi_3 - \psi_3) + 2(\varphi_5 - \psi_5) + 3(\varphi_7 - \psi_7) +$

$+ 5(\varphi_{11} - \psi_{11}) + 6(\varphi_{13} - \psi_{13}) + 8(\varphi_{17} - \psi_{17}) + 9(\varphi_{19} - \psi_{19}) < 0$

посчитаем вклад x и y в сумму, если сумма вкладов < 0, то числа подходят

☐ черновик ☑ чистовик

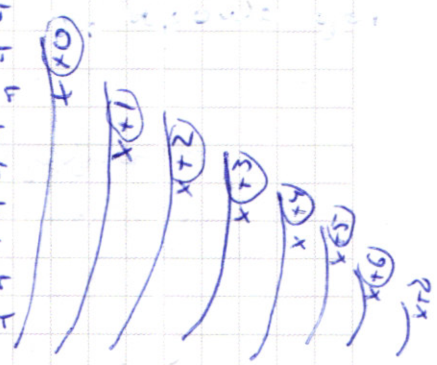
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 7

(Нумеровать только чистовики)

x = 1	+ 0		y = 1	− 0
x = 2	+ 1		y = 2	− 1
x = 3	+ 1		y = 3	− 1
x = 4	+ 2	(2, 2)	y = 4	− 2
x = 5	+ 2		y = 5	− 2
x = 6	+ 2	(2, 3)	y = 6	− 2
x = 7	+ 3		y = 7	− 3
x = 8	+ 3	(2, 2, 2)	y = 8	− 3
x = 9	+ 2	(3, 3)	y = 9	− 2
x = 10	+ 3	(2, 5)	y = 10	− 3
x = 11	+ 5		y = 11	− 5
x = 12	+ 3	(2, 2, 3)	y = 12	− 3
x = 13	+ 6		y = 13	− 6
x = 14	+ 4	(2, 7)	y = 14	− 4
x = 15	+ 3	(3, 5)	y = 15	− 3
x = 16	+ 4	(2, 2, 2, 2)	y = 16	− 4
x = 17	+ 8		y = 17	− 8
x = 18	+ 3	(2, 3, 3)	y = 18	− 3
x = 19	+ 9		y = 19	− 9
x = 20	+ 4	(2, 2, 5)	y = 20	− 4
x = 21	+ 4	(3, 7)	y = 21	− 4

x + 0 — 1 шт		y − 0 — 1 шт	
x + 1 — 2 шт		y − 1 — 2 шт	
x + 2 — 4 шт		y − 2 — 4 шт	
x + 3 — 6 шт		y − 3 — 6 шт	
x + 4 — 4 шт		y − 4 — 4 шт	
x + 5 — 1 шт		y − 5 — 1 шт	
x + 6 — 1 шт		y − 6 — 1 шт	
x + 8 — 1 шт		y − 8 — 1 шт	
x + 9 — 1 шт		y − 9 — 1 шт	



