МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x\geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\cdot\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos(2\beta) = -\frac{2}{17}$$

$$\frac{-2\cdot\cos(2\beta)}{\sqrt{17}} = -\frac{2}{17}$$

$$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}\ ;\ \sin 2\beta = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$$

а) $\sin 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}\ ;\ \cos(2\alpha+2\beta) = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$$\cancel{\sin(2\alpha+2\beta) = \sin(2\alpha)\cos(2\beta)+\cos(2\alpha)\sin(2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}}$$

$$\cancel{\frac{\sin(2\alpha)}{\sqrt{17}} + \frac{\cos(2\alpha)\cdot 4}{\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}}}$$

$$\cancel{\sin(2\alpha)+4\cos(2\alpha) = -1}$$

$$\cancel{\cos 2\alpha = t \Rightarrow \sin 2\alpha = \pm\sqrt{1-t^2}}$$

$$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = \sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos(2\beta)+\cos(2\alpha+2\beta)\cdot\sin(2\beta)+$$
$$+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$$

$$-\frac{1\cdot 1}{\sqrt{17}\sqrt{17}} + \frac{4\cdot 4}{\sqrt{17}\sqrt{17}} + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$$

$$\sin 2\alpha = -1\ ;\ \cos 2\alpha = 0.$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{2\cos^2\alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} = -\frac{1}{1} = -1$$

б) $\sin 2\beta = -\frac{4}{\sqrt{17}}\ ;\ \cos(2\alpha+2\beta) = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$$-\frac{1\cdot 1}{\sqrt{17}\sqrt{17}} + \frac{4\cdot -4}{17} + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \qquad \sin 2\alpha = \frac{15}{17}\ ;\ \cos 2\alpha = \pm\frac{8}{17}$$

$tg\alpha = \frac{15}{17 \pm 8}$ $\quad tg\alpha = \begin{cases} \frac{15}{25} = \frac{3}{5} \\ \frac{15}{9} = \frac{5}{3} \end{cases}$

в) $\sin 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$; $\cos(2\beta + 2\alpha) = -\frac{4}{\sqrt{17}}$.

$-\frac{1}{17} \cdot \frac{16}{17} + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$tg\alpha = \begin{cases} 3/5 \\ 5/3 \end{cases}$

г) $\sin 2\beta = -\frac{4}{\sqrt{17}}$; $\cos(2\alpha + 2\beta) - \frac{4}{\sqrt{17}}$.

$-\frac{1}{17} + \frac{16}{17} = -\frac{2}{17} - \sin 2\alpha$.

$\sin 2\alpha = -1$; $tg\alpha = -1$

Ответ: $tg\alpha \in \{-1; \frac{3}{5}; \frac{5}{3}\}$.

N2

$y - 6x = (y - \cancel{6}) - 6(\cancel{x} - 1)$

$xy - 6x - y + 6 = x(y-6) - (y-6) = (x-1)(y-6)$.

$9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 9\underbrace{(x^2 - 2x + 1)}_{(x-1)^2} - 9 + \underbrace{(y^2 - 12y + 36)}_{(y-6)^2} - 36$

система принимает вид:

$\begin{cases} (y-6) - 6(x-1) = \sqrt{(x-1)(y-6)} \\ 9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90 \end{cases}$ $\quad y - 6 = B$; $x - 1 = A$

$x = A + 1$; $y = B + 6$.

$\begin{cases} B - 6A = \sqrt{AB} \\ 9A^2 + B^2 = 90 \end{cases}$ $\quad AB \geq 0$.

$\begin{cases} B^2 - 12AB + 36A^2 = AB \\ 9A^2 + B^2 = 90 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} B^2 + 36A^2 = 13AB \\ 9A^2 + B^2 = 90. \end{cases}$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

$B^2-13AB+36A^2=0.$

$\left(\frac{B}{A}\right)^2-13\frac{A}{B}+36=0$

$\left[\begin{array}{l}\frac{A}{B}=9\\ \frac{A}{B}=4\end{array}\right.$

$A=9B$:

$729B^2+B^2=90$

$730B^2=90$

$B^2=\frac{9}{73}$

$B=\pm\frac{3}{\sqrt{73}}$; $A=\pm\frac{27}{\sqrt{73}}$

$\left(\frac{27}{\sqrt{73}}+1;\ \frac{3}{\sqrt{73}}+6\right);\left(-\frac{27}{\sqrt{73}}+1;\ -\frac{3}{\sqrt{73}}+6\right).$

