МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 13x + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = 92, \\ y + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = -124. \end{cases}$$

2. [4 балла] Решите неравенство

$$\sqrt{\log_{3x^2} x^9} \leqslant \log_{9x^3} \frac{1}{x^3}.$$

3. [5 баллов] Найдите количество семизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12828.

4. [5 баллов] Даны равнобокая трапеция $ABCD$ (AD и BC – основания, $AD > BC$) и окружность ω с центром C, касающаяся стороны AD. Касательные к ω, проведённые из точки B, пересекают прямую AD в точках P и Q (точка P лежит между Q и D). На продолжении стороны CB за точку B выбрана точка N так, что $\angle CPN$ – прямой. Найдите углы ADC, NQC и площадь четырёхугольника $NCDQ$, если известно, что $\angle NCP = \operatorname{arctg} \dfrac{15}{8}$, $AP = 17$, $NC = 34$.

5. [5 баллов] Дана система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{3}\cos(x-y) = 7\cos\left(\frac{2\pi}{3} + y\right), \\ \cos(2x-y) + \sqrt{3}\sin(2x-y) = 12\sin\left(y + \frac{\pi}{6}\right). \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y$, если известно, что оно определено и что этих значений не меньше двух.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+26}{2x+3} \leqslant ax + b \leqslant 1 + \sqrt{-\frac{33}{4} - 13x - x^2}$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{19}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

7. [6 баллов] Дан параллелепипед $KLMNK_1L_1M_1N_1$, грани KLL_1K_1 и $K_1L_1M_1N_1$ которого являются прямоугольниками. Сфера S касается прямых MM_1 и M_1N_1, плоскости $K_1L_1M_1$, а также плоскости KLL_1 в точке K. Эта сфера повторно пересекает отрезок KM_1 в точке A. Найдите $\angle KK_1N_1$ и объём параллелепипеда $KLMNK_1L_1M_1N_1$, если известно, что $AK = 3$, $AM_1 = 1$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{cases} 13x + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = 92 \\ y + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = -124 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x + \sqrt[3]{(13x-y)(13x+y)} = 92 \\ y + \sqrt[3]{(13x-y)(13x+y)} = -124 \end{cases}$$

$$13x - y = 216 : + \begin{cases} 13x + 6\sqrt[3]{13x+y} = 92 \\ y + 6\sqrt[3]{13x+y} = -124 \end{cases}$$

$13x + y + 12\sqrt[3]{13x+y} = -32$ $\quad t = 13x + y$:

$t + 12\sqrt[3]{t} = -32$ (1) $\quad f(t) = t + 12\sqrt[3]{t}$ - возраст на $\mathbb{R}$ как сумма возр функций $\Rightarrow$ (1) имеет не более 1 корня: $t = -8$ - корень: $-8 - 24 = -32$

$$\begin{cases} 13x - y = 216 \\ 13x + y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 26x = 208 \\ 2y = -224 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = -112 \end{cases}$$

Ответ: $(8; -112)$

$x - y = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$\sin\left(y + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \qquad y + \frac{\pi}{6} = \pi n \qquad y = \pi n - \frac{\pi}{6}$

$x = \pi(\underset{l}{n+k}) + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + \pi l \qquad$ k - чет

n - чет

$$\frac{\sin(\cancel{x-y}\ \frac{\pi}{2} + \pi k)}{\cos\left(\frac{\pi}{6} - \pi n\right)\cos\left(\pi(n+k) + \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{4}{\sqrt{3}} \qquad \frac{-1}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)} = -$$

$\sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right) = \sin t \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\cos t$

$\sin\left(2x - y + \frac{\pi}{6}\right) = 6\sin\left(y + \frac{\pi}{6}\right)$

$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x + \frac{\pi}{6} = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \end{array}\right.$

$\cancel{\cos}\ \sqrt{3}\cos(x-y) =$

$\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}\ \frac{\pi}{6}$

$\begin{cases} \sqrt{3}\cos(x-y) = -7\sin\left(y + \frac{\pi}{6}\right) \\ 2\sin\left(2x - y + \frac{\pi}{6}\right) = 14\sin\left(y + \frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$

