МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2}, \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geqslant \left|x^2 + 18x\right|^{\log_{12} 13} - 18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = 8$, $BD = 17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 24$, $1 \leqslant y \leqslant 24$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x + 11}{4x + 3} \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 - 30x - 17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB = 1$, $BD = 2$, $CD = 3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

1) $x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}$

$$\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=xy-x-2y+2 \\ x-2y\geqslant 0 \end{cases}$$

$$x^2-4xy-xy+x+4y^2+2y-2=0$$
$$x^2+x(1-5y)+4y^2+2y-2=0$$

$$D=1-10y+25y^2-4(4y^2+2y-2)=$$
$$=1-10y+25y^2-16y^2-8y+8=9y^2-18y+9=$$
$$=(3y-3)^2$$

$$x=\frac{5y-1\pm(3y-3)}{2}$$

$$\cancel{\begin{cases} x=4y-2 \\ x=y+1 \end{cases}} \qquad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=4y-2 \\ x=y+1 \end{array}\right. \\ x\geqslant 2y \end{cases}$$

2) $x^2+9y^2-4x-18y=12$

$x^2-4x+4+9y^2-18y+9=\cancel{25}\ 25$

$(x-2)^2+(3y-3)^2=25$

3) $\begin{cases}(x-2)^2+(3y-3)^2=25\\ \left[\begin{array}{l}x=4y-2\\ x=y+1\end{array}\right.\\ x\geqslant 2y\end{cases}$

$\begin{cases}(4y-4)^2+(3y-3)^2=25\\ (y-1)^2+(3y-3)^2=25\\ x\geqslant 2y\end{cases}$

а) $16y^2-32y+16+9y^2-18y+9=25$

$25y^2-50y=0$

$y^2-2y=0$

$y(y-2)=0$

$y=0$ или $y=2$

$x=-2$ $\quad$ $x=6$

б) $y^2-2y+1+9y^2-18y+9=25$

$10y^2-20y-15=0$

$2y^2-4y-3=0$

$y=\dfrac{4\pm\sqrt{16+4\cdot3\cdot2}}{4}=1\pm\frac{1}{2}\sqrt{10}$

$x=2\pm\frac{1}{2}\sqrt{10}$

г) $$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=0 \\ x=-2 \end{cases} \\ \begin{cases} y=2 \\ x=6 \end{cases} \\ \begin{cases} y=1+\frac{\sqrt{10}}{2} \\ x=2+\frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} y=1-\frac{\sqrt{10}}{2} \\ x=2-\frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases} \end{array} \right. \\ x \geqslant 2y \end{cases}$$

~~Ответ: x=6 ; y=2~~

I $\quad y=0 \quad x=-2$

$-2 \geqslant 0$ неверно

II $\quad y=2 \quad x=6$

$6 \geqslant 4$ верно

III $\quad y=1+\frac{\sqrt{10}}{2} \quad x=2+\frac{\sqrt{10}}{2}$

$2+\frac{\sqrt{10}}{2} \geqslant 2+\sqrt{10}$ неверно

IV $\quad y=1-\frac{\sqrt{10}}{2} \quad x=2-\frac{\sqrt{10}}{2}$

$2-\frac{\sqrt{10}}{2} \geqslant 2-\sqrt{10}$

$\frac{\sqrt{10}}{2} \geqslant 0$ верно

Ответ: $(6;2)$; $\left(2-\frac{\sqrt{10}}{2}; 1-\frac{\sqrt{10}}{2}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geqslant |x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x$$

$x^2+18x>0$

$x(x+18)>0$

$\left[\begin{array}{l} x>0 \\ x<-18 \end{array}\right.$

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+(x^2+18x)^{\log_{12}12} \geqslant (x^2+18)^{\log_{12}13}$$

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+12^{\log_{12}(x^2+18x)} \geqslant 13^{\log_{12}(x^2+18)}$$

