МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}, \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2 - 26x\right|^{\log_5 12} + 26x \geqslant x^2 + 13^{\log_5\left(26x - x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = 12$, $BD = 13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $4 \leqslant x \leqslant 28$, $4 \leqslant y \leqslant 28$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8 - 6x}{3x - 2} \geqslant ax + b \geqslant 18x^2 - 51x + 28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3}; 2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY = \sqrt{3}$, $TX = \sqrt{2}$, $TZ = 2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

№1

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17} \Leftrightarrow 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta=-\frac{2}{17} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos 2\beta=\frac{\sqrt{17}}{17}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17} \Leftrightarrow \sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta +$

$+\sin 2\beta\cdot\cos(2\alpha+2\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{1}{17}+\sqrt{1-\frac{17}{289}}\cdot\sqrt{1-\frac{1}{17}}+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17} \\ -\frac{\sqrt{16\cdot 17}}{17}\cdot\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{17}}+\sin 2\alpha=-\frac{1}{17} \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{16}{17}+\sin 2\alpha=-\frac{1}{17} \\ \frac{16}{17}+\sin 2\alpha=-\frac{1}{17} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2\alpha=\frac{15}{17} \\ \sin 2\alpha=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\alpha=-\frac{\pi}{2}+2\pi k \\ 2\alpha=\arcsin\frac{15}{17}+2\pi k, \ k\in\mathbb{Z} \\ 2\alpha=\pi-\arcsin\frac{15}{17}+2\pi k \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \alpha=-\frac{\pi}{4}+\pi k, \ k\in\mathbb{Z} \\ \alpha=\frac{\arcsin\frac{15}{17}}{2}+\pi k \\ \alpha=\frac{\pi-\arcsin\frac{15}{17}}{2}+\pi k \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \operatorname{tg}\alpha=-1 \\ \operatorname{tg}\alpha=\operatorname{tg}\left(\frac{\arcsin\frac{15}{17}}{2}\right) \\ \operatorname{tg}\alpha=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi-\arcsin\frac{15}{17}}{2}\right) \end{array}\right.$

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{2}{17} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \cancel{2}\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{\cancel{2}\,1}{17} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2\beta = \frac{\sqrt{17}}{17} \end{cases}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta+\cos(2\alpha+2\beta)\cdot\sin 2\beta \overset{+\sin 2\alpha}{=} -\frac{2}{17} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\frac{\sqrt{17}}{17}+\sqrt{\frac{16}{17}}\cdot\frac{\sqrt{272}}{17} \overset{+\sin 2\alpha}{=} -\frac{2}{17} \\ -\frac{1}{17}\cdot\frac{16}{17}+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \end{array}\right.$$

$$\frac{1}{17}+\frac{16}{17}=1 \Rightarrow \begin{cases} \cos(2\alpha+2\beta) = \sqrt{\frac{16}{17}} \\ \cos(2\alpha+2\beta) = -\sqrt{\frac{16}{17}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sin 2\beta = \pm\sqrt{1-\frac{17}{289}} = \pm\frac{\sqrt{272}}{17}$$

$$-\frac{1}{17}+\frac{16}{17} = \frac{15}{17}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2\alpha = -1 \\ \sin 2\alpha = \frac{15}{17} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\alpha = -\frac{\pi}{2}+2\pi n \\ 2\alpha = \arcsin\frac{15}{17}+2\pi n \\ 2\alpha = \pi-\arcsin\frac{15}{17}+2\pi n \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \alpha = -\frac{\pi}{4}+\pi n \\ \alpha = \frac{\arcsin\frac{15}{17}}{2}+\pi n \\ \alpha = \frac{\pi}{2}-\frac{\arcsin\frac{15}{17}}{2}+\pi n \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \operatorname{tg}\alpha = -1 \\ \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{\arcsin\frac{15}{17}}{2}\right) \\ \operatorname{tg}\alpha = \left(\frac{\pi}{2}-\arcsin\frac{15}{17}\right) \end{array}\right.$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$$

Из второго ур-ния получаем:

$-3\sqrt{10} \le y-6 \le 3\sqrt{10} \Leftrightarrow -3\sqrt{10}+6 \le y \le 3\sqrt{10}+6$

$-\sqrt{10} \le x-1 \le \sqrt{10} \Leftrightarrow -\sqrt{10}+1 \le x \le \sqrt{10}+1$

