МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geqslant |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 27$, $3 \leqslant y \leqslant 27$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax + b \geqslant 8x^2 - 34x + 30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1; 3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR = 2$, $QS = 1$, $PS = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{2}{\sqrt{17}}\cos 2\beta$

$-\frac{2}{\sqrt{17}}\cos 2\beta = -\frac{8}{17} \Rightarrow \cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$

Пусть $2\alpha+2\beta = x$, тогда из условия $\sin^2 x + \cos^2 2\beta = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sin^2 x = \sin^2 2\beta \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = \sin 2\beta\\ \sin x = -\sin 2\beta\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 2\beta+2\pi n\\ x = \pi-2\beta+2\pi n\\ x = -2\beta+2\pi n\\ x = \pi+2\beta+2\pi n\end{array}\right., n\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\alpha = \pi n\\ \alpha = \frac{\pi}{2}-2\beta+\pi n\\ \alpha = -2\beta+\pi n\\ \alpha = \frac{\pi}{2}+\pi n\end{array}\right., n\in\mathbb{Z} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}tg\alpha = 0\\ tg\alpha = ctg 2\beta\\ tg\alpha = -tg 2\beta\end{array}\right.$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow$

$\Rightarrow tg 2\beta = \pm\frac{1}{4},\ ctg 2\beta = \pm 4$

Ответ: $0;\ \pm\frac{1}{4};\ \pm 4$

№2 $\cancel{3y\ 2x}$ $3x^2+3y^2-6x-4y=4 \Leftrightarrow (3x-3)^2+(3y-2)^2 = 25 \Leftrightarrow$

$(x-1)^2+(y-\frac{2}{3})^2 = \frac{25}{9}$. Пусть $x-1=a$, $y-\frac{2}{3}=b$. $a^2+b^2=\frac{25}{9}$

$3y-2x = 3b-2a$

$(3xy-2x-3y+2) = \sqrt{3ba}$ $\Rightarrow 9b^2-12ab+4a^2 = 3ab$ $(ab\geq 0, 3b-2a>0)$

$4a^2-15ab+9b^2=0$ (*)

Если $b=0$, то $a=0$, чего не может быть, т.к. $a^2+b^2=\frac{25}{9}>0$

(*) $\Leftrightarrow 4\left(\frac{a}{b}\right)^2-15\left(\frac{a}{b}\right)+9=0$, $\frac{a}{b}=k$

$4(k-3)(k-\frac{3}{4})=0$

$\left[\begin{array}{l}k=3\\ k=\frac{3}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=3b\\ 4a=3b\end{array}\right.$

1) $a=3b \Rightarrow 9b^2+b^2=\frac{25}{9}$

$b^2=\frac{25}{9\cdot 10}$

$a=\pm\frac{5}{\sqrt{10}} \Leftarrow b=\pm\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}$

2) $a=\frac{3}{4}b \Rightarrow \frac{9}{16}b^2+b^2=\frac{25}{9}$

$b^2=\frac{16}{9}$

$a=\pm 1 \Leftarrow b=\pm\frac{4}{3}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$\begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}$ или ~~[illegible]~~ или $\begin{cases} a = -\frac{5}{\sqrt{10}} \\ b = -\frac{5}{3\sqrt{10}} \end{cases}$, т.к. $ab > 0$, $3b - 2a > 0$

$\Leftrightarrow$

$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$ или $\begin{cases} x = 1 - \frac{5}{\sqrt{10}} \\ y = \frac{2}{3} - \frac{5}{3\sqrt{10}} \end{cases}$

Ответ: $(2; 2)$, $\left(1 - \frac{5}{\sqrt{10}}; \frac{2}{3} - \frac{5}{3\sqrt{10}}\right)$

№5 Пусть $k \in \mathbb{N}$. Подставим $a = k^2$, $b = \frac{1}{k}$

$$f\left(\frac{k^2}{k}\right) = f(k^2) + f\left(\frac{1}{k}\right) = 2f(k) + f\left(\frac{1}{k}\right) \Leftrightarrow f\left(\frac{1}{k}\right) = -f(k),$$

значит $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

Очевидно, что $f\left(\prod p_i^{\alpha_i}\right) = \sum \alpha_i \left[\frac{p_i}{4}\right]$, где $\prod p_i^{\alpha_i}$ – каноническое разложение числа