Пусть $t=\log_{12}(x^2+18x)$, тогда

$5^t+12^t \geqslant 13^t$

$\left(\frac{5}{13}\right)^t+\left(\frac{12}{13}\right)^t \geqslant 1$

~~$y=5$ $f(t)=5$ $f(t)=\left(\frac{5}{13}\right)^t$ убывает~~

~~$g(t)=12$~~

$f(t)=\left(\frac{5}{13}\right)^t$ убывает, монотонная

$g(t)=\left(\frac{12}{13}\right)^t$ убывает, монотонная

$h(t)=f(t)+g(t)=\left(\frac{5}{13}\right)^t+\left(\frac{12}{13}\right)^t$ убывает, как сумма убывающих функций, монотонная

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\left(\frac{5}{13}\right)^t + \left(\frac{12}{13}\right)^t = 1$

при $t = 2$

Получается $h(t) \geq 1$ при $t \leq 2$

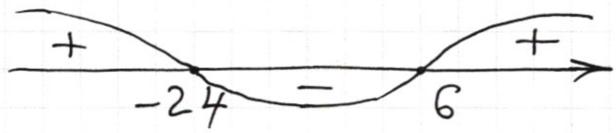
$\log_{12}(x^2 + 18x) \leq 2$

$\log_{12}(x^2+18x) \leq \log_{12} 144$

Т.к $\log_{12}(m)$ возрастает

$x^2+18x \leq 144$

$x^2+18x-144 \leq 0 \rightarrow (x-6)(x+24) \leq 0$



$-24 \leq x \leq 6$

$$\begin{cases} -24 \leq x \leq 6 \\ \left[\begin{array}{l} x > 0 \\ x < -18 \end{array}\right. \end{cases}$$

$x \in [-24; -18) \cup (0; 6]$

Ответ: $[-24; -18) \cup (0; 6]$

~~Задача 5.~~

~~По условию $f(p) = [\frac{p}{4}] \rightarrow f(\frac{x}{y}) = [\frac{x}{4y}]$, т.к $x \in N$, $y \in N$, то $\frac{x}{4y} > 0$ значит $[\frac{x}{4y}] \geq 0$ и никогда не меньше ноля. Поэтому $f(\frac{x}{y}) < 0$ невозможно. Ответ: 0 пар.~~

Задача 6

$$\frac{12x+11}{4x+3} \leqslant ax+b \leqslant -8x^2-30x-17$$

1) $\cancel{-(8+9)x^2}$

$f(x) = -8x^2-(30+a)x-17-b \geqslant 0$ (1)

парабола ветви вниз

Чтобы неравенство 1 выполнилось на промежутке необходимо и достаточно, чтобы $f\left(-\frac{3}{4}\right) \geqslant 0$ и $f\left(-\frac{11}{4}\right) \geqslant 0$

$\cancel{f(x)}$

$$f\left(-\frac{3}{4}\right) = +\frac{9\cdot 8}{16}+\frac{3}{4}\cdot 30+\frac{3}{4}a-17-b =$$

$$= \frac{9}{2}+\frac{45}{2}+\frac{3}{4}a-17-b = \frac{3}{4}a+10-b \geqslant 0$$

$$f\left(-\frac{11}{4}\right) = \frac{8\cdot 121}{16}+\frac{11}{4}\cdot 30+\frac{11}{4}a-17-b =$$

$$= \frac{121}{2}+\frac{165}{2}+\frac{11}{4}a-17-b = 126+\frac{11}{4}a-b \geqslant 0$$

