PRINT SETTINGS

HL-2030 series   SER.NO=C6J167707

SETUP	USER SETTINGS
LANGUAGE	:ENGLISH
POWER SAVE	:ON
POWER SAVE TIME	:5 MINUTE

PRINT MENU	USER SETTINGS
PRINT POSITION	
-X OFFSET	:0 DOTS
-Y OFFSET	:0 DOTS

CONT. ROM VERSION :1.11
RAM SIZE : 8Mbyte

Remaining life of :

*DRUM
4705
39.2%

0%   100%

<Device Status>
Page Count:7295

<Total Pages Printed>
MANUAL FEED:1
TRAY1:7294

<Total Pages Printed>
A4/LETTER:7285
LGL/A4LONG/FOLIO:6
B5/EXECUTIVE:4
ENVELOPE:0
OTHERS:0

<Total Paper Jams:247 >
JAM TRAY 1:0
JAM INSIDE:223
JAM REAR:24

<Error History (last 10 errors)>
1:CLEAN DRUM UNIT
2:JAM INSIDE
3:CLEAN DRUM UNIT
4:JAM INSIDE
5:CLEAN DRUM UNIT
6:JAM INSIDE
7:CLEAN DRUM UNIT
8:JAM INSIDE
9:CLEAN DRUM UNIT
10:JAM INSIDE

<Replace Count>
DRUM:0
TONER:3

*Based on A4/Letter printing.

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}, \\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} \\ 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \frac{2}{\sqrt5}\cos 2\beta = \frac{4}{5} \end{cases} \quad \cancel{2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}} \quad \cancel{2\cos^2\beta - 1 = \frac{2}{\sqrt5}}$$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha\cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt5} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt5} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \frac{2}{\sqrt5}\sin 2\alpha + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5} & (1) \\ \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5} \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{2}{\sqrt5}\sin 2\alpha + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5} & (2) \\ \sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt5} \end{cases} \end{array}\right.$$

(1) $\frac{2}{\cancel{\sqrt5}}\sin 2\alpha - \frac{1}{\cancel{\sqrt5}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\cancel{\sqrt5}}$ $\quad 2\sin 2\alpha - (\cos 2\alpha - 1) = 0$

$2\sin 2\alpha + 2\sin^2\alpha = 0$

$\cancel{2\sin\alpha\cos\alpha - 2\cos^2\alpha + 1 = -1}$

$2\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha = 0 \iff \left[\begin{array}{l} \sin\alpha = 0 \\ 2\cos + \sin\alpha = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} tg\,\alpha = 0 \\ tg\,\alpha = -2 \end{array}\right.$

(2) $\frac{2}{\sqrt5}\sin 2\alpha + \frac{1}{\cancel{\sqrt5}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\cancel{\sqrt5}}$

$2\sin 2\alpha + 2\cos^2\alpha - \cancel{1} = -\cancel{1}$

$2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha = 0 \iff \left[\begin{array}{l} \cos\alpha = 0 \\ 2\sin\alpha + \cos\alpha = 0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} tg\,\alpha \in \varnothing \\ tg\,\alpha = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Ответ: $tg\,\alpha \in \{0; -2; -\frac{1}{2}\}$

№2

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2} \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 13y = 12 \end{cases} \iff \begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = xy - x - 2y + 2 \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 13y = 12 \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Рассмотрим отдельно второе уравнение

$x^2-4xy+4y^2=xy-x-2y+2$

$x^2-5xy+x+4y^2+2y-2=0$

$x^2-(5y-1)x+4y^2+2y-2=0$

$D=(5y-1)^2-4(4y^2+2y-2)=25y^2-10y+1-16y-8y+8=9y^2-18y+9=$

$=9(y-1)^2$

$$\left[\begin{aligned}&x=\frac{5y-1-3(y-1)}{2}\\&x=\frac{5y-1+3(y-1)}{2}\end{aligned}\right.\qquad \left[\begin{aligned}&x=\frac{5y-1-3y+3}{2}=y+1\\&x=\frac{5y-1+3y-3}{2}=4y-2\end{aligned}\right.$$