$A=4B$:

$144B^2+B^2=90$

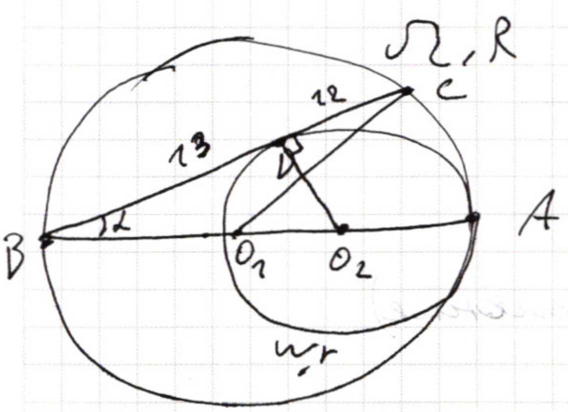
$145B^2=90$

$29B^2=18$

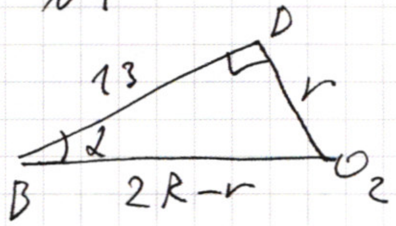
$B=\pm\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{29}}$; $A=\pm\frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{29}}\Rightarrow\left(\frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{29}}+1;\ \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{29}}+6\right);\left(-\frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{29}}+1;\ -\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{29}}+6\right).$

- под условие $AB\geq 0$. подходят все корни.

Ответ: $\left(\frac{27}{\sqrt{73}}+1;\ \frac{3}{\sqrt{73}}+6\right);\left(-\frac{27}{\sqrt{73}}+1;\ -\frac{3}{\sqrt{73}}+6\right);\left(\frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{29}}+1;\ \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{29}}+6\right);$ $\left(-\frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{29}}+1;\ -\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{29}}+6\right).$



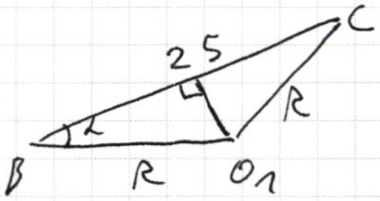
№4



$169 + \cancel{r^2} = 4R^2 - 4Rr + \cancel{r^2}$

$4R^2 - 4Rr - 169 = 0.$ (1)

$\cos\alpha = \frac{13}{2R-r}.$



$\cos\alpha = \frac{25}{2R}$

$\frac{13}{2R-r} = \frac{25}{2R}.$

$26R = 50R - 25r$

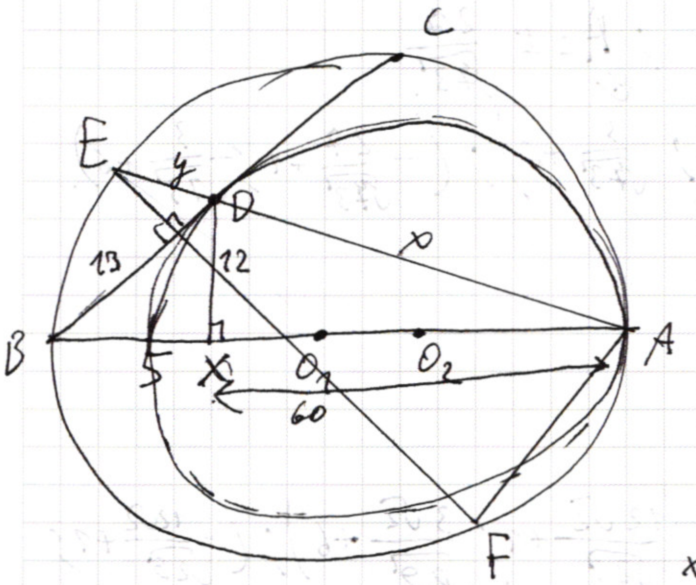
$25r = 24R.$

$r = \frac{24}{25}R.$

(1): $4R(R-r) = 169$

$\frac{4R\cdot R}{25} = 169$

$$\boxed{\begin{aligned} R &= \frac{13\cdot 5}{2} = \frac{65}{2} = 32{,}5 \\ r &= \frac{\overset{12}{\cancel{24}}\cdot 13\cdot \cancel{5}}{\underset{5}{\cancel{25}}\cdot \cancel{2}} = \frac{156}{5} = 31{,}2 \end{aligned}}$$