Значит

x	$f(x)$
3	0
$2^2 = 4$	0
5	1
$2 \cdot 3 = 6$	0
7	1
$2^3 = 8$	0
$3^2 = 9$	0
$2 \cdot 5 = 10$	1
11	2

x	$f(x)$
$2^2 \cdot 3 = 12$	0
13	3
$2 \cdot 7 = 14$	1
$3 \cdot 5 = 15$	1
$2^4 = 16$	0
17	4
$2 \cdot 3^2 = 18$	0
19	4
$2^2 \cdot 5 = 20$	1

x	$f(x)$
$3 \cdot 7 = 21$	1
$2 \cdot 11 = 22$	2
23	5
$2^3 \cdot 3 = 24$	0
$5^2 = 25$	2
$2 \cdot 13 = 26$	3
$3^3 = 27$	0

$N(k)$ – кол-во чисел k в правом столбце

$N(0) = 10$, $N(1) = 7$, $N(2) = 3$, $N(3) = 2$, $N(4) = 2$, $N(5) = 1$

Искомое значение равно $N(0) \cdot \sum_{i=1}^{5} N(i) + N(1) \sum_{i=2}^{5} (i) + N(2) \sum_{i=3}^{5} N(i) + N(3) \sum_{i=4}^{5} N(i) +$

$+ N(4) \cdot N5) = 10 \cdot 15 + 7 \cdot 8 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 150 + 56 + 15 + 6 + 2 =$

$= 229$

Ответ: 229 пар

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6 $\frac{4x-3}{2x-2} \overset{(1)}{\geq} ax+b \overset{(2)}{\geq} 8x^2-34x+30$

(2) $ax+b \geq 8x^2-34x+30$

$f_1(x) = 8x^2-(34+a)x+30-b \leq 0$, $x \in (1;3] \iff \begin{cases} f_1(3) \leq 0 \\ f_1(1) \leq 0 \end{cases}$, т.к. ветви ↑

$\begin{cases} 72+30-34\cdot 3-3a-b \leq 0 \\ 8-34-a+30-b \leq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 3a+b \geq 0 \\ a+b \geq 4 \end{cases}$

(1) $\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b$ $\qquad \frac{4x-3-(ax+b)(2x-2)}{2x-2} \geq 0 \iff (ax+b)(2x+2)-4x+3 \leq 0$ т.к. $x \in (1;3) \Rightarrow$ $\Rightarrow 2x-2>0$

$f_2(x) = 2ax^2+(2b+2a-4)x+2b+3 \leq 0$ Заметим, что $a \neq 0$ иначе бы при $x=1 \Rightarrow b \geq 8$ и при $x=3$ $b \leq \frac{12-3}{6-2} = \frac{9}{4} < 8$

1) $a>0$ $\begin{cases} f_2(1) \leq 0 \\ f_2(3) \leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a+2b+2a-4+2b+3 \leq 0 \\ 18a+6b+6a-12+2b+3 \leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 4a+4b-1 \leq 0 \\ 24a+8b-9 \leq 0 \end{cases}$

2) $a<0$ ~~8~~ ~~4a~~

□ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№ 3 $\quad 3^{\log_4(x^2+6x)} + x^2+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}$

(*) $3^{\log_4(x^2+6x)} + 4^{\log_4(x^2+6x)} \geq 5^{\log_4(x^2+6x)}$,

(1) Рассмотрим функцию ~~f(x)~~ $f(\alpha) = \left(\frac{3}{5}\right)^\alpha + \left(\frac{4}{5}\right)^\alpha - 1$. Видно, что $f(\alpha)$ - убывающая, т.к. $\frac{3}{5} < 1$ и $\frac{4}{5} < 1 \Rightarrow \alpha = 2$ - единственный корень

~~[illegible]~~. Значит $f(\alpha) \geq 0$ при ~~[illegible]~~ $\alpha \leq 2$

(*) $3^{\log(x^2+6x)} + 4^{\log_4(x^2+6x)} \geq 5^{\log_4(x^2+6x)} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4(x^2+6x)} + \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_4(x^2+6x)} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(\log_4(x^2+6x)) \geq 0 \Leftrightarrow \log_4(x^2+6x) \leq 2$ ввиду (1)

$x^2+6x \leq 16$ $\quad$ ОДЗ: $x^2+6x > 0$

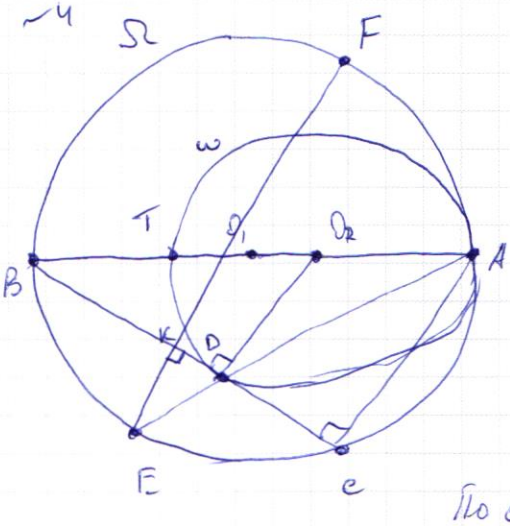
$x(x+6) > 0$

$(x+8)(x-2) \leq 0$ $\quad$ $x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$