$$\begin{cases}x-2y\geq 0\\ \left[\begin{aligned}&x=y+1\\&x=4y-2\end{aligned}\right.\\ x^2+9y^2-4x-18y=12\end{cases}\qquad (1)\begin{cases}x=y+1\\x-2y\geq0\\(y+1)^2+9y^2-4(y+1)-18y=12\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=y+1\\x-2y\geq0\\y^2+2y+1+9y^2-4y-4-18y=12\end{cases}\qquad \begin{cases}x=y+1\\x-2y\geq0\\10y^2-20y-15=0\end{cases}\qquad \begin{cases}x=y+1\\y+1-2y\geq0\\2y^2-4y-3=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=y+1\\y\leq1\\ \left[\begin{aligned}&y=\frac{4-2\sqrt{10}}{2}\\&y=\frac{4+2\sqrt{10}}{2}\end{aligned}\right.\end{cases}\qquad \begin{cases}x=y+1\\y\leq1\\ \left[\begin{aligned}&y=2-\sqrt{10}\\&y=2+\sqrt{10}>1\Rightarrow\varnothing\end{aligned}\right.\end{cases}\qquad \begin{cases}y=2-\sqrt{10}\\x=3-\sqrt{10}\end{cases}$$

$$(2)\begin{cases}x=4y-2\\x-2y\geq0\\(4y-2)^2+9y^2-4(4y-2)-18y-12=0\end{cases}\qquad \begin{cases}x=4y-2\\4y-2-2y\geq0\\16y^2-16y+4+9y^2-16y+8-18y-12=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=4y-2\\2y-2\geq0\\25y^2-50y=0\end{cases}\qquad \begin{cases}x=4y-2\\y\geq1\\ \left[\begin{aligned}&y=0<1\Rightarrow\varnothing\\&y=2\end{aligned}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4y-2\\y=2\end{cases}\qquad \begin{cases}x=6\\y=2\end{cases}$$

Ответ: $\{3-\sqrt{10};2-\sqrt{10}\}$; $\{6;2\}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$5^{\log_{12}(x^2+13x)} + x^2 \geq |x^2+13x|^{\log_{12}13} - 13x$$

$(x^2+13x)^{\log_{12}5} + x^2+13x \geq |x^2+13x|^{\log_{12}13}$ $t = x^2+13x > 0$ т.к стоит под логарифмом

$t^{\log_{12}5} + t \geq |t|^{\log_{12}13}$

$t^{\log_{12}5} + t \geq t^{\log_{12}13}$

$t^{\log_{12}5} - t^{\log_{12}13} + t \geq 0$

$t(t^{\log_{12}5-1} - t^{\log_{12}13-1} + 1) \geq 0 \Leftrightarrow$ $t^{\log_{12}\frac{5}{12}} - t^{\log_{12}\frac{13}{12}} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{12}\right)^{\log_{12}t} + 1 \geq \left(\frac{13}{12}\right)^{\log_{12}t}$ т.к $\left(\frac{5}{12}\right)^{\log_{12}t}$ убывает и $\left(\frac{13}{12}\right)^{\log_{12}t}$ возрастает $\Rightarrow$

есть только одна точка пересечения и до нее равенство верно

$\log_{12}t = 2$

$\frac{25}{144} + 1 \geq \frac{169}{144}$

$\frac{169}{144} = \frac{169}{144}$

$\Rightarrow \log_{12}t = 2$ одна точка $\Rightarrow$ $t \in (0; 144]$ $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+13x > 0 \\ x^2+13x \leq 144 \end{cases}$ $\begin{cases} x(x+13) > 0 \\ (x-6)(x+48) \leq 0 \end{cases}$ -13, 0; -48, 6