$AO = x$

$OE = y.$

$x\cdot y = 12\cdot 13$

$\cos\alpha = \frac{25}{65} = \frac{5}{13}$; $\sin\alpha = \frac{12}{13}$; $tg\,\alpha = \frac{12}{5}$

$AX = AB - 5 = 2R - 5 = 60.$

$x = \sqrt{12^2 + 60^2} = 12\sqrt{1+5^2} = 12\sqrt{26}$

$\cancel{12}\cdot\sqrt{26}\cdot y = \cancel{12}\cdot 13$

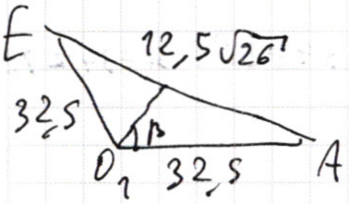
$y = \frac{13}{\sqrt{26}} = \sqrt{\frac{13}{2}} = \frac{\sqrt{26}}{2}$

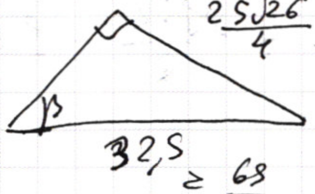
$AE = x + y = 12{,}5\sqrt{26}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолжение)

$\angle AFE = \frac{1}{2}\angle EO_1A.$



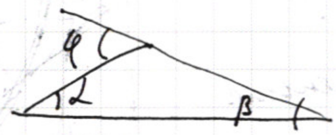


$\sin\beta = \frac{\cancel{25}^{5}\sqrt{26}\cdot\cancel{2}}{\cancel{4}_{2}\cdot\cancel{65}_{13}} = \frac{5\sqrt{2}}{2\cdot\sqrt{13}} = \frac{5}{\sqrt{26}} = \sin AFE$

$\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{26}};\ tg\beta = 5.$

$\boxed{\angle AFE = arctg\,5}$

$\angle BDE = \angle DBA + \angle BAD:$



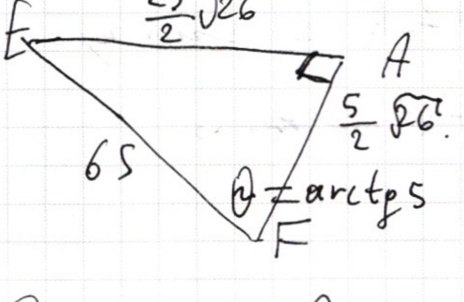
$\cos\varphi = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = \frac{5}{13}\cdot\frac{5}{\sqrt{26}} - \frac{12}{13}\cdot\frac{1}{\sqrt{26}} = \frac{25-12}{13\sqrt{26}} = \frac{13}{13\sqrt{26}} = \frac{1}{\sqrt{26}}.$

$\angle DEF = \pi/2 - \angle BDE \Rightarrow \sin\angle DEF = \frac{1}{\sqrt{26}};\ \sin\angle AEO_1 = \frac{1}{\sqrt{26}}.$

$\Downarrow$

$\angle DEF = \angle AEO_1 \Rightarrow EF$ − диаметр Ω.

$EF = 65$



$\boxed{S = \frac{25}{2}\cdot\frac{\cancel{26}^{13}\cdot 5}{\cancel{2}\cdot 2} = \frac{125\cdot 13}{4} = \frac{1625}{4}.}$

Ответ: $R_\Omega = 32,5;\ r_\omega = 31,2;\ \angle AFE = arctg\,5;\ S = \frac{1625}{4}.$

№6

$\frac{8-6x}{3x-2} = f(x) = \frac{-2(3x-2)+4}{3x-2} = -2+\frac{4}{3x-2}$; $g(x) = 18x^2-51x+28$

$x = 2$:

$f = -1$; $g = -2$.

