

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{3}.$$

$$5 \log_{12}(x^2+18x) + x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12} 13} - 18x$$

$$5 \log_{12}(x^2+18x) + (x^2+18x)^{\log_{12} 12} \geq (x^2+18x)^{\log_{12} 13}$$

$$5 \log_{12}(x^2+18x) + 12^{\log_{12}(x^2+18x)} \geq 13^{\log_{12}(x^2+18x)}$$

Усл:

$$\begin{cases} x^2+18x > 0 \\ x(x+18) > 0 \\ \begin{cases} x < -18 \\ x > 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Но } 5^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow \log_{12}(x^2+18x) \leq 2$$

$$\log_{12}(x^2+18x) \leq \log_{12} 144$$

$$x^2+18x \leq 144$$

$$(x+24)(x-6) \leq 0$$

$$x \in [-24; 6], \text{ но по усл } \begin{cases} x < -18 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

~~Ответ:~~ $\Rightarrow x \in [-24; -18) \cup (0; 6]$

Ответ: $[-24; -18) \cup (0; 6]$.

$\sqrt{1}$.

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin 2\alpha \cos 4\beta + \cos 2\alpha \sin 4\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ (2\cos^2 2\beta - 1)\sin 2\alpha + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ 2\cos 2\beta (\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha) = -\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ 2\cos 2\beta = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos 2\beta = \frac{2}{5} \\ \sin 2\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} \\ 2\sin 2\alpha \pm \cos 2\alpha = -1 \end{cases}$$

$$\angle \Rightarrow \frac{ED}{BD} = \frac{CD}{DA}, \text{ но по Тлуп. } DA = \sqrt{DC^2 + AC^2}, \text{ а } \frac{BD}{DA} = \frac{BD}{\sqrt{DC^2 + AC^2}}$$

$$AC = \frac{25}{17} BD = \frac{25}{17} \cdot 8 = \frac{200}{17} \Rightarrow AO = \frac{25}{17} \cdot \frac{8}{25} \cdot \frac{17.5}{3} = \frac{40}{3} \Rightarrow DA = \sqrt{64 + \frac{1600}{9}}$$

$$\Rightarrow ED = \frac{8 \cdot 17}{\sqrt{\frac{2176}{9}}} = \frac{8 \cdot 17 \cdot 3}{8\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = 1,5\sqrt{34}$$

Но $\angle EBA$ и $\angle EFA$ - впис. \angle , кот. опр. на $\sphericalangle ACE \Rightarrow$
 $\angle EBA = \angle EFA \Rightarrow \sin \angle EBA = \sin \angle EFA = \frac{EA}{AB} = \frac{AD+ED}{AB} =$
 $= \frac{\frac{8\sqrt{34}}{3} + 1,5\sqrt{34}}{\frac{85}{3}} = \frac{8\sqrt{34} + 4,5\sqrt{34}}{85} = \frac{12,5\sqrt{34}}{85} \Rightarrow$
 ~~$\angle AFE = \arcsin \frac{12,5\sqrt{34}}{85} = \arcsin \frac{5\sqrt{34}}{34}$~~
 $\angle AFE = \arcsin \frac{5\sqrt{34}}{34}$

Объем: радиус окр. $\Omega = 14 \frac{1}{6}$; радиус окр. $\omega = 9 \frac{1}{15}$;
 $\angle AFE = \arcsin \frac{5\sqrt{34}}{34}$.