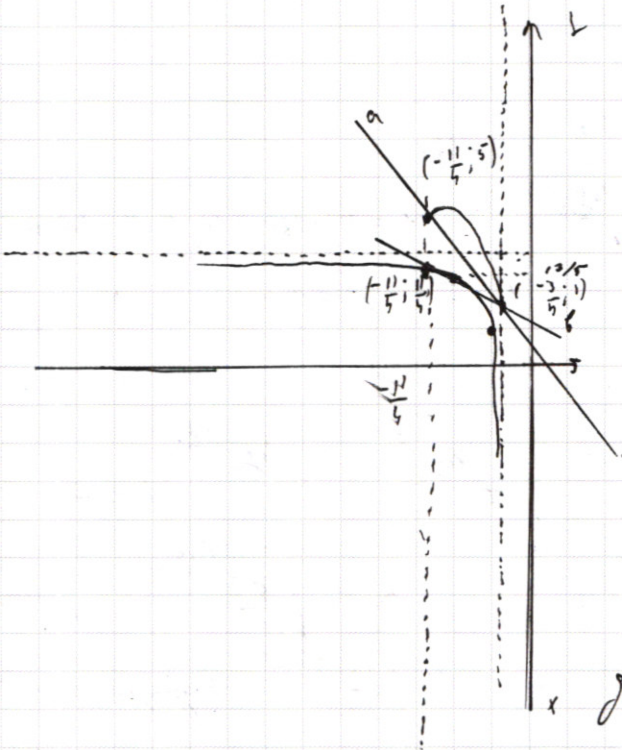
$x \in [-48; -13) \cup (0; 6]$

Ответ: $x \in [-48; -13) \cup (0; 6]$

№6

построим $\frac{12x+11}{3x+3}$ и $y = x^2 - 30x - 17$ на плоск XOY

$$f(x) = \frac{12x+11}{4x+3} = \frac{12x+9}{4x+3} + \frac{2}{4x+3} = 3 + \frac{2}{4x+3}$$



$$f\left(-\frac{11}{4}\right) = \frac{-12\cdot\frac{11}{4}+11}{-11+3} = \frac{-33+11}{-8} = \frac{11}{4}$$

$$g\left(-\frac{11}{4}\right) = -8\cdot\frac{121}{16} + 30\cdot\frac{11}{4} - 17 =$$

$$= -\frac{121}{2} + \frac{15\cdot 11}{2} - 17 = \frac{-121}{2} + \frac{165}{2} - 17 = \frac{44}{2} - 17 = 22 - 17 = 5$$

$$g\left(-\frac{3}{4}\right) = -8\cdot\frac{9}{16} + 30\cdot\frac{3}{4} + 17 = -\frac{9}{2} + \frac{15\cdot 3}{2} - 17 = \frac{-9+45}{2} - 17 =$$

$$= \frac{36}{2} - 17 = 18 - 17 = 1$$

подходят только прямые лежащие между a, b   a: $\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0}$

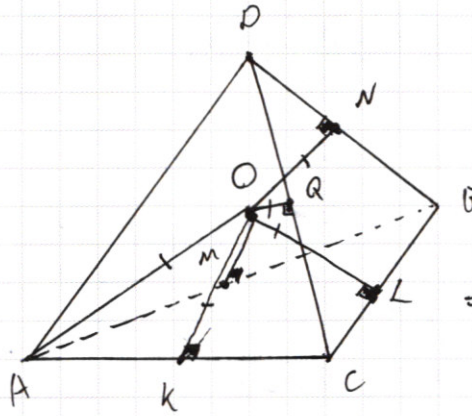
$$\frac{x+\frac{3}{4}}{-\frac{11}{4}+\frac{3}{4}} = \frac{y-1}{5-1} \qquad \frac{x-\frac{3}{4}}{-\frac{8}{4}} = \frac{y-1}{4} \Leftrightarrow \frac{x-\frac{3}{4}}{-32} = \frac{y-1}{4}$$

b: $$\frac{x+\frac{11}{4}}{-\frac{3}{4}+\frac{11}{4}} = \frac{y-\frac{11}{4}}{1-\frac{11}{4}} \qquad \frac{x+\frac{11}{4}}{\frac{8}{4}} = \frac{y-\frac{11}{4}}{-\frac{7}{4}} \qquad \frac{x+\frac{11}{4}}{8} = \frac{y-\frac{11}{4}}{-7}$$

$$\begin{cases} -\frac{7}{8}x + \frac{11}{32} + \frac{11}{4} = y \\ 4x - 3 = -2y - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2x + \frac{1}{2} \\ y = -\frac{7}{8} + \frac{99}{32} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