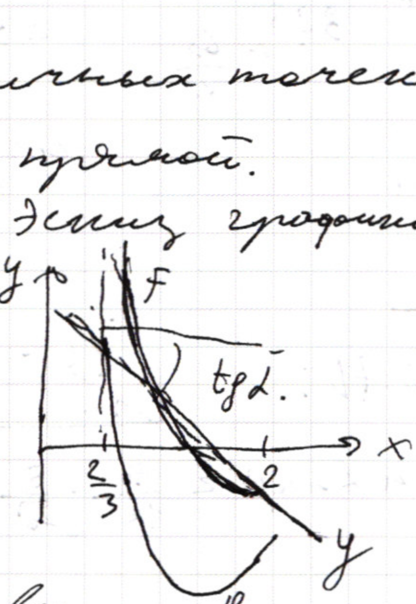
$x = -\frac{2}{3}$:

$f \to +\infty$; $g(x) = \frac{18\cdot 4}{9} + \frac{51\cdot 2}{3} + 28 = 8+34+28 = 36+34 = 70$

$y = ax+b \to$ прямая.

-исходя из граничных точек можно оценить tg угла наклона прямой.

$|tg\,\alpha|_{min} = \frac{71-3}{4}$) (эскиз графиков:



f' при $x=2$ меньше $\frac{71-3}{4}$

↓

надо проверить, возможно ли такое, что прямая $y=ax+b$ будет иметь достаточно большой наклон, чтобы удовлетворять условию ($b \le -\frac{71\cdot 3}{4}$) и при этом она не будет пересекаться с гиперболой.

уравнение касательной к f в точке x_0

$y = y_0 + f'(x_0)(x-x_0)$.

$y = -2+\frac{4}{3x_0-2} - \frac{12}{(3x_0-2)^2}(x-x_0)$, касательная должна проходить через точку $(2; -2)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6 (продолжение)

$$-2 = -2 + \frac{4}{3x_0-2} - \frac{12}{(3x_0-2)^2}(2-x_0)$$

$$\frac{3(2-x_0)}{(3x_0-2)^2} = \frac{1}{3x_0-2}$$

$$\frac{3(2-x_0)}{(3x_0-2)} = 1 \quad (\text{т.к. } x_0 \text{ точно} \neq \tfrac{2}{3}).$$

$$3(2-x_0) = (3x_0-2)$$

$$6-3x_0 = 3x_0-2$$

$$8 = 6x_0$$

$$x_0 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$F\left(\tfrac{4}{3}\right) = -2 + \frac{4}{2} = -2+2 = 0.$$

таким образом, чтобы $y(x)$ не пересекало $F(x)$ на $(\frac{2}{3}; 2]$ я только что получил, что при этом tg угла наклона прямой по модулю не может быть больше, чем $\frac{2\cdot 3}{2} = 3$. ; до этого я получил, что пересечения с крайними точками графиков F и g не будет, если $|tg|$ угла наклона прямой больше, чем $\frac{71\cdot 3}{4} > 3 \rightarrow$ противоречие.

$\boxed{\text{Ответ: таких } a \text{ и } b \text{ нет.}}$

№3

$$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}.$$

ОДЗ: $26x-x^2>0$.

$t=26x-x^2$

$t^{\log_5 12}+t \geq 13^{\log_5 t}$; $t\in(0;t_0]$

$t_0=26\cdot 13-13^2=13^2=169$

$t\in(0;169]$.

$f=t^{\log_5 12}+t$; $g=13^{\log_5 t}$

$f'=\log_5 12\cdot t^{\log_5 12-1}+1>0$ при любом t из обл. опред.

$f\uparrow$ (всегда).

$g'=\ln 13\cdot 13^{\log_5 t}\dfrac{1}{\ln 5\cdot t}>0$ при любом t из обл. опред.

$g\uparrow$ (всегда).

$f''=\log_5 12\cdot(\log_5 12-1)\cdot t^{\log_5 12-2}>0$ при любом t из обл. опред. $\to f$ выпуклая

$g''=\dfrac{\ln 13}{\ln 5}\left(\dfrac{\dfrac{\ln 13\cdot 13^{\log_5 t}}{\ln 5\cdot \cancel{t}}\cdot\cancel{t}-13^{\log_5 t}}{t^2}\right)>0$ при любом t из обл. опред $\to g$ - выпуклая.

- рассмотрим случай, когда $t\to 0^+$, тогда $f>t$; $\log_5 t\to-\infty \Rightarrow g\approx 13^{-\infty} \Rightarrow$ в нуле $f\geq g$.