$2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\cos(x-y) = 7\sin\left(y + \frac{\pi}{6}\right)$

$\cos(x-y)\left(2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3}\right) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{array}\right.$

1) $\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{2} + y\right) = 7\cos\left(y + \frac{2\pi}{3}\right)$

$\cancel{7\sin\left(y + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{2} + y\right)}$

$+\sqrt{3}\sin y = 7\sin$

$\cancel{\sqrt{3}\sin y + -\frac{7}{2}\sin y + \frac{7\sqrt{3}}{2}}\cos y \qquad \sqrt{3}\cos\left(y + \frac{5\pi}{6}\right) = 7\cos\left(y + \frac{2\pi}{3}\right)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$\sqrt{\log_{3x^2} x^9} \leq \log_{9x^3} \frac{1}{x^3}$

$3\sqrt{\frac{1}{\log_x 3x^2}} \leq -3\log_{9x^3} x$

$\left(\sqrt{\frac{1}{\log_x 3x^2}}\right)^{-2} \leq \left(-\frac{1}{\log_x 9x^3}\right)^{-2}$ — допустимо, т.к. $\sqrt{\frac{1}{\log_x 3x^2}} \geq 0$, а правая часть больше левой

$\log_x 3x^2 \geq \log_x^2 9x^3$

$\log_x 3 + 2 \geq 4\log_x^2 3 + 12\log_x 3 + 9 \quad t = \log_x 3$

$4t^2 + 11t + 7 \leq 0$

$t_1 = -1 \quad t_2 = -\frac{7}{4} \quad t \in \left[-\frac{7}{4}; -1\right]$

~~$-1 \leq x \leq 1$~~ $\quad -\frac{7}{4} \leq \log_x 3 \leq -1$

$-1 \leq \frac{1}{\log_3 x} \leq -\frac{7}{4} \quad -\frac{7}{4} \leq \frac{1}{\log_3 x} \leq -1$

~~$-\frac{4}{7} \leq \log_3 x \leq -1$~~

~~$3^{-\frac{4}{7}} \leq x \leq \frac{1}{3}$~~

~~$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{4}{7}} \leq x \leq \frac{1}{3}$~~

$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$

$-1 \leq \log_3 x \leq -\frac{4}{7}$

$\frac{1}{3} \leq x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{4}{7}}$

ОДЗ: 1) $3x^2 > 0$ 2) $3x^2 \neq 1$

3) $x^9 > 0$ 4) $\log_{3x^2} x^9 \geq 0$

5) $9x^3 > 0$ 6) $9x^3 \neq 1$

7) $\frac{1}{x^3} > 0$

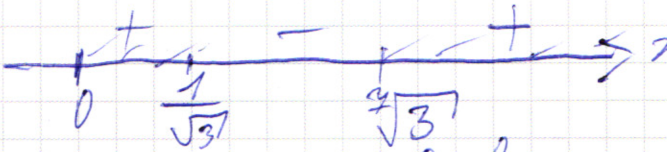
Из ОДЗ $\Rightarrow x > 0 \quad x \neq \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

$x \neq 3^{-\frac{2}{3}}$

$\log_{3x^2} x^9 \geq 0$

$(3x^2 - 1)(x^9 - 3x^2) \geq 0$

$x^2(3x^2 - 1)(x^7 - 3) \geq 0$

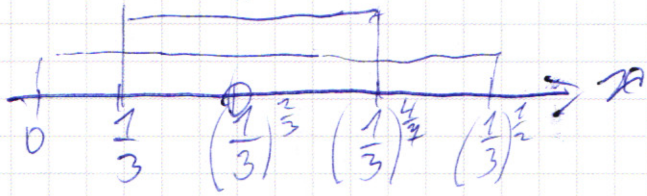


$\frac{2}{3} > \frac{4}{7}$ и $\frac{2}{3} < 1 \Rightarrow \frac{1}{3} < \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{4}{7}}$ ~~Ответ: $x \in [$~~

см стр 3

№2

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{4}{7}} < \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$$



Ответ: $x \in \left[\frac{1}{3}; \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{3}}\right) \cup \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{3}}; \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{4}{7}}\right]$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

Обозначим остаток от деления на наименьш степень двойки x; разность м/у остатком при делении на след степень и предыдущей y и z.