2) $\frac{12x+11}{4x+3} \leqslant ax+b \cancel{\leqslant -8x^2}$

$$\frac{4ax^2+3ax+4bx+3b-12x-11}{4x+3} \geqslant 0$$

$$\frac{4ax^2+(3a+4b-12)x+3b-11}{4x+3} \geqslant 0$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\cancel{x=\frac{5y-1\pm\sqrt{1-(x-2)^2}}{2}}$$

$$\cancel{2x=5y-1\pm}$$

При $y\geq1$

$$x=\frac{5y-1+3y-3}{2}=\frac{8y-4}{2}=4y-2$$

При $y<1$

$$x=\frac{5y-1-3y+3}{2}=\frac{2y+2}{2}=y+1$$

$$\begin{cases}(4y-4)^2+(3y-3)^2=1\\ y\geq1\end{cases}$$

$$\begin{cases}(y-1)^2+(3y-3)^2=1\\ y<1\end{cases}$$

$y\geq1$

$$x=\frac{5y-1\pm(3y-3)}{2}$$

$y<1$

$$x=\frac{5y-1\pm(3-3y)}{2}$$

$$y=\frac{4\pm\sqrt{16+3\cdot8}}{4}=\frac{4\pm\sqrt{40}}{4}=1\pm\frac{1}{2}\sqrt{10}$$

$$x=2+\frac{1}{2}\sqrt{10}\approx2+\frac{3}{2}\approx3,5$$

$$x=2-\frac{1}{2}\sqrt{10}\approx0,5$$

не уд условию

$$\sin2\alpha+2\beta=-\frac{1}{\sqrt5}$$

$$2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}$$

$$\cos(2\alpha+2\beta)=\sqrt{1-\frac{1}{5}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt5}=\frac{2}{\sqrt5}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)\cos2\beta+\cos(2\alpha+2\beta)\sin2\beta+\sin4\alpha=-\frac{4}{5}$$

$\sin2\alpha$

$$\sin2\alpha\cdot\cos4\beta+\cos2\alpha\sin4\beta+\sin4\alpha=-\frac{4}{5}$$

$$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin4\alpha=-\frac{4}{5}$$

$$\sin2\alpha\cos2\beta+\cos\beta\sin2\beta=$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\cos\alpha \neq 0$, т.е $\alpha = \frac{\pi}{2} + \pi n$

$2\sin\alpha+\beta \cdot \cos\alpha+\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \cancel{\cos 4\beta \sin} \sin 4\beta \cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$$\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2} \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12 \end{cases}$$

N

$x^2 - 4x + 4 + 9y^2 - 18y + \cancel{36}\ 9 = 1$

• $(x-2)^2 + (3y-3)^2 = 1$

$x^2 - 4xy + 4y^2 = xy - x - 2y + 2$

$x^2 - 5xy + 4y^2 + x + 2y - 2 = 0$

$x^2 + x(1-5y) + 4y^2 + 2y - 2 = 0$

$D = 1 - 10y + 25y^2 - 16y^2 - 8y + 8 = 9y^2 - 18y + 9 = (3y-3)^2$

• $x = \frac{5y - 1 \pm |3y-3|}{2}$

$2x - 5y + 1 = \pm|3y-3|$

$\cancel{|3y-3| = \pm(2x-5y+1)}$

$\cancel{(x-2)^2 + (3y-3)^2 = 1}$

$\cancel{(3y-3)^2 = 1-(x-2)^2}$

+	−
$+3y-3$	$-3y+3$
$-3y+3$	$+3y-3$

$\cancel{AC^2}$

$$\frac{EL^2}{DL^2}=\frac{(BD-DL)^2}{EL^2} \to EL^4=DL^2(BD-DL)^2$$

$$EL^2=DL(BD-DL)$$

$$\frac{\cancel{(BD-DL)^2}}{\cancel{DL(BD-DL)}}=\frac{DL\cancel{(BD-DL)}+(BD-DL)^2}{DL^2+\cancel{DL}(BD-BDL)}$$