- пусть $t=5^k$, тогда неравенство превращается в

$\underset{f_1(k)}{\underset{\parallel}{12^k+5^k}} \geq \underset{f_2(k)}{\underset{\parallel}{13^k}}$.

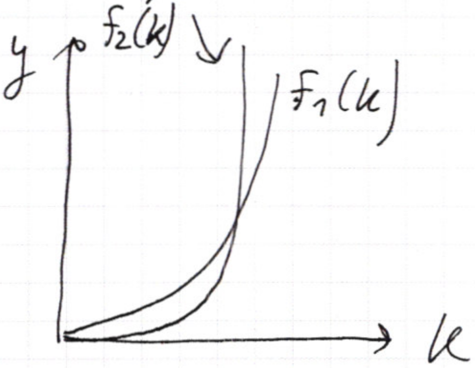
☐ черновик ☐ чистовик Страница №8

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение):

построим эскизы графиков $f_1(k)$ и $f_2(k)$



- равенство достигается, когда $k=2$, $t=25$; при $k<2$ $f_1(k)$ всегда больше, чем $f_2(k)$.
- перейдём к исходному неравенству:

$t \in [0; 25]$.

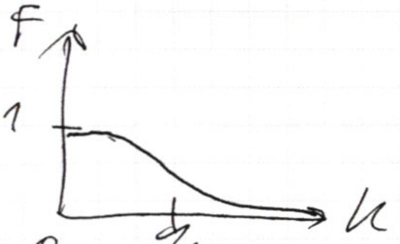
$\boxed{\text{Ответ: } t \in [0; 25]}$

- докажем задачу чуть более аккуратно:

$12^k + 5^k \geq 13^k$

$\left(\frac{12}{13}\right)^k + \left(\frac{5}{13}\right)^k \geq 1.$

~~[illegible]~~ график $f = a^k$, $a<1$:



при малых k верно; при больших — нет.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x \sin y$

$\sin(x-y) = \sin x\cos y - \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\cos(x-y) = \cos x\cos y + \sin x \sin y$

$\sin(x+y) + \sin(x-y) = 2\sin x\cos y.$

$x+y=\alpha$ $\quad x = \frac{\alpha+\beta}{2}$

$x-y=\beta$ $\quad y = \frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha =$

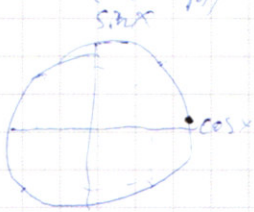
$= 2\cdot\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos(2\beta) = -\frac{2}{17}$

$\frac{\mp 2\cdot\cos(2\beta)}{\sqrt{17}} = \mp\frac{2}{17}$

$\cos(2\beta) = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\cos^2\beta - 1$ $\quad \sin 2\beta = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\cos^2\beta + \sin(2(\alpha+\beta)) = 0$



$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{17}} \pm \frac{\cos 2\alpha\cdot 4}{\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \pm 4\cos 2\alpha = -1$

$2(\alpha+\beta) = \arcsin(-1$

$\cos(2(\alpha+\beta)) = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

$2\cos^2(\alpha+\beta) - 1 = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sqrt{1-x^2} \pm 4x = -1$

$\sqrt{1-x^2} = -1-4x$ $\quad -1-4x \geq 0$

$1-x^2 = 1+8x+16x^2$ $\quad -1 \geq 4x$

$17x^2+8x=0$ $\quad x \leq -\frac{1}{4}$

$x(17x+8)=0$

$x=0$ ~~X~~

$x = -\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin 2\alpha = 2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha.$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{2\cos^2\alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{2\cos^2\alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$2\cos^2\alpha = 1+\cos 2\alpha$

$-1+\frac{16}{17} = \frac{16}{17}$

$\frac{-1+16-17}{17}$ $\quad -1-16+15$

$17\cdot 17 = 289$, $289-225 = 64$

$15\cdot 15 = 225$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$xy-6x-y+6\geq 0$