Если $f(ab) = f(a) + f(b) \Rightarrow f(x/y) + f(y) = f(x) \Rightarrow$
 $f(x/y) = f(x) - f(y)$. Тогда $f(1) = f(\frac{5}{5}) = f(5) - f(5) = 0$
 \Rightarrow если $x=1$, то $f(x/y) = f(1/y) = -f(y) \Rightarrow$
 при $y \in \{5; 7; 10; 11; 13; 14; 15; 17; 19; 20; 21; 22; 23\}$
 $f(x/y) < 0$. Видно, что при $x \in [1; 24]$ и $x \in \mathbb{Z}$ и
 $x \notin \{5; 7; 10; 11; 13; 14; 15; 17; 19; 20; 21; 22; 23\}$ (т.е.
 множеству простых чисел ≥ 5 ($\{5; 7; 11; 13; 17; 19; 23\}$) и
 числам кратным им ($\{10; 14; 15; 20; 21; 22\}$)) $f(x)$
 раскладывается на простые числа, которые < 4 и \Rightarrow
 $f(x) = 0 \Rightarrow$ при $x \in \mathbb{N} \setminus \{2, 3\} \cap [1; 24]$ и $x \in \mathbb{Z}$ и $x \notin$
 $\{5; 7; 10; 11; 13; 14; 15; 17; 19; 20; 21; 22; 23\}$ (далее называется
 множеством A) и $y \in A$, $f(x/y) < 0$, также
 (таких пар $(24-13) \cdot 13 = 143$), также $f(x/y) < 0$
 если

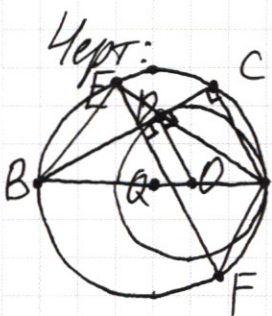
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ 2\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1 \Rightarrow \\ \cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ 2\sin 2\alpha - \cos 2\alpha = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha = 0 \\ 4\sin\alpha\cos\alpha + 2\sin^2\alpha = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos\alpha(2\sin\alpha + \cos\alpha) = 0 \\ \sin\alpha(2\cos\alpha + \sin\alpha) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\alpha = 0 \\ \sin\alpha = 0 \\ \cos\alpha = -2\sin\alpha \\ \sin\alpha = -2\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha \in \left\{-2; -\frac{1}{2}; 0\right\}$$

Ответ: $-2; -\frac{1}{2}; 0$.



Реш: $\sphericalangle ACB$ - впис. \sphericalangle опер. на диам.
 $\Rightarrow \sphericalangle BCA = 90^\circ \Rightarrow$ (т.к. рад \perp кас.)
 $\sphericalangle ODB = \sphericalangle BCA = 90^\circ$, но
 у $\triangle BDO$ и $\triangle BCO$ $\sphericalangle B$ - общ. \Rightarrow
 $\triangle BDO \sim \triangle BCO \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{BO}{BA} \Rightarrow$
 $BO = \frac{17}{25} AB, OA = \frac{8}{25} AB$, но

Дано:
 (.) Q - центр окр. Ω
 (.) O - центр окр. ω
 окр. Ω кас. окр. $\omega \equiv (.) A$
 AB - диам. окр. Ω
 BC кас. окр. $\omega \equiv (.) D$
 (.) C \in окр. Ω
 AD перп. $\Omega \equiv (.) E$
 $EF \perp BC$
 (.) F \in окр. Ω
 $CD = 8$
 $BD = 17$

$DO = OA$ как радиусы окр. $\omega \Rightarrow DO = \frac{8}{25} AB$
 \Rightarrow по теор. Пиф $BO^2 = BD^2 + DO^2 \Rightarrow$

$$\frac{289}{625} AB^2 = \frac{64}{625} AB^2 + 289 \Rightarrow \frac{225}{625} AB^2 = 289 \Rightarrow AB = \frac{17 \cdot 5}{3} = \frac{85}{3}$$

$$= 14 \frac{1}{3} \cdot OA = \frac{8}{25} AB = \frac{8}{25} \cdot \frac{85}{3} = \frac{136}{15} = \text{радиус окр. } \omega$$

радиус окр. $\omega = 9 \frac{1}{15}$

$\sphericalangle AEB$ - впис. \sphericalangle опер. на диам. $\Rightarrow \sphericalangle AEB = \sphericalangle BCA = 90^\circ$, но
 у $\triangle BED$ и $\triangle ACD$ $\sphericalangle EDB = \sphericalangle CDA$ как верт. $\sphericalangle \Rightarrow \triangle BED \sim \triangle ACD$ по 2-ум



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ___
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № __
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)