$x \in [-8; 2]$, а с ОДЗ $x \in [-8; -6) \cup (0; 2]$

Ответ: $[-8; 6) \cup (0; 2]$

№ 4



Т.к. BC - касательная к ω, то $\angle BDO_2 = 90°$; BH - диаметр $\Rightarrow \angle BCA = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle BDO_2 \sim \triangle BCA$

$\frac{BO_2}{BA} = \frac{BD}{BC}$; $\frac{2R-r}{2R} = \frac{13}{18}$, где R, r - радиусы Ω и ω соотв.

Откуда $10R = 18r$

$5R = 9r$

По св-ву касат. и секущей $BT \cdot BA = BD^2$

$(2R-2r)2R = \left(\frac{13}{2}\right)^2$; $\left(2R - \frac{10}{9}R\right)2R = \left(\frac{13}{2}\right)^2$; $\frac{16}{9}R^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2$; $R = \frac{13}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{39}{8}$

и $r = \frac{5}{9} \cdot \frac{39}{8} = \frac{195}{72}$ $\quad$ Т.к. A - точка касания, то

~~Т.к. FE ∥ AC, то ∠FFA = ∠FEC~~ $\angle EFA = \angle DTA$ и т.к. BC - касательная, то $\triangle BTD \sim \triangle BAA \Rightarrow$

~~90° = ∠ BKE = ½~~

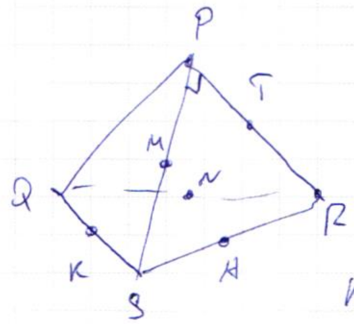
~~tg(∠)~~ $\operatorname{tg}(\angle EFA) = \frac{AD}{TD} = \frac{BD}{AB} = \frac{\frac{13}{2}}{\frac{39}{4}} = \frac{13 \cdot 2}{39} = \frac{2}{3}$, зн. $\angle EFH = \operatorname{arctg}\frac{2}{3}$

Ответ: $r = \frac{195}{72}$, $R = \frac{39}{8}$, $\angle AFE = \operatorname{arctg}\frac{2}{3}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7



K, A, N, M, T — середины QS, SR, RQ, SP, PR

Из условия PMAT — параллелограмм и при этом вписанный, т.к. P, M, A, T лежат на одной сфере, значит AMPT — прямоугольник

$KN = \frac{1}{2} SR = MT$, $KN \parallel SR \parallel MT \Rightarrow KMTN$ — параллелограмм и он вписан, значит KMTN — прямоугольник.

$\triangle QSN$ — равнобедренный, т.к. $QS = 1 = \frac{1}{2} QR = QN$

МФТИ

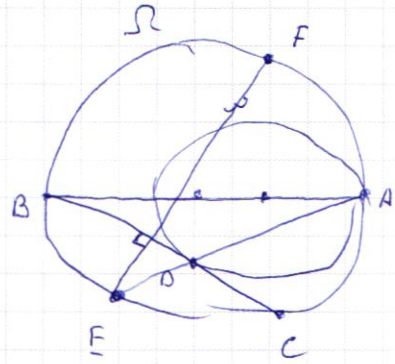
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$f\left(\frac{9}{3}\right) = f(9) + f\left(\frac{1}{3}\right)$

$f(3) = 0$, $f(3)+f(3) = 0$

$f\left(\frac{1}{3}\right) = 0$

$f\left(\frac{4}{2}\right) =$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos(2\beta) + \cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$f(a) = f(a^2) + f\left(\frac{1}{a}\right)$

$2f(a)$

$f\left(\frac{1}{a}\right) = -f(a)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

$\frac{1}{17}$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta \pm \frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

~~$\sin x = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\sin(x+2\beta)$~~

$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\sin(x-2\alpha) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

$\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$

$\sin x\cos 2\alpha - \cos x\sin 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

$\frac{1+\cos x}{2} = \frac{1}{17}$

$\pm\frac{8}{17}\cos 2\alpha + \frac{15}{17}\sin 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