$x(y-6)-(y-6)\geq 0$

$(x-1)(y-6)\geq 0$

$y-6x=\sqrt{(x-1)(y-6)}$

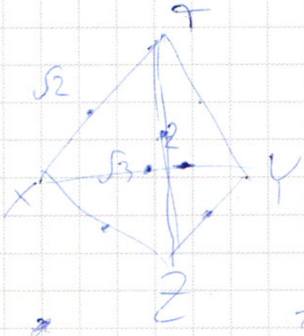
$9(x^2-2x+1)-9+(y^2-12y+36)-36=45$

$9(x-1)^2+(y-6)^2=45\cdot 2=90$

$y-6x=y-6-6x+6=y-6-6(x-1)$

$\overset{B}{(y-6)}-6\overset{A}{(x-1)}=\sqrt{(x-1)(y-6)}$

$9(x-1)^2+(y-6)^2=90.$



$B=6A+\sqrt{AB}$

$(1\cdot 9{,}1)=f(1)+f(9{,}1)=f(1)+f(9{,}1)$

$$\boxed{\begin{aligned}B-6A&=\sqrt{AB}\\9A^2+B^2&=90.\end{aligned}}$$

$B^2=90-A^2$

$9A^2+36A^2+AB+12A\sqrt{AB}=90.$

$90-\cancel{AB}+35A^2=13AB$

$B^2-\cancel{12AB}+36A^2=13AB.$

$B^2+36A^2=13AB$

$9A^2+B^2=90.\quad 1\cdot 4.$

$9A^2+B^2=90$

$27A^2=13AB-90$

$2B^2+45A^2=13AB+90.$

$36A^2+4B^2=360.$

$B^2=\frac{4^2}{V.}$

$B^2+36A^2=13AB$

$B^4+72A^2B^2+36A^4=13^2A^2B^2$

$3B^2=360-13AB.$

$26\cdot 13-13^2=169$

$t\in[0;169]$

$9A^2+6AB+B^2=90+6AB.$

$(3A+B)^2$

$2B^2+45A^2-12AB=AB+90.$

$t\geq 13^{\log_5 t}-t^{\log_5 12}$

$2(B^2-2AB+A^2)$

$36A^2-13AB+B^2=0.$

$36\cdot 4=144$

$13\cdot 13=169$

$36\left(\frac{A}{B}\right)^2-13\frac{A}{B}+1=0.\quad \left(\frac{B}{A}\right)^2-13\frac{B}{A}+36=0.$

$\frac{A}{B}=$

$13^2-4\cdot 36=25$

$\sqrt{5}$

$\sqrt{12}+\sqrt{5}\geq\sqrt{13}$

$\frac{13\pm 5}{2}\quad 9;4.$

$12^3+125\geq 13^3$

$9A^2=9\cdot 81B^2\qquad 81\cdot 9=729$

$A=t^{\log_5 12}$

$9\cdot 16=90+54=144.$

$5^x=12$

$t^{\log_5 12}+t\geq 13\quad \log_5 t.$

$\log_5 12\cdot t^{\log_5 12-1}+1\geq \ln 13\cdot 13^{\log_5 t}\cdot\frac{1}{\ln 5\cdot t}$

$12+5\geq 13$

$\frac{\log_5 13\cdot 13^{\log_5 t}}{t}$

$144+25\geq 169$

$16\cdot 9=144$

- [x] черновик
- [ ] чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

МФТИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$|x^2-26x|^{\log_5 12} \geq x^2-26x+13^{\log_5 -(x^2-26x)}$

$-(x^2-26x)=t$

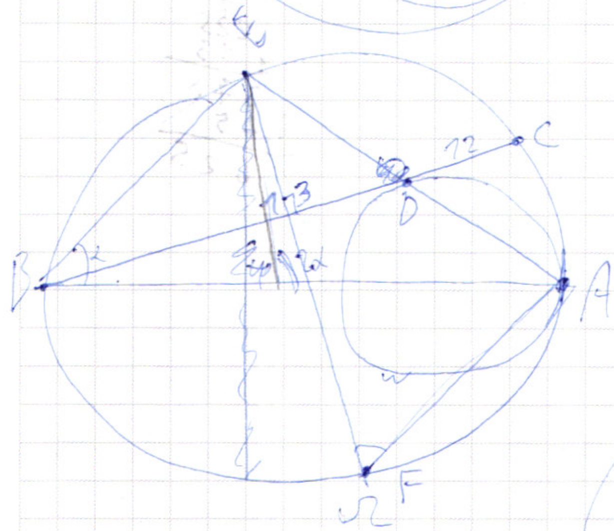
$t<0$.