Имеем $\overline{3x+2y}+z=\overline{12828}$ причём, $y=\overline{\text{аа}0...0}$ и $z=\overline{\text{в}0...0}$

Заметим, что если z - четырёхзначн. то $z+2y+3x\leq 9000+2\cdot 900+3\cdot 99<12828$

Значит, $z=0$, либо $z=10000$ $(20000>12828)$

1) $z=0$: если $y<5000$: $3x+2y\leq 3\cdot 999+4000\cdot 2<$
$<3000+8000=11000<12828$

$y=0$ $y=5000$ $y=6000$ если $y>6000\Rightarrow 2y>12828$

а) $y=0$: $3x=12828$ $x=4276$

Число имеет вид: $\square 004276$ - таких чисел 9

б) $y=5000$: $3x=2828$ $2828 \not\vdots 3$, а $x\in N$
нет чисел

в) $y=6000$: $3x=828$ $x=276$
$\square\square 06276$ - $9\cdot 10=90$ чисел

2) $z=10000$: ~~$y=0$ или $y=1000$ (иначе~~
~~если~~ $y=0$ или $y=1000$ (иначе $2y>2828$)

№3

а) $y=0$: $3x=2828$ нет чисел

б) $y=1000$ $3x=828$ $x=276$

$\square\square 1\,1\,276$ — $9\cdot 10=90$ чисел

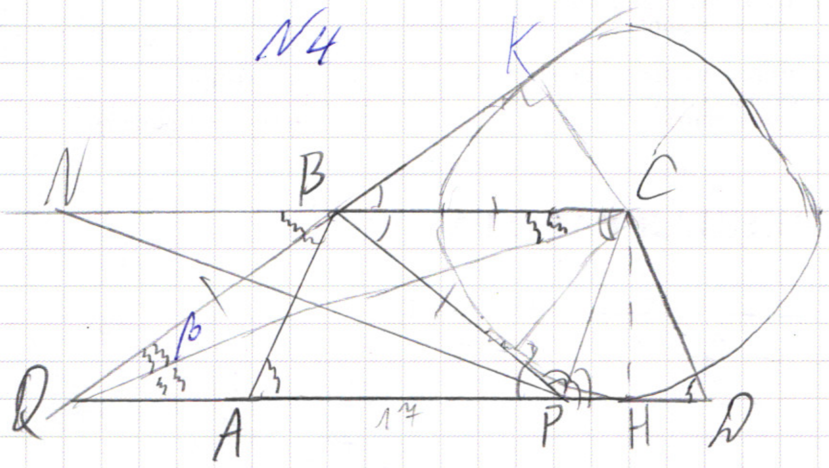
(числа не пересек т.к. ~~оканчив~~ 4 послед цифры разные)

$90+90+9=189$

Ответ: 189

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№4



Из: прямоуг ΔNCP:

$NC^2 = CP^2 + NP^2$

$tg\angle NCP = \frac{15}{8} \Rightarrow$

$\frac{NP}{CP} = \frac{15}{8}$

$NP = 15x \quad CP = 8x \quad \cancel{1152 =}\ 34^2 = 225x^2 + 64x^2$

$17x = 34 \Rightarrow x = 2 \quad NP = 30 \quad CP = 16$

$\angle BCP = \angle CPD$ как н/леж.