$\sqrt{2\cdot 32}$

$\frac{2}{17} - 1 = -\frac{15}{17}$

$\pm\frac{8}{17}\cos 2\alpha + \frac{32}{17}\sin 2\alpha$

$\frac{8}{17}$

$\frac{\pm 1}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha + \frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\alpha = \frac{-8}{\sqrt{17}}$

$9x^2 - 18x + 9y^2 - 12y = 12 + 9 + 4$

$\sin(2\alpha \pm \varphi) = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

$(3x-3)^2 + (3y-2)^2 = 25$

$(x-1)^2 + \left(y-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

a b

$9y^2 - 12xy + 4x^2 = 3xy - 2x - 3y + 2$

$a^2+b^2 = \frac{25}{9}$

$(3y-2)(x-1) = 3xy$

$\frac{a}{b} = 3$

$16\cdot 9$

$15^2 - 12^2$

$3b - 2a = \sqrt{3ba}$

$225 - 144$

$9b^2 - 15ab + 4a^2 =$

$9 - 15$

$3\cdot 27$

$5b^2 - 15ab + \frac{100}{9} = 0$

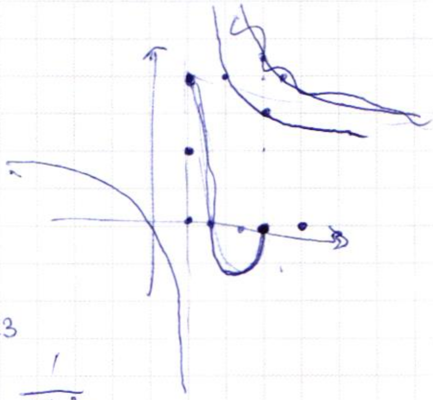
$4t^2 - 15t + 9$

9

$5b(b-3a)$

$\frac{15\pm 9}{8} = 3;\ \frac{3}{4}$

$\frac{34}{32}$



$8 \cdot 9 = 72$

$102 - 102 = 0$

$-b \quad \frac{34}{16} > x < 3$

$2 + \frac{1}{2x-2}$

$\frac{12-3}{4-2} \quad \frac{9}{2} \quad 4,5$

$3^{\log_4 a} + a \geq a^{\log_4 5}$

$\frac{\log_3 a}{\log_3 4} \quad a^{\frac{1}{\log_3 4}} + a \geq a^{\log_4 5}$

$a(a^{\log_4 3 - 1} + 1 - a^{\log_4 5 - 1}) \geq 0$

$a^{2\log_2 0{,}75} + 1 - a^{2\log_2 1{,}25}$

$2\sin(\cancel{\alpha+2\beta}) \cos 2\beta) = +\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$2\beta = \pm \arccos\frac{4}{\sqrt{17}} + 2\pi n$

$2\alpha \pm \arccos\frac{4}{\sqrt{17}} = \arcsin -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\alpha + 2\beta = 2\beta$