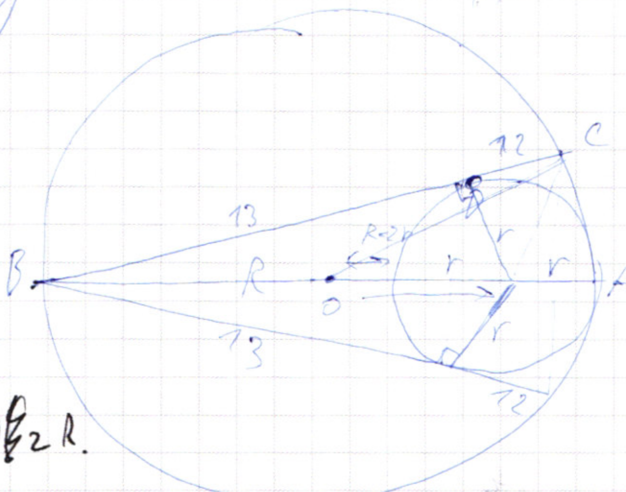
$\log_5 12 - 1 = \log_5 \frac{12}{5}$

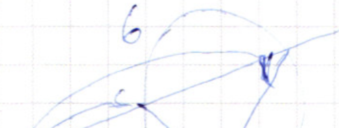
$t^{\log_5 12}+t \geq 13^{\log_5 t}$

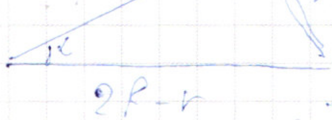
$1+\log_5 12 \cdot t$

$\log_{13}(t^{\log_5 12}+t) \geq \log_5 t$.









$BS^2=2(R-2r)\cdot 2R$.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{a}$

$a^2=bc$

$169+r^2=4R^2-4Rr+r^2$

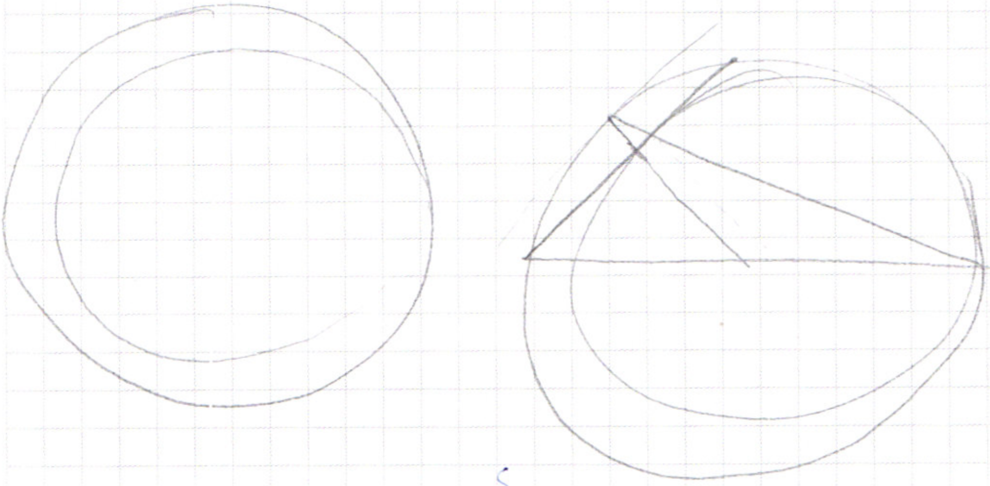
$4R^2-4Rr-169=0$.

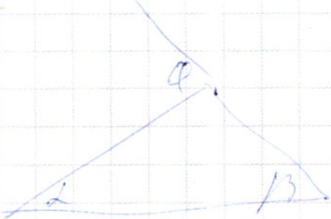
$\cos\alpha=\frac{13}{2R-r}=\frac{25}{2R}$

$\frac{R}{2R-r}=\frac{25}{2\cdot 13}$

$25r=24R$. $26R=50R-25r$.

$\frac{155+1}{5}=31,2$





$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{26}} = \frac{25}{13\sqrt{26}} - \frac{12}{13\sqrt{26}} = \frac{13\cdot 1}{13\sqrt{26}}$

$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$ $\frac{5}{13}$ $\frac{12}{13}$

$tg\beta = \frac{1}{5}$

$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{26}}$ $\cos\beta = \frac{5}{\sqrt{26}}$

$\sin AEF$

$$\frac{8-6x}{3x-2} \ge 18x^2