$tg\alpha = \frac{15}{8}$: $\cancel{\cos\alpha =}$ $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$1 + \frac{225}{64} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \cos\alpha = \frac{8}{17} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{15}{17}$

$CH = CP \cdot \sin\alpha = \frac{16 \cdot 15}{17} = \frac{240}{17}$

ω касается продолж сторон QB и QP и стороны PB $\Delta PBQ \Rightarrow \omega$ – вневпис окр $\Rightarrow BC$ и PC – биссект углов $\angle KBP$ и $\angle DPB$; QC – биссект $\angle BQD$

ΔQBC – р/бед по 2 углам ($\angle BQC$ и $\angle BCQ$ т.к. $\angle BCQ = \angle CQA$ как н/леж) $\Rightarrow BC = BQ$

ΔBCP – р/бед по 2 углам $BC = BP \Rightarrow$

ΔQBP – р/бед $\Rightarrow \angle\beta = \angle BPQ$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{12x+26}{2x+3} \le ax+b \le 1+\sqrt{-\frac{33}{4}-13x-x^2}$

$28^2 = 400+64+320 = 784$

$x^2+13x+\frac{33}{4}=0 \quad | \cdot 4$

$4x^2+52x+33=0 \quad D_1 = 784-132=652$

$33 \cdot 4 = 132$

$x_{1,2} = \frac{-28 \pm \sqrt{652}}{4}$

$-28-\sqrt{6}$

300

2500

1800

$-7-\frac{\sqrt{652}}{4}$ $\quad -5 \quad 7-\frac{\sqrt{652}}{4} > 0$

$\frac{12x+26}{2x+3} \le ax+b$

$tgx - tgy = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x \cos y - \sin y \cos x}{\cos x \cos y} = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}$

$\sqrt{3}\cos(x-y) = 7\cos(\frac{2\pi}{3}+y)$

$2 \cancel{x}\sin(2x-y+\frac{\pi}{6}) = \cancel{12}\sin(y+\frac{\pi}{6})$

$\sin x \pm \sin y = 2\sin(\frac{x\pm y}{2})\cos(\frac{x\mp y}{2})$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$

$\cos(\frac{2\pi}{3}+y) = \cos(y+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}) = -\sin(y+\frac{\pi}{6})$

$\cos(2\frac{\pi}{3}+y) = -\frac{1}{2}\cos y - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin y$

$\sin(2x-y+\frac{\pi}{6}) - \sin(y+\frac{\pi}{6}) =$

$= \sin(x-y)\cos(x+\frac{\pi}{6})$

$5\sin(y+\frac{\pi}{6})$

$\sin(x+\frac{\pi}{6})\cos(x-y) = 7\sin(y+\frac{\pi}{6})$

$tg(x-y) = \frac{5}{7}tg(x+\frac{\pi}{6})$

$\sqrt{3}\cos(x-y) = -7\sin(y+\frac{\pi}{6})$

$\sin(x+\frac{\pi}{6})\cos(x-y) + \sqrt{3}\cos(x-y) = 0$

$\cos(x-y)(\sin(x+\frac{\pi}{6})+\sqrt{3}) = 0$ $\quad \cos(x-y)=0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} \sqrt{3}\cos(x-y)=7\cos\left(\frac{2\pi}{3}+y\right) \\ \cos(2x-y)+\sqrt{3}\sin(2x-y)=12\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{3}\cos(x-y)=-7\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right) \\ \cancel{2}\sin\left(2x-y+\frac{\pi}{6}\right)=\cancel{12}\,6\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

$$+\begin{cases} \sqrt{3}\cos(x-y)=-7\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right) \\ 2\cos(x-y)\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=7\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

$$\cos(x-y)\left(2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\sqrt{3}\right)=0$$

1) $\cos(x-y)=0 \Rightarrow x-y=\frac{\pi}{2}+\pi k$

$\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)=0 \Rightarrow y=-\frac{\pi}{6}+\pi n$

$\operatorname{tg}x-\operatorname{tg}y=\frac{\sin(x-y)}{\cos x\cos y}$ Измен чётн n,k:

$x-y=\frac{\pi}{2}+\pi k$ либо все 3 ~~фу~~ функц $+$

$y=-\frac{\pi}{6}+\pi n$ либо 2 с $-$

$x=\frac{\pi}{3}+\pi(n+k)$ (по модулю равен знач)