для x + 0 — 20 вариантов

x + 1 — 18

x + 2 — 14

x + 3 — 8

x + 4 — 4

x + 5 — 3

x + 6 — 2

x + 8 — 1

x + 9 — 0

20 + 18 + 14 + 8 + 4 + 3 + 2 + 1 = 80

ответ: 80

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

$y^2 + 4x^2 - 5xy + 2x + y - 2 = 0$

$-y^2 + 10x - 5xy + 9y - 8 = 0$

$2x^2 - 5xy + 6x + 5y - 5 = 0$

$2x^2 + x(6 - 5y) + 5y - 5 = 0$

$36 - 60y + 25y^2 - 40y + 40$

$76 - 100y + 25y^2$

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3$ | $y - 2x$

$y^2 - 2xy$ | $y - x - 4$

$2x^2 + 2xy - 4x - 4y + 3$

$2x^2 - 2xy$

$4xy - 4x - 4y + 3$

$-4y + 8x$

$4xy - 12x + 3$

$(y - 2x)(y - x - 4) +$

$4xy = 12x - 3$

$y = \frac{12x - 3}{4x}$

$(4x + 1)(y - 3) = y$

$81 - 32 = 49$

$y^2 + 5xy - 9y - 10x + 8 = 0$

$D = 81 - 90x + 25x^2 + 40x - 32$

$49 - 50x + 25x^2$

☑ черновик ☐ чистовик

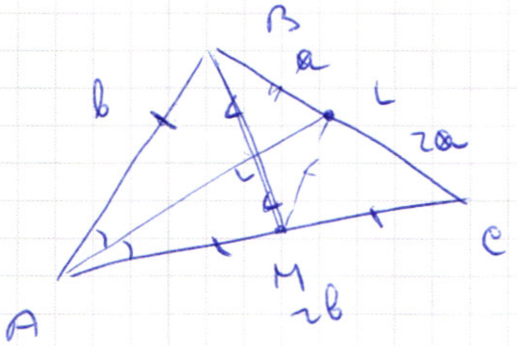
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

(a, b)

$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x-1|$



$\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$

периметр 1200

$b,\ 3a,\ 2b.$

$3a + b > 2b$ $\qquad$ $3b > 3a$ $\qquad$ $3a + 2b > b$

1. $3a > b$ $\qquad$ 2. $b > a$ $\qquad$ всегда верно

~~жарь~~

$3a + 3b = 1200$

$\underline{a + b = 400}$

$3a > b \Rightarrow a > 100 \quad b < 300$

$b > a \Rightarrow \cancel{a < 200} \quad b > 200$

$\underbrace{201 \ \ldots \ 299}_{99}$ дн.

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

1. $xy - 2x - y + 2 \geq 0$

$y - 2x \geq 0$

$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2$

$\cancel{y^2} - 5xy + 4x^2 + 2x + y - 2 = 0$

$-2x^2 + \cancel{y^2} + 4x + 4y - 3 = 0$

$2x^2 + 6x + 5y - 5xy - 5 = 0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Черновик

$\sqrt{-1}\,b$

(1) a, b, c, d

$\sqrt{4b^2-4ac}$

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

$\rightarrow ac = b^2$

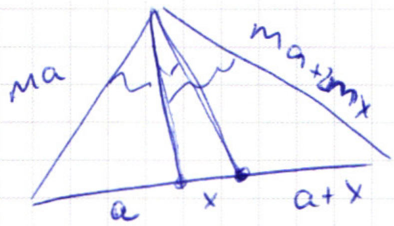
$d = -b \pm \sqrt{b^2-ac} \rightarrow = 0$

$d = -b$

$\frac{b}{\sqrt{-1}}$ b $\sqrt{-1}\,b$ $-1b$

$4b^2 - 4b^2 = 0$

(2)



$ma + 2a + 2x > ma + 2mx$

$a + x > mx$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$f =$ (пол)