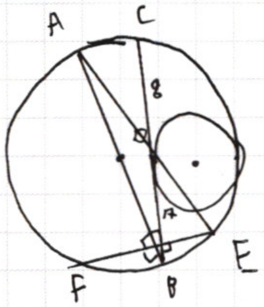


№7

т.к вершина сферы равноудалена от сторон AB, BC, CA => O_1 проектируется в центр вписанной окружности $\triangle ABC$ =>

=>

№4



№5

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{y}\right) = f\left(\frac{x}{y}\right) - f(x)$

$f(x^n) = n f(x)$

$f(1) = f\left(\frac{2}{1}\right) - f(2) = 0$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{4}{2}\right) - f(4) = \left[\frac{2}{4}\right] - 2\left[\frac{2}{4}\right] = 0$

$f\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{6}{3}\right) - f(3) - f(2) = 0$

$f\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{8}{4}\right) - 3f(2) = 0$

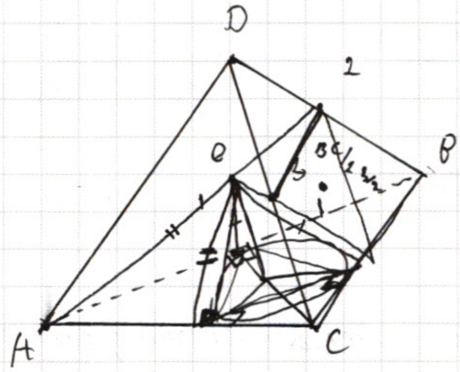
$f\left(\frac{1}{5}\right) = f\left(\frac{10}{5}\right) - f(10) = 0 - f(5) - f(2) = -1$

$f\left(\frac{1}{6}\right) = f\left(\frac{12}{6}\right) - f(12) = 0 - f(3) - f(4) = -\cancel{2}\ 0$

$f\left(\frac{1}{7}\right) = f\left(\frac{14}{7}\right) - f(14) = 0 - f(7) - f(2) = -1$

$f\left(\frac{1}{8}\right) = f\left(\frac{16}{8}\right) - f(16) = 0 - f(2^4) = 0$

$f\left(\frac{1}{9}\right) = f\left(\frac{18}{9}\right) - f(18) = 0$



$f(1) \in 1 \quad 2) = 0$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f(x) = f\left(\frac{x}{y}\right) - f\frac{1}{y}$

$f(x) = f\left(\frac{x}{y}\right) - f\frac{1}{y}$

$f\left(\frac{1}{y}\right) = f\left(\frac{x}{y}\right) - f(x)$

$(4y-2)^2 + 9y^2 - 16y + 8 - 18y = 12$

$16y^2 - 16y + 4 + 9y^2 - 16y + 8 - 18y = 12$

$25y^2 - 50y$

$$\begin{array}{r} 32 \\ +72 \\ \hline 51 \end{array}$$

$x-4 = \sqrt{2x - x - 4 + 2}$

$x-4 = \sqrt{x-2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f\left(\frac{1}{10}\right) = f\left(\frac{20}{10}\right) - f(20) = 0 - f(5) - f(4) = \cancel{-2}\ 1$

=> необходимо для $f\left(\frac{1}{y}\right) < 0$ чтобы y ~~делился~~: 5, 7, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 23

пример f в $f\left(\frac{x}{y}\right)$ ~~не подходит~~

$f(1-4) = 0$

$f(5; 7) = 1$

$f(6, 8, 9) \Big| \Rightarrow \quad f\left(\frac{1}{y}\right) = f\left(\cancel{\frac{2y}{y}}\right)^{\to 0} - f(2y) \Rightarrow$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(2y) = f(x) - f(y) < 0$