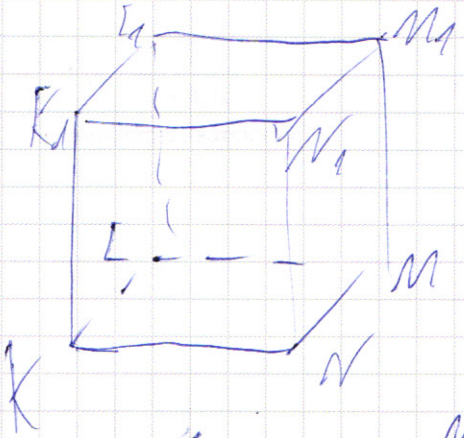
$$\frac{\sin(x-y)}{\cos x\cos y}=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}}=\frac{4}{\sqrt{3}}$$

2) $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} ⓐ\; x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k \\ ⓑ\; x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi k \end{array}\right.$

ⓐ: $\sqrt{3}\cos\left(y+\frac{\pi}{2}\right)=7\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$

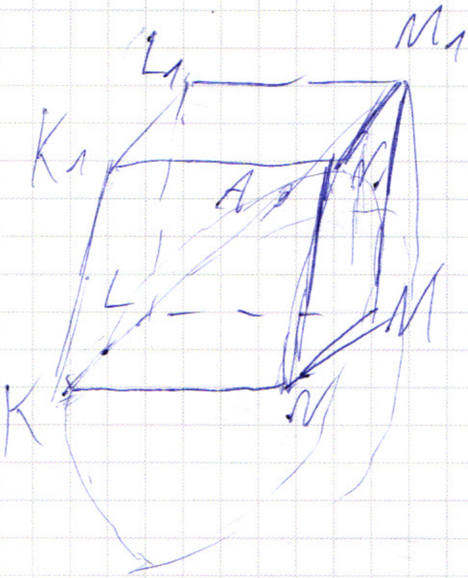
$\cos x=0$ ~~но~~ и $\operatorname{tg}x$ не опр

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)



KLL_1K_1

$K_1L_1M_1N_1$



4

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

б) $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

$\sqrt{3}\cos\left(y + \frac{5\pi}{6}\right) = -7\sin\left(y + \frac{\pi}{6}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

№6

$$\frac{12x+26}{2x+3} \leq ax+b \leq 1+\sqrt{-\frac{33}{4}-13x-x^2}$$

ОДЗ: $-x^2-13x-\frac{33}{4} \geq 0$

$4x^2+52x+33 \leq 0$

$D_1 = \cancel{784}\ 676 - 4\cdot 33 = \cancel{652}\ 544$

$x \in \cancel{[-28}$ $\quad x \in \left[\frac{-26-\sqrt{544}}{4}; \frac{-26+\sqrt{544}}{4}\right]$

$26^2 = 400 + \cancel{320} + 240 = 676$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$\cancel{x + 20y + 100z}$

$x \quad y \quad z$

$12828 : 3 = 4276$

$3x + 2y + z = 12828$

$x \le 4276 \quad y \le 6000 \quad z \le 10000$

$12828 - 9000 = 3828$

$z = 0 \quad 3x + 2y = 12828 \quad 3x < 3000$

$y \ge 5000: \quad 2y > 9828$

$5000: \quad \boxed{90}\,06276 \quad y \ge 5000$

$\cancel{2828} = 3x$

$828 : 3 = 276$

6276

$\boxed{9}\,004276 \quad z = 10000$

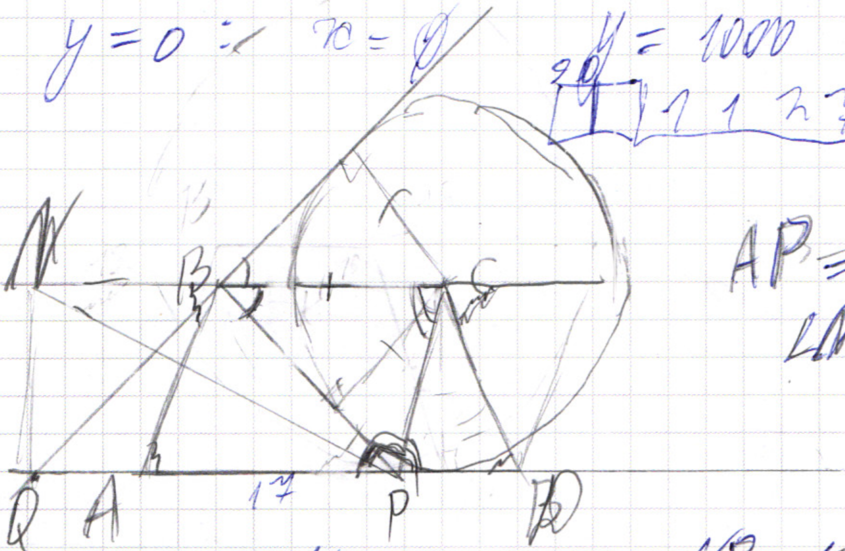
$z = 10000; \quad z = 10000 \quad x = 276$