$a, b > 0$

$f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [p/2]$ простое

$f(p) = \frac{p-1}{2}$

x, y

$1 \le x \le 21$

$1 \le y \le 21$

$a = 1$ b - простое

$f(x/y) < 0$

$f(p_1 p_2)$

$f(p_1 p_2) = \frac{p_1-1}{2} + \frac{p_2-1}{2}$

$f(1) = 0$ $a = p$ $b = \frac{1}{p}$

$f(\dots) \geq n$

$f(1) = f(\frac{1}{p}) + f(p)$

$0 = f(\frac{1}{p}) + f(p)$

для простых $f(\frac{1}{p}) < 0$

$p > 2$

$f(2) = 1$

$f(3) = 1$

$f(5) = 2$

$f(x$ p^2

$- p^2$

$a = x$ $b = \frac{1}{y}$

$f(x/y) = f(x) + f(1/y)$

$f(x) + f(1/y) < 0$

$f(a) = f(a) + f(1)$

$x \geq \frac{1}{2}$

1

$f(1) = 0$

21 $x \neq 21$ $3x-1$

$x \neq 22$

$f(2a) = 1 + f(a)$

$x=1$

$f(x) = \underbrace{\qquad}_{}$ сумма, $y = 1$ $y = 1$

$f(x \geq 1)$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + (2x-1)$

$2x^2 - x - 1 \le x(2x-1)$

$x \ge 1$

$(2x+1)(x-1)$

$2x^2 - x - 1$

$(2x+1)(x-1) \le ax + b \le x(2x-1)$

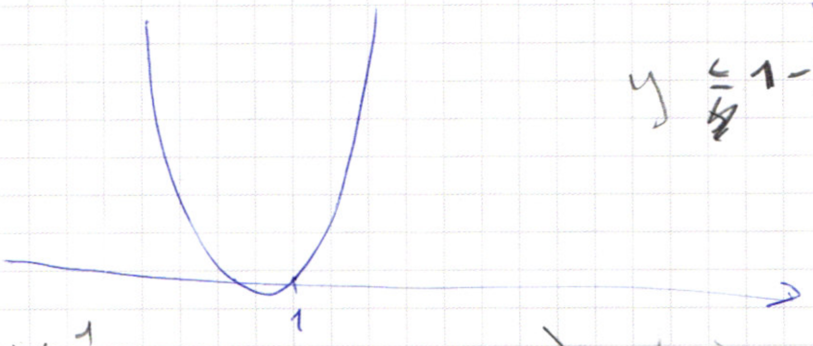
$(2x+1)(x-1) \le ax+b \le x+(2x-1)$

$(2x+1)(x-1) \le ax+b \le 3x-1$

$x(a-3) \le -(b+1)$

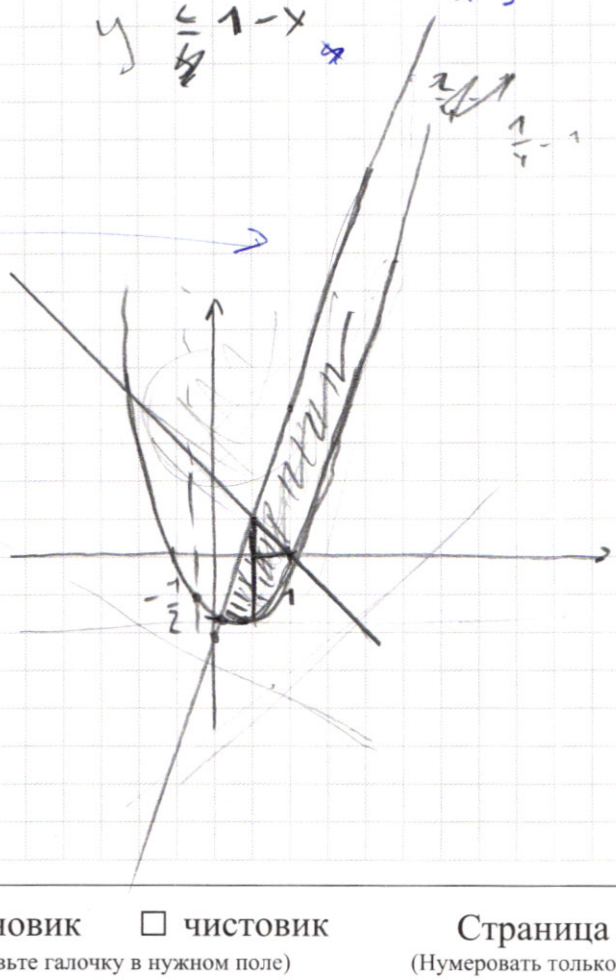
$x \le -\frac{b+1}{a-3}$

$y \le 1 - x$



$x \le \frac{1}{2}$

$x \ge \frac{1}{2}$

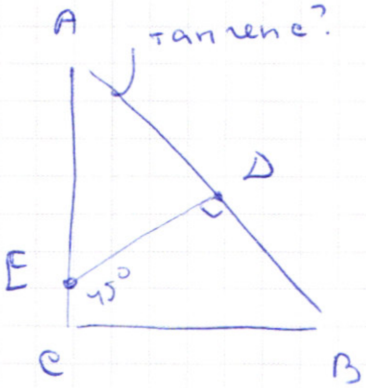


☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

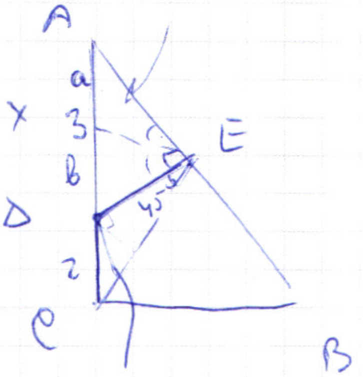
(Нумеровать только чистовики)



$AD : AC = 3 : 5$

$DE \perp AB$

$\frac{BC}{AC}$ - ?