$2\alpha + 2\beta = \pm 2\beta$

$\alpha = -2\beta$

$\sin^2 x + \cos^2 y = 1$

$\sin^2 x = \sin^2 y$

$\sin x = \sin y$

$\sin x = -\sin y$

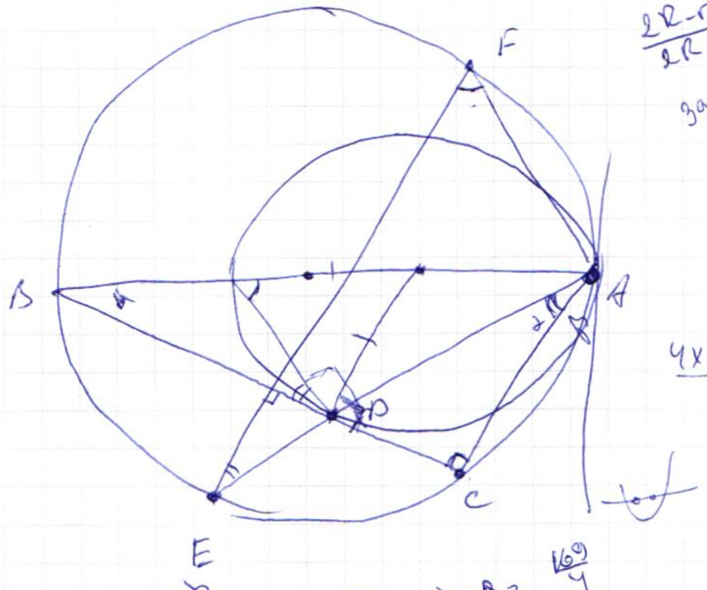
$x + y = y$

$\pi - x + y = y$

$tg(x) = tg(\pi - 2y) = -tg 2y$

$x = -2y \qquad -tg(2y)$

$x = \pi + 2y \qquad tg 2y$



$\frac{2R - r}{2R} = \frac{13}{18}$

$39R - 18r = 26R$

$13R = 18r$

$2\alpha + \beta =$

$(2R - \frac{13}{9}R)2R = (\frac{13}{2})^2$

$\frac{10}{9}R^2 =$

$R = \frac{13 \cdot 3}{2\sqrt{10}}$

$4x - 3 - (ax+b)(2x+2) \geq 0$

$2ax^2 + 2(a+b)x + 2b - 4x + 3 \leq 0$

$2a + 2a + 2b + 2b - 4 + 3$

$4(a+b) - 1 \leq 0, \; a > 0$

$2x^2 - (34 + a)x + 30 - b$

$8 - 34 - a + 30 - b \leq 0$

$4 \leq a + b$

$102 - 102 - 3a - b > 0$

$3a + b \leq 0$

$(2R - 2r)2R = \frac{169}{4}$

$\frac{r}{\frac{13}{2}} = \frac{AC}{\frac{13}{2}}$

$AC = \frac{18}{13}r$

$(\frac{18}{13})^2 r^2 + (\frac{18}{2})^2 = 4R^2 - 4rR + (\frac{13}{2})^2$

$\frac{5 \cdot 32}{24}$

$(\frac{9}{13})^2 \cdot 10 = 2rR$

$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$

$\alpha = \frac{x+y}{2} \quad \frac{x-y}{2}$

$\frac{\frac{18}{2}}{\frac{39}{4}} = \frac{36}{39} = \frac{12}{13}$

$2a' = 2a$

$b' = b - 2$

$-\frac{2}{(2x-2)^2}$

$2 + \frac{1}{2x-2} \geq ax + b$

$ax + b' = \frac{1}{2x-2}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3^{\log_4 y} + y \geq y^{\log_4 5}$

$3^2+4^2=5^2$

$\log_4 3 + 1 = \log_4 5$

$y^{\log_4 3}(y-1) \leq y$

$y \geq y^{\log_4 3}(y-1)$

$y^{\log_4 3 - 1}(y-1) - 1 \leq 0$

$y^t + y \geq y^{t+1}$

$(t+1)y^t - ty^{t-1} - 1$

$ty + y - ty^{t+1} - 1$

$y > 1$

$y < 1$

$(ty^{t+1}+1) > 0$

$y^{t+1} - y - y^t$

$y^t(y-1) - y$

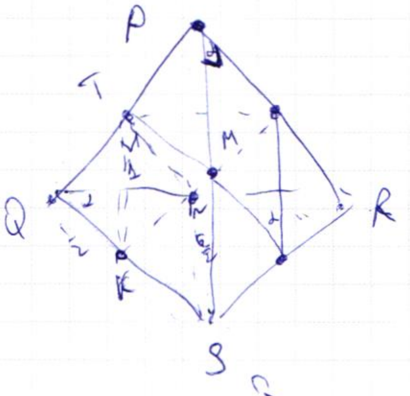
$3+4 \quad 3 \cdot 4$

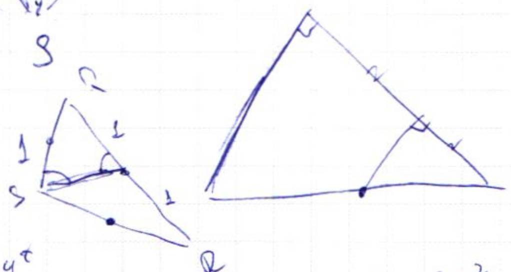
$y^t + y \geq 2\sqrt{y^{t+1}}$

$t = \log_4 3$

$\frac{3}{4}$

$\frac{5}{4}$





$3^2+4^2=5^2$

$\log_4 5$

$\log_{3 \cdot 4}$

$\log_4 5 - \log_4 3$

$\log_4 \frac{5}{3}$

$a \geq a^{\log_4 3}(a^{\log_4 \frac{5}{3}} - 1)$

$\log_4 5\, a^{(\log_4 5 - 1)} \quad \log_4 3\, a^{(\log_4 3 - 1)}$

$\log_3 5\, a^{\log_4 5 - \log_4 3} > 0$

3^x

$3^x + 4^x \geq 5^x$

$\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x \geq 1$

$x^2 + 6x \geq 16$

$-8 \quad 2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)