~~BD =~~

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}$$

$$2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}$$

$$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin2\alpha=\sin2\alpha\cdot\cos4\beta+\sin4\beta\cos2\alpha$$
$$+\sin2\alpha=\sin2\alpha(\cos4\beta+1)+\sin4\beta\cos2\alpha$$

$$\sin(2\alpha+2\beta+2\beta)\ +\sin2\alpha=$$
$$\sin(2\alpha+2\beta)\cos2\beta+\cos(2\alpha+2\beta)\sin2\beta+\sin2\alpha=$$

$$\cancel{\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)}$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=1\cdot\sin\alpha+\sin\beta\cdot1=\cancel{\cos 90^\circ}\sin\alpha+$$
$$+\sin\beta\ \cancel{\sin 90^\circ}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)\cos2\beta+\sin2\beta\cos(2\alpha+2\beta)+\sin2\alpha$$

$$2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)\cos2\beta+$$

$$\sin2\alpha\cos4\beta+\cos2\alpha\sin4\beta+\sin2\alpha=-\frac{4}{5}$$

$$2\sin2\alpha\cos2\beta\sin2\beta+2\cos2\alpha\sin2\beta\cos2\beta+\sin2\alpha=-\frac{4}{5}$$

~~24^2, $\times 24$, 96, 48, 576~~

$$\sin2\alpha\cos2\beta+\cos2\alpha\sin2\beta=-\frac{1}{\sqrt5}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

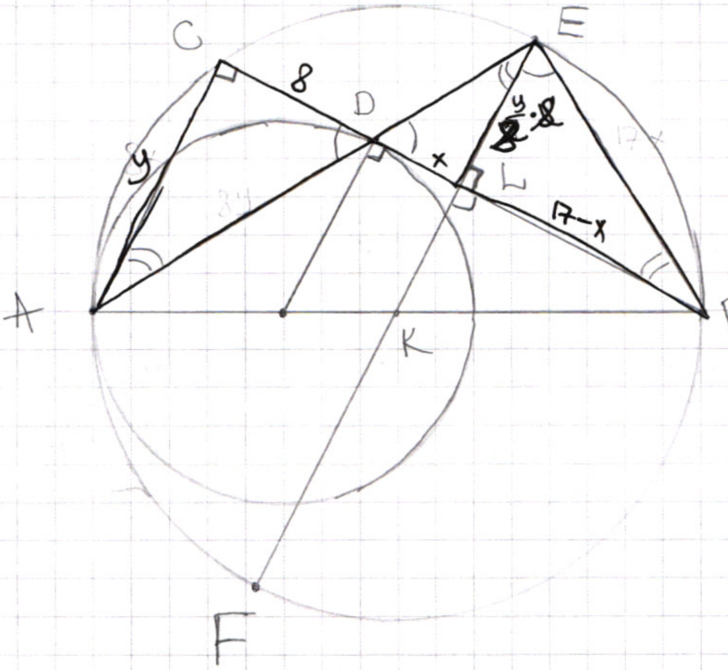
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a^{\log_b c} = a^{\frac{\log_a c}{\log_a b}} = c^{\frac{1}{\log_a b}} = c^{\log_b a}$

CD = 8

BD = 17



$\triangle DEL \sim DAC$

$\triangle ABC \sim \triangle KBL$

$\cancel{\frac{AC}{KL} = \frac{KB}{KA}}$

- $\frac{AC}{BC} = \frac{KL}{LB}$
- $\frac{AC}{CD} = \frac{EL}{DL}$

$\frac{EL}{DL^2}$

- $\frac{AC}{KL} = \cancel{\frac{CD}{BL - DL}}$ $\cancel{\frac{CD}{DB-BL}}$ $\frac{CD+BD}{DB-DL}$

$\cancel{(17-x)^2} + \left(\frac{xy}{8}\right)^2$

$\frac{1}{2}ch = \frac{1}{2}ac$

$\frac{AC}{EL} = \frac{CD}{DL}$ $\frac{CD}{BD} = \frac{8}{17}$

$EL = \frac{\cancel{BD}\ DE \cdot EB}{DB}$

- $\frac{AC}{CD} = \frac{EL}{DL} \to EL = \frac{AC}{CD} \cdot DL$

$\frac{DE}{EB} = \frac{DL}{LB}$

- $\cancel{\frac{AC}{BE}}$

- $\frac{AC}{CD} = \frac{BL}{EL}$

$EL =$

$\cancel{\frac{AC}{CD}} = \frac{BL}{\cancel{AC}} \cdot \frac{\cancel{CD}}{DL}$ ~~BL = DL = $\frac{1}{2}$ BD = 8,5~~ ?