$\frac{2}{3}(a+b)$

$\frac{BC}{AC}$ или $\frac{ED}{AC} = \frac{2}{5}$

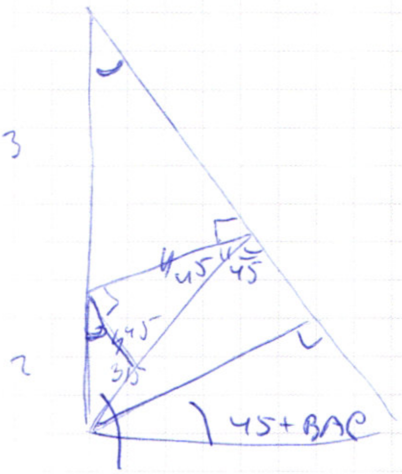
$\frac{AE}{ED} = \frac{AY}{XD}$

$\frac{EX}{EC} = \frac{XD}{DC}$

$5^2(5^2+2^2)$

$\frac{AE}{ED} = \frac{a}{b}$

$\frac{EX}{EC} = \frac{b}{\frac{2}{3}(a+b)}$



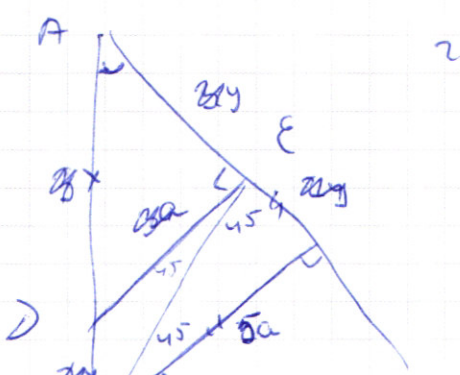
45 - BAC

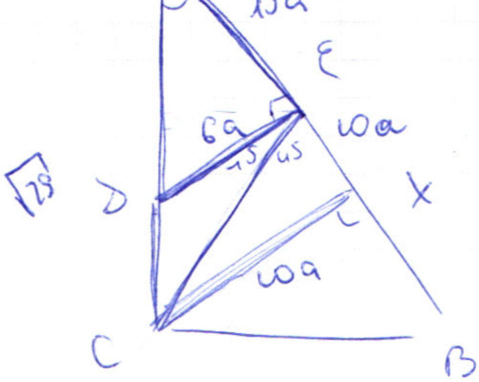
$29 = (25^2+10^2)a^2$

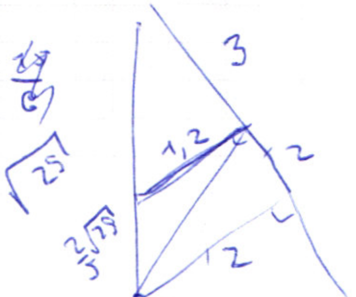
$29 = 725a^2$

$1 = 25a^2$

$a = \frac{1}{5}$







☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^2+6x+5y-5xy-5=0$

$2x^2+x(6-5y)+5(y-1)=0$

1. $y(x-1)-2(x-1)\geq 0$

$(y-2)(x-1)\geq 0$ $\quad y\geq 2x$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\geq 1\\ y\geq 2x\end{cases}\\ \begin{cases}y<2\\ y\geq 2x\end{cases}\end{array}\right.$$

$\left.\begin{matrix}x\geq 1\\ y\geq 2\end{matrix}\right]$ – подходит

$\left.\begin{matrix}x<1\\ y<2\end{matrix}\right|$ – подходит

~~$y=2x=\sqrt{2xy+2-4y}$~~

~~$(y-2x)(y+x)=y^2+2x^2-2xy+xy$~~

$(y-2x)(y-x)=y^2-3xy+2x^2$

$-y^2-5xy-8x-8y+2x+y-2=0$

$y^2+5xy+8x+7y+2=0$

$y^2+12y+8=0$ $\quad \begin{matrix}x=1\\ y=-2\end{matrix}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