Из первого: $y \geq 6x$

Из неравенства Коши: $9(x-1)^2+(y-6)^2 \geq 6(x-1)(y-6)$

Подставим наибольшее знач. $y=3\sqrt{10}+6$, тогда, т.к. $x \le \frac{y}{6} \Rightarrow x \le \frac{\sqrt{10}}{2}+1$

Возьмём наибольший x для данного y $\frac{\sqrt{10}}{2}+1=x$

тогда: $9(x-1)^2+(y-6)^2 \geq 6\cdot\frac{\sqrt{10}}{2}\cdot 3\sqrt{10} \geq 90$

~~т. е. пара $\left(\frac{\sqrt{10}}{2}+1; 3\sqrt{10}+6\right)$ удовл. сист.~~

~~Других пар, таких что~~

Равенство достигается при равенстве x и y:

$9(x-1)^2+(x-6)^2=90 \Leftrightarrow 10x^2-30x-45=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{6+\sqrt{36+72}}{4} \\ x=\frac{3\mp\sqrt{9+18}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3+\sqrt{27}}{2} \\ x=\frac{3-\sqrt{27}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3+\sqrt{27}}{2} \text{ - не удовл. усл } y\geq 6x \\ x=\frac{3-\sqrt{27}}{2} \end{array}\right.$

Отв: $\left\{\left(\frac{3-\sqrt{27}}{2}; \frac{3-\sqrt{27}}{2}\right)\right\}$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР (заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$= \sqrt{-6(x-1)+y(x-1)} = \sqrt{(x-1)(y-6)}$

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y\geq 6x \\ y^2-12xy+36x^2=xy-6x-y+6 \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{27}}{2}-9+3\sqrt{27}=$

$=-\cancel{\frac{15}{2}}-7,5+2,5\sqrt{27}=$

$=-7,5+7,5\sqrt{3}$

$(3x+y)^2-6xy$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y\geq 6x \\ \cancel{27x^2-13xy+24x+13y+39=0} \\ 27x^2-13xy+24x+13y+39=0 \end{cases} \Leftrightarrow -13y(x-1)+24(x-1)+$$

$+27x^2 \cancel{\ldots} +63$

$9x^2+y^2-18x-12y=45 \Leftrightarrow 9x^2-18x+9+y^2-12y+36=90 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \\ y-6x=\sqrt{(x-1)(y-6)} \end{cases} \Leftrightarrow y^2-12xy+36x^2=xy-6x-y+6 \Leftrightarrow$$

$\cancel{\Leftrightarrow 36x^2-13xy+y^2+6x+y-6=0}$

$$\begin{cases} (x-1)^2\leq 10 \\ (y-6)^2\leq 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{10}\leq x-1\leq\sqrt{10} \\ -3\sqrt{10}\leq y-6\leq 3\sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{10}+1\leq x\leq\sqrt{10}+1 \\ 3(-\sqrt{10}+2)\leq y\leq 3(\sqrt{10}+2) \end{cases}$$

$\frac{\sqrt{10}+2}{2}$ $\frac{3\sqrt{10}+6}{2}$

$9(x-1)^2+(y-6)^2$ $\geq$ $\cancel{\ldots}$

$\cancel{6(x-1)(y-6)}$ $\cancel{\leq 90}$ $\frac{\sqrt{10}}{2}+1$ $3\sqrt{10}+6$

$\cancel{\sqrt{6}}$ $\cancel{\sqrt{10}}$

$6\cancel{(x-1)(y-6)}\leq 90 \Leftrightarrow (x-1)(y-6)=15$

$3,6\,(3\sqrt{10}\cdot\frac{\sqrt{10}}{2}=$

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

Пусть $t=26x-x^2$, тогда получаем:

$|-t|^{\log_5 12}+t \geq 13^{\log_5 t} \Leftrightarrow$ $t \geq 0$

$\Leftrightarrow t^{\log_5 12}+t \geq 13^{\log_5 t} \Leftrightarrow t^{\log_5 12}+t \geq t^{\log_5 13} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t^{\log_5 12}+t^{\log_5 5}-t^{\log_5 13} \geq 0 \Leftrightarrow \cancel{t(t^{\log_5 \frac{12}{5}}-t^{\log_5 \frac{13}{5}}+1)} \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 12^{\log_5 t}+5^{\log_5 t}-13^{\log_5 t} \geq 0 \Leftrightarrow 0<t\leq 25$

Т.о. получаем:

$0<26x-x^2\leq 25 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-26x<0 \\ x^2-26x+25\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<x<26 \\ (x-1)(x-25)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0<x<26 \\ \left[\begin{array}{l} x\leq 1 \\ x\geq 25 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<x\leq 1 \\ 25\leq x<26 \end{array}\right.$

Отв: $(0;1]\cup[25;26)$

№5

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(p)=[\frac{p}{4}]$, где p – простое

$f(\frac{x}{y})<0$, $4\leq x\leq 28$, $4\leq y\leq 28$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f\left(\frac{1}{y}\right)+f(y)=f(1)=0 \Rightarrow f\left(\frac{1}{y}\right)=-f(y)$

Восстановим $f(x)$, $x\in\mathbb{N}$:

· $f(1)=0$	– $f(15)=1$
· $f(2)=0$	· $f(16)=0$
· $f(3)=0$	· $f(17)=4$
· $f(4)=0$	· $f(18)=0$
– $f(5)=1$	· $f(19)=4$
· $f(6)=0$	– $f(20)=1$
– $f(7)=1$	– $f(21)=1$
· $f(8)=0$	· $f(22)=2$
· $f(9)=0$	$f(23)=5$
– $f(10)=1$	· $f(24)=0$
· $f(11)=2$	· $f(25)=2$
· $f(12)=0$	· $f(26)=3$
· $f(13)=3$	· $f(27)=0$
– $f(14)=1$	– $f(28)=1$

Очевидно, что если $f\left(\frac{x}{y}\right)<0$, то $f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)=$
$=f(x)-f(y)<0 \Rightarrow f(y)>f(x)$

$f(5)=1$; 12 случаев Если $f(y)=1$, то нам
$f(7)=1$: 12 случаев подходят x, у которых $f(x)=0$.
$f(10)=1$: 12 случаев $f(y)=1$: 8 случаев
$f(14)=1$: $8\cdot 12=96$ случаев

$f(y)=2$: $3\cdot 20=60$ случаев

$f(y)=3$; $2\cdot 23=46$ случаев

$f(y)=4$; $2\cdot 25=50$ случаев Отв: $60+50+96+46=\underline{252}$ пары

☐ черновик ☒ чистовик Страница №4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f(1) = \left[\frac{1}{4}\right] = 0$ $f(11) = 2$ $f(19) = 4$

$f(2) = 0$

$f(3) = 0$ $f(13) = 3$ $f(23) = 5$

$f(5) = 1$

$f(7) = 1$ $f(17) = 4$

$f(6) = f(3\cdot 2) = f(3) + f(2) = f(2) = 0$

$f(9) = f(3\cdot 3) = 2f(3) = 0$

$f(15) = f(5) + f(3) = 1$

$f(21) = f(7) + f(3) = 1$

$f(4) = 2f(2) = 0$

$f(8) = f(2) = 0$

$f(12) = 0$

$f(16) = 0$

$f(20) = f(5) = 1$

$f(24) = f(4) + f(6) = 0$

$f(28) = 1$

$-\frac{12}{(3x-2)^2} = -3$

$-3x+4$

$f\left(\frac{1}{y}\right) =$

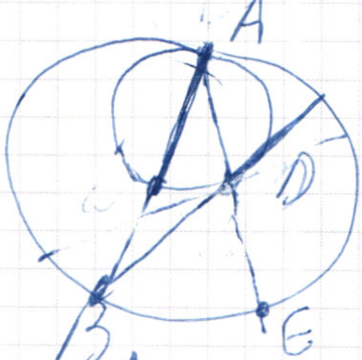
$f\left(\frac{1}{y}\right) + f(y) = f(1) = 0$

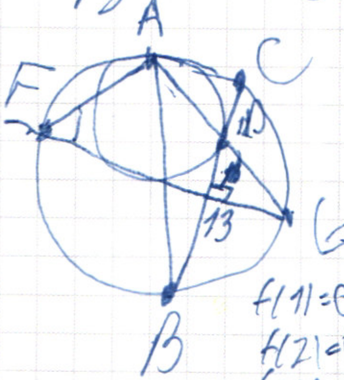
$f(y) = f\frac{1}{y}$

$\begin{cases} 2a+b=-2 \\ \frac{2}{3}a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$1\frac{1}{3}a = -4 \Leftrightarrow a = -3$

$\cancel{-2a} -6+b \geq 2 \Leftrightarrow b \geq 8$ $-2+b \geq 2 \Leftrightarrow b \geq 4$