1) $\cancel{\frac{AC}{CD} = \frac{EL}{DL}}$ 2) $\frac{AC}{CD} =$ $\frac{AC^2}{DC^2} = BL\,DL$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\left(\frac{5}{13}\right)^t + \left(\frac{12}{13}\right)^t \geq 1$ монотонно ~~возрастающ~~

$\cancel{\left[\frac{ab}{4}\right]}$ $\left[\frac{ab}{4}\right] = \left[\frac{a}{4}\right] + \left[\frac{b}{4}\right]$

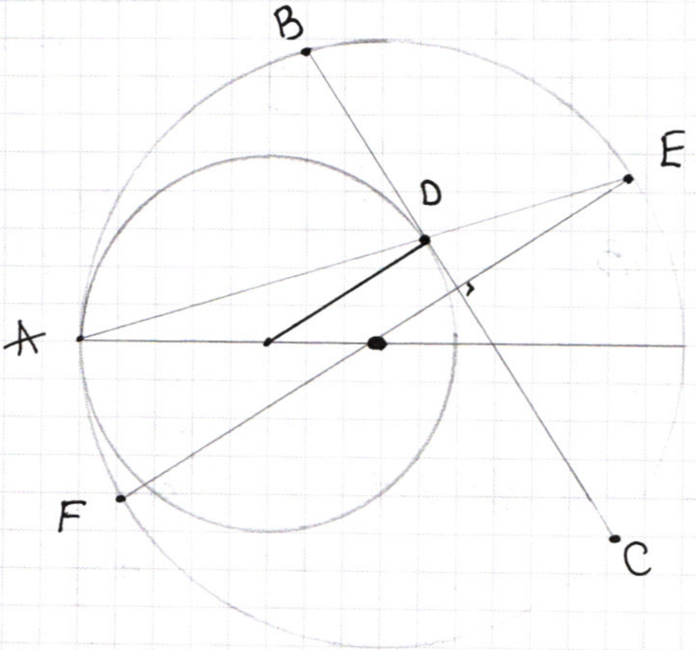
$\left[\frac{xy}{4}\right] = \left[\frac{x}{4}\right] + \left[\frac{y}{4}\right]$

$\cancel{1 \leq 1 \leq [x] \leq 24}$

$\cancel{1 \leq [x] \leq 24}$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$\left[\frac{x}{y}\right] = [x] + \left[\frac{1}{y}\right]$



$CD = 8$

$BD = 17$

~~EF - диаметр т.к. хорда BC ⊥~~

$0 > \left[\frac{n}{x}\right]$

$0 < \left[\frac{n}{x}\right] \leftarrow$ $\quad 0 < \frac{n}{x}$

$0 > \left[\frac{n}{x}\right] = \left(\frac{n}{x}\right)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x$$

$x^2+18x>0 \to x(x+18)>0 \to \left[\begin{array}{l} x>0 \\ x<-18 \end{array}\right.$

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geq 13^{\log_{12}(x^2+18x)}$$

$$(x^2+18x)^{\log_{12}5}-(x^2+8x)^{\log_{12}13}+(x^2-18x)^{\log_{12}12} \geq 0$$

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+12^{\log_{12}(x^2-18x)} \geq 13^{\log_{12}(x^2-18x)}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times\ 13 \\ \hline 507 \\ 169 \\ \hline 2197 \end{array}$$

~~$y = a^{\log_{12}(t)}$~~

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times\ 12 \\ \hline 288 \\ 144 \\ \hline 1628 \end{array}$$

$t=\log_{12}(x^2+18x)$ убывает при $x<-18$

возрастает при $x>0$

на $x \in [18;0]$ не сущ.