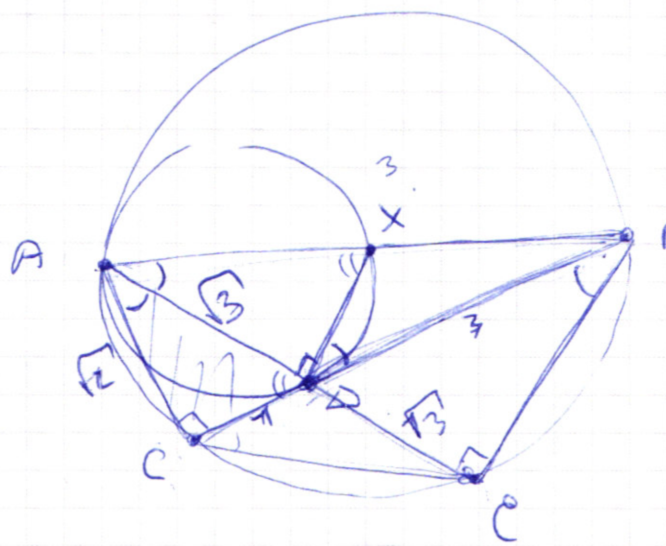
ШИФР

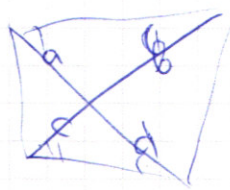
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

AB, AX

B A C E





$AC^2 + AB^2 = BC^2$

$\frac{AB^2}{9} + AB^2 = 16$

$\frac{10AB^2}{9} = 16$

$10AB^2 = 16 \cdot 9$

$AB^2 = \frac{12^2}{10}$

$AB = \frac{12}{\sqrt{10}} = \frac{12\sqrt{10}}{10} = \frac{6}{5}\sqrt{10}$

$\cancel{AC^2 + AB^2 = BC^2}$

$\cancel{AC^2 + 9AC^2 = BC^2}$

$\cancel{10AC^2 = BC^2 = 16}$

$\cancel{10AC^2 = 16}$

$\sqrt{2}\left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2}\right)$

$\frac{6}{5} - \frac{4}{3}$

$\cancel{\frac{AB}{BD} = \frac{BX}{BD}}$

$\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{BX}$

18-20

$BX = \frac{BD^2}{AB}$

$\cancel{BX = \frac{16}{\frac{6}{5}\sqrt{10}}}$

$AX = 6$

$BX = \frac{16\sqrt{10}}{12} = \frac{4}{3}\sqrt{10}$

$3 - \frac{6}{3} = 3 - 2\frac{2}{3}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$y-2x \geq 0$

$xy-2x-y+2 \geq 0$

$(y-2)(x-1) \geq 0$

$\cancel{2x(x-2)+y(y-2)+3=0}$

$2+4-4-8+3 \neq 0$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \geq 1 \\ y < 2 \end{array}\right. \\ y \geq 2x \end{cases}$$

$y^2-4x+y^2 = xy-2x-y+2$

$x^2+y^2+2x+y-2=0$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$4+4(5y-5)$

$-x^2+2x+5y-5=0$

$\cancel{4-4(7-5y)}$

$x^2-2x-5y+5=0$

$4(1+5y-5)$

$5y-4$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{5y-4}}{2}$$

$x = 1 \pm \sqrt{5y-4}$

$5y-4 \geq 0$

$y \geq \frac{4}{5}$

$\cancel{x = 1+\sqrt{5y-4}}$

$\cancel{x^2 = 1+5y}$

$x-1 = \sqrt{5y-4}$

$x^2-2x+1 = 5y-4$

$\cancel{x^2-2x+1=5y-4}$

$\cancel{x^2-5y+5-2x}=0$

$\cancel{2x^2+4x+4y-3}$

$\cancel{-5y+2x+y-2=0}$

$x=1$

$\cancel{2x^2+6x+5y-5-5xy=0}$

$\cancel{x^2=2x+5y-5}$

$2x^2-4x-10y+10=0$

$y^2-4y+13=0$