$f(1)=0$ $f(13)=3$
$f(2)=0$ $f(14)=1$
$f(3)=0$
$f(4)=0$ $f(15)=1$
$f(5)=1$ $f(16)=0$
$f(6)=0$ $f(17)=4$
$f(7)=1$ $f(18)=0$
$f(8)=0$ $f(19)=4$
$f(9)=0$
$f(10)=1$ $f(20)=1$
$f(11)=2$ $f(21)=1$
$f(12)=0$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

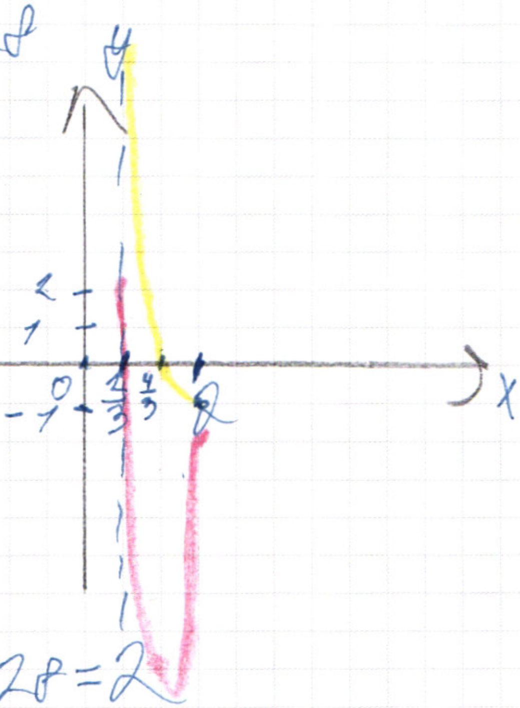
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51x+28$$

$$x \in \left[\frac{2}{3}; 2\right]$$



$$g(x)=\frac{8-6x}{3x-2}=\frac{-6x+4}{3x-2}+\frac{4}{3x-2}=$$

$$=-2+\frac{4}{3x-2}$$

$$f(x)=18x^2-51x+28$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right)=18\cdot\frac{4}{9}-\frac{51\cdot 2}{3}+28=8-34+28=2$$

$$f(2)=18\cdot 4-102+28=72+28-102=-2$$

$$g(2)=-2+\frac{4}{4}=-1$$

$g(x)$

$f(x)$

$\cancel{18x^2-51x+28=0}$

$$f\left(\frac{4}{3}\right)=18\cdot\frac{16}{9}-51\cdot\frac{4}{3}+28=32-68+28=-8$$

$\cancel{x_0=\frac{51}{36}=\frac{17}{12}}$

$\cancel{f\left(\frac{17}{12}\right)=18\cdot\frac{289}{144}-51\cdot\frac{17}{12}+28=\frac{289}{8}}$

$$g'(x)=\left(\frac{8-6x}{3x-2}\right)'=\frac{-6(3x-2)-3(8-6x)}{(3x-2)^2}=\frac{-18x+12-24+18x}{(3x-2)^2}=$$

$= -\frac{12}{(3x-2)^2}$

$g'(\frac{4}{3}) = -\frac{12}{4} = -3 = a$

~~$h(x) = -3x + b$~~

~~$h(2) = -6 + b = 2 \Rightarrow b = 8$~~

~~$h(\frac{2}{3}) = 2 + b =$~~

~~$\begin{cases} \frac{2}{3}a + b = 2 \\ -2 \le 2a+b \\ -1 \ge 2a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\frac{1}{3}a \ge -4 \\ -1 \ge 2a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -3 \\ -1 \ge 2a+3b \end{cases} \Leftrightarrow$~~

~~$\Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -3 \\ b \le \frac{5}{3} \end{cases}$~~ $\Leftrightarrow$ ~~$\begin{cases} a \ge \frac{3(2-b)}{2} \\ a \ge -1-b \\ a \le \frac{-1-b}{2} \end{cases}$~~

пусть $a = -3$

$-2 + b \ge 2 \Leftrightarrow b \ge 4$

$a = -3,\ b = 4$

$h(x) = -3x + 4$ данная прямая удовл. усл. т.к. касается $g(x)$ и проходит через крайние точки параболы

$h(\frac{2}{3}) = 2$

$h(\frac{4}{3}) = 0$

$h(2) = -2$

Других прямых не будет, т.к. они обязательно пересекут графики, ведь увеличивая a мы должны уменьшить b, а значит пересечь параболу и наоборот

Отв: $(-3; 4)$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)