11 кол-во

$f(1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24) = 0$

$f(5) = 1$

$f(7) = 1$

$f(10) = 1$

$f(11) = 2$

$f(13) = 3$

13-22-8

$f(14) = 1$

$f(15) = 1$

$f(17) = 4$

$f(19) = 4$

$f(20) = 1$

$f(21) = 1$

$f(22) = 2$

$f(23) = 5$

$f(x) < f(y)$

$f(x) = 0$ $\quad N = 13 \cdot 11 = 143$

$f(y) \neq 0$

$f(x) = 1$ $\quad N = 7 \cdot 6 = 42$

$f(x) \neq 0; 1$

$f(x) = 2$ $\quad N = 2 \cdot 4 = 8$

$f(y) \neq 0; 1; 2$

$f(x) = 3$

$f(y) \neq 0; 1; 2; 3$ $\quad N = 1 \cdot 3 = 3$

$f(x) = 4$

$f(y) = 5$ $\quad N = 2 \cdot 1 = 2$

$\sum N = 143 + 42 + 8 + 3 + 2 = 50 + 143 + 5 = 198$

Ответ: $N = 198$ пар $(x; y)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{-12\cdot\frac{11}{4}+11}{-11+3} = \frac{11\left(\frac{-12}{4}+1\right)}{-8} = \frac{11\left(\frac{-8}{4}\right)}{-8} = \frac{11}{4} \quad \frac{4y-2}{2}$$

$15 \cdot 11 = 165$

$$-\cancel{8}\cdot\frac{121}{\cancel{16}\,2} - 30\cdot\left(-\frac{11}{8}\right) - 17 = -\frac{121}{2} + \frac{15\cdot 11}{4} - 17$$

$242 - 165 = 77$

$$\frac{-242+165}{4} - 17 = 77 - 4\cdot 17$$

$17 \cdot 4 = 68$

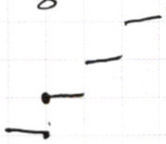
$$-8\cdot\frac{121}{16} + 30\cdot\frac{11}{4} - 17$$

$165 - 121 = 44$

$$\frac{-121}{2} + \frac{15\cdot 11}{2} - 17 = \frac{-121+165}{2} - 17 = 22 - 17 = 5$$

$$\frac{-\overset{3}{\cancel{12}}\cdot\frac{11}{\cancel{4}}+11}{-11+3} = \frac{-33+11}{-8} = \frac{-22}{-8} = \frac{11}{4}$$

$$\frac{11}{32} + \frac{11}{4} = \frac{11+88}{32} = \frac{99}{32}$$



$$\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0} \qquad f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$f\left(-\frac{11}{4}\right) = \frac{11}{4}$$

$$g\left(-\frac{11}{4}\right) = 5 \qquad 36+36-24+36=12 \qquad \frac{x-\frac{11}{4}}{-\frac{3}{4}-\frac{11}{4}}$$

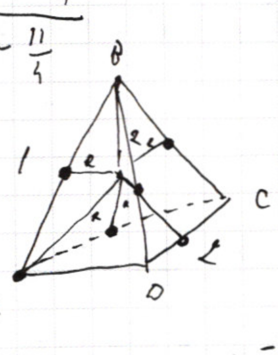
$$-\frac{121}{2} + \frac{165}{2} - 17$$

$$f(2) = \left[\frac{1}{2}\right] = 0$$

$$\frac{44}{2} - 17 = 22 - 17 = 5$$

$$\frac{x+\frac{11}{4}}{-\frac{3}{4}+\frac{11}{4}} = \frac{y-\frac{11}{4}}{1-\frac{11}{4}}$$

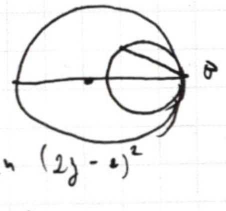
$$f(1) = \left[\frac{1}{4}\right] \qquad \frac{x+\frac{11}{4}}{\frac{8}{4}} = \frac{y-\frac{11}{4}}{-\frac{7}{4}}$$



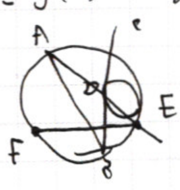
$$f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) < 0$$

$$-\frac{7}{8}x + \frac{11}{32} + \frac{11}{4}$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right)$$



$$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \qquad f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$$



$$f(3) = \left[\frac{3}{4}\right] = 0 \qquad 4y^2-8y+4 \quad (2y-2)^2$$

$$f\left(\frac{1}{y}\right) = f(2) - f\left[\frac{2n}{4}\right]$$

$$2y-2 = 4y^2-2y-4y+12-2y+2$$

$\left(\frac{5}{12}\right)^{\log_{12} t}$

$5^{\log_{12} t} + t \geq t^{\log_{12} 13}$ $\quad$ $4 \cdot 2 - 2 =$

$t^{\log_{12} 5} + t \geq t^{\log_{12} 13}$ $\quad$ $t^{\log_{12} \frac{5}{12}} + 1 \geq t^{\log \frac{13}{12}}$ $\quad$ $3 \cdot 2 = 6$

$t^{\log_{12} \frac{5}{12}} + 1 \geq t^{\log_{12} \frac{13}{12}}$

$\left(\frac{5}{12}\right)^2 + 1 \geq \left(\frac{13}{12}\right)^2$

$\frac{25}{144} + 1 =$

$13^2 + 2^2 \cdot 12^2 = 13^2 - 24^2$

$\frac{12x + 11}{4x + 3}$

$\frac{30}{16} = \frac{15}{8}$

$\sqrt{D} = 30$

$x = \frac{-18 - 30}{2} = -24$

$x = \frac{-18 + 30}{2} = 6$

$\frac{17}{4}$

$36 + 18 \cdot 6$

$6 \cdot 6 + 18 \cdot 6$

$6 \cdot 24 = 120 + 24$

$3 + \frac{2}{-4+3} = 3 + \frac{2}{-1}$

$4x + 3 = 2$

$4x = -1$

$-2 = \quad 3 + \frac{2}{-8+3} = 3 + \frac{2}{-5}$

$\frac{-15+2}{-5}$ $\quad$ $\frac{13}{5}$

$15^2 \cdot 2^2 - 2^2 \cdot 8 \cdot 17 =$

$= 2^2 (225 - 8 \cdot 17)$

$(4x+3)(-8x^2 - 30x - 17) = -32x^3 - 120x^2 - 4 \cdot 17x - 24x^2 - 90x - 3 \cdot 17$

$-32x^3 - 144x^2 - 188x - 51 = 12x + 11$

$32x^3 + 144x^2 + 200x + 62 = 0$

$-8x^2 - 30x - 17 = \frac{12x + 11}{4x + 3}$

$x = -\frac{11}{12}$

$-8 \cdot \left(\frac{11}{12}\right)^2 + 30 \cdot \frac{11}{12} - 17$ $\quad$ $-121 -$

$(4x+3)(-8x^2 - 30x - 17) = 6 =$

$-8 \cdot \frac{121}{144} + \frac{55}{2} - 17$

$= -32x^3 - 120x^2 - 68x - 24x^2 - 90x - 51 =$

$-\frac{121}{18} + \frac{55}{2} - 17$

$= -32x^3 - 144x^2 - 158x - 51 = 12x + 11$

$-32x^3 - 144x^2 - 170x - 62 = 0$

$16x^3 + 72x^2 + 85x + 31 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\cos 60 = 2\cos^3 0 + 1$

$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\cos(2\alpha+2\beta) = \frac{2}{\sqrt5} \\ \cos(2\alpha+2\beta) = -\frac{2}{\sqrt5}\end{array}\right.$

$2 \cdot \frac{3}{4} + 1$

$\sin^2 30 = \frac{1-\frac12}{2}$

1. пусть $\cos(2\alpha+2\beta) = \frac{2}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta + \sin 2\alpha =$

$= -\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\beta + \frac{2}{\sqrt5}\sin 2\beta + \sin 2\alpha = \frac{-4}{5}$

13
11
13

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = \frac{-4}{5}$

$\sin\left(2\alpha + \arccos\frac{2}{\sqrt5}\right) = -1$ 13 143

$2\alpha + \arccos\frac{2}{\sqrt5} = \frac{-\pi}{2}$

$\cos 2\alpha - 1$

$2\alpha = \frac{-\pi}{2} - \arccos\frac{2}{\sqrt5}$

$-2\sin^2$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\left(\frac{-\pi}{2} - \arccos\frac{2}{\sqrt5}\right)}{\cos\left(-\frac{\pi}{2} - \arccos\frac{2}{\sqrt5}\right)} = \frac{\frac{2}{\sqrt5}}{\sqrt{1-\frac{2}{\sqrt5}}} =$

$2\operatorname{tg}\alpha + 1 = 0$

$\frac{1}{1} = f(2) - f(2)$

$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2} \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 13y = 12 \end{cases}$

$4y - 1 - 2y =$ $y(4y-2) - 4y + 2 - 2y + 2$

$2y - 1$ $4y^2 - 2y - 4y - 2y + 4$

$3\cdot2\cdot3$

6

$(x^2 - 4x + 4 - 4) + (9y^2 - 13y + 9 - 9) = 12$

$6 - 4 = 2$

$3\cdot4\cdot2$

$x^2 - 4x + (9y^2 - 13y - 12) = 0$

$D = 4 - 9y^2 + 13y + 12 = -9y^2 + 13y + 16 =$

$x^2 - 4xy + 4y^2 = xy - x - 2y + 2$

$x^2 - 5xy + x + 4y^2 + 2y - 2 = 0$ $25y^2 + 10y + 1 - 16y^2 - 4y + 8 =$

$x^2 - (5y+1)x + 4y^2 + 2y - 2 = 0$ $= 9y^2 + 6y + 9$ $24 - 6 - 7 + 2$

$26 - 10 = 16$

$3y^2 + 2y + 3$

$\sin(2\alpha+2\beta) = 2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta = -\frac{4}{5}$

$\cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta + \cos 2\beta\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right) = -\frac{4}{5}$

$\cos(2\alpha+2\beta) - \frac{1}{\sqrt5}\operatorname{ctg}2\beta = -\frac{4}{5}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \cos 2\alpha\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5}$

$2\cos^2(\alpha+\beta) - 1 - \frac{1}{\sqrt5}\operatorname{ctg}2\beta = -\frac{4}{5}$

$16y^2 - 16y + 4 + 9y^2 - 16y + 8 - 13y = 12$

$\sin(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad 25y^2 - 5y = 0 \quad y = 2 \quad y = 0$ $\quad 24 \quad 32+17=50$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$ $\quad 24-6-4+2$

$-\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\beta + \cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$ $\quad \sqrt{16}=4 \quad 6-2\cdot2=2$

$y^2 - 2y = 0$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \cos 2\alpha\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5}$

$8-2=6$

$\sin 2\alpha\cos 4\beta + \sin 4\beta\cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$2y^2 - 4y - 3 = 0$

$D = 16 + 4\cdot3\cdot2$

$\sin 2\alpha(\cos 4\beta + 1) + \sin 4\beta\cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$\sin 2\alpha(\cos 4\beta + 1) + 2\sin 2\beta\cos 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$ $\quad 36 + \cancel{36} - 24 - \cancel{36} = 12$

$2\sin 2\alpha\cos^2 2\beta + 2\sin 2\beta\cos 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad 1 - \frac15 = \frac45$

$\left[\begin{array}{l}\cos(2\alpha+2\beta) = \frac{2}{\sqrt5}\\ \cos(2\alpha+2\beta) = -\frac{2}{\sqrt5}\end{array}\right.$ $\quad 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac45$

$(x-2y)^2 = xy - x - 2y + 2 = x(y-1) - 2(y-1)$

$\sin(2\alpha+2\beta)$

$20^2 - 4\cdot15 = 20(20-3)$

$x^2 - 4xy + 4y^2 = xy - x - 2y + 2$

$2y^2 - 4y - 3 = 0$

$x^2 - (5y - 1)x + 4y^2 + 2y - 2 = 0$

$D = 16 + 24$

$D = 25y^2 - 10y + 1 - 16y^2 - 8y + 8 = 9y^2 - 18y + 9 =$

$2-\sqrt{10} \vee 1$

$y + 1 - 2y = 1 - y$

$1 - \sqrt{10} \vee 0$

$(y+1)y - y - 1 - 2y + 2$ $\quad (y+1)^2 + 9y^2 - 4(y+1) - 13y - 12 = 0$

$y^2 + y - y - 1 - 2y + 2$ $\quad y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 4y - 4 - 13y - 12 = 0$

$10y^2 - 20y - 15 = 0$ $\quad 2y^2 - 4y - 3 = 0$

$D = 16 + 4\cdot6 = 24 + 16 = 40 = 2\sqrt{10}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)