$5^t+12^t \geq 13^t$

~~$5^{2t}+12^{2t}+8\cdot 60^t \geq 13^{2t}$~~

$125+1628 \geq 2197$ неверно

Верно при любых $t \in (-\infty;2]$

~~$5^t \cdot \ln 5 + 12^t \cdot \ln 12$~~

~~$13^t \ln 13$~~

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times\ 4 \\ \hline 576 \end{array}$$

~~$4\cdot 4\cdot 3\cdot 3$~~

$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3$

$-\infty \leq \log_{12}(x+18x) \leq 2$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$\log_{12}(x^2+18x) \leq \log_{12} 144$

$144 \geq x^2+18x$

$x^2+18x-144 \geq 0$

$D=324+576=900$

~~$x=-18\pm$~~

$x=\dfrac{-18\pm30}{2}$

$x \geq 6$

$x \leq -24$

$x=6$

$x=-24$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №___

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$\frac{AC^4}{CD^2}\cdot DL^2 + AC^2\cdot DL^2 = AC^2\cdot DL^2 - (BD-DL)^2$$

$$\begin{cases} \dfrac{AC^2}{CD^2} = \dfrac{EL^2}{DL^2} \\ \dfrac{AC^2}{CD^2} = \dfrac{(BD-DL)^2}{EL^2} \\ \dfrac{AC^2}{CD^2} = \dfrac{EL^2+(BD-DL)^2}{DL^2+EL^2} \end{cases}$$

AC EL DL

$\cancel{\dfrac{EL^2}{CD^2}}$

$$EL^4 = DL^2(BD-DL)^2$$

$$EL^2 = DL(BD-DL)^2$$

$$\frac{EL^2}{DL^2} = \frac{EL^2+(BD-DL)^2}{DL^2+EL^2}$$

$$\frac{(BD-DL)^2}{\cancel{DL}} = \frac{DL(BD-DL) + (BD-DL)^2}{DL^2 + \cancel{DL}(BD-DL)}$$

$$\cancel{DL(BD-DL)^2 + (BD-DL)^2 = DL(BD-DL)^2} + (DD-DL)^4$$

$BD - DL = 1$

$DL = BD - 1 = 16$

$$(3a^2+4b-12)^2 - 18a(3b-1) =$$

$$9a^2+16b^2+144+24ab-96b-72a$$

$$-48ab+176a =$$

$$= 9a^2+16b^2+104a$$

$$\frac{12(x+1)-1}{4(x+1)-1}\quad \sqrt{ax+b}$$

$$\frac{x^2}{8^2} = \frac{y^2}{z^2}$$

$$\frac{x^2}{8^2} = \frac{(17-z)^2}{y^2}$$

$$\frac{x^2}{8^2} = y^2+($$

$\cancel{-8x^2-30x-12}$

$-(8+a)x^2-30x-17-b\geq 0$

$\cancel{\frac{11}{4}}\,\frac{121}{16}(8+a)+\frac{17\cdot 30}{4}-17-b\geq 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

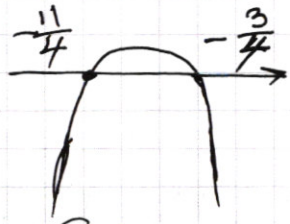
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{12x+11}{4x+3} \leqslant ax+b \leqslant -8x^2-30x-17 \qquad x \neq -\frac{3}{4}$$

$$-8x^2 - x(30+a) - 17 - b \geqslant 0$$



$D > 0$

$x_1 \leqslant -\frac{11}{4}$

$x_2 \geqslant -\frac{3}{4}$

$$\begin{cases} D > 0 \\ f\left(-\frac{3}{4}\right) \geqslant 0 \\ f\left(-\frac{11}{4}\right) \geqslant 0 \end{cases}$$

$$ax+b \geqslant \frac{12x+11}{4x+3}$$

$$\frac{4ax^2+3ax+4bx+3b-12x-11}{4x+3} \geqslant 0$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)