$y = 0; \quad x = 0 \quad y = 1000$

$\boxed{91}\,1\,1\,276$

$34 \cdot 34 = 1156$

$34^2 = 900 + 16 + 240 = 1156$



$AP = 17 \quad NC = 34$

$\angle NCP = \operatorname{arctg}\frac{15}{8}$

$tg\angle NCP = \frac{NP}{PC} = \frac{15}{8}$

$NP = 15x \quad PC = 8x$

$BC = PB$

$NC^2 = NP^2 + PC^2$

$1156 = 225x^2 + 64x^2 = 289x^2$

$34 = 17x \quad x = 2 \quad NP = 30 \quad PC = 16$

$\angle CPD = \operatorname{arctg}\frac{15}{8} \quad PC = 16$

$tg\alpha = \frac{15}{8}$

$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \frac{289}{64} \quad \frac{64}{289} \quad \cos\alpha\ \frac{8}{17} \quad \sin\alpha = \frac{15}{17}$

$OM = \frac{15 - 16}{17}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 13x + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = 92 \\ y + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = -124 \end{cases} \qquad t = 13x$$

$92 + 124 = 216$

$$\begin{cases} t + \sqrt[3]{t^2 - y^2} = 92 \\ y + \sqrt[3]{t^2 - y^2} = -124 \end{cases} \qquad t - y = 216 = 6^3$$

$-124 + 92 = 32$

$$\begin{cases} t + 6\sqrt[3]{t+y} = 92 \\ y + 6\sqrt[3]{t+y} = -124 \end{cases} \qquad \begin{cases} t+y+12\sqrt[3]{t+y} = 32 \\ a + 12\sqrt[3]{a} = 32 \end{cases}$$

$8 + 12 \cdot 2 = 32$

$$\begin{cases} t+y = 8 \\ t-y = 216 \end{cases} \qquad 2t = 224, \quad t = 112$$

$\times 13$

№2

$$\sqrt{\log_{3x^2} x^9} \leq \log_{9x^3} \frac{1}{x^3}$$

ОДЗ: $\frac{1}{x^3} > 0$, $9x^3 \neq 1$, $\log_{3x^2} x^9 > 0$, $9x^3 > 0$, $x^9 > 0$, $3x^2 > 0$, $3x^2 \neq 1$

$$3\sqrt{\log_{3x^2} x} \leq -3\log_{9x^3} x$$

$$\sqrt{\frac{1}{\log_x 3x^2}} \leq \frac{1}{\log_x 9x^3}$$

$\cancel{208} \mid 13$

$$\log_x 3x^2 \geq \log_x^2 9x^3$$

$\frac{2}{3} - \frac{4}{7} = \frac{14-12}{}$

$$\log_x 3 + \log_x x^2 \geq (\log_x 9 + \log_x x^3)^2$$

$$\log_x 3 \geq 4\log_x^2 3 + 12\log_x 3 + 9$$

$$4t^2 + 11t + \cancel{14} = 0$$

$\frac{1}{\log_3 x}$

$t_1 = -1 \quad t_2 = -\frac{7}{4} \qquad x = \quad x = \frac{1}{3}$

$x > 0 \quad x \neq \sqrt[3]{\frac{1}{9}} \qquad x \neq \sqrt{\frac{1}{3}}$

$\log_{3x^2} x^9 > 0 \qquad (3x^2 - 1)(x^9 - 1)$

$+ \quad - \quad +$: $0 \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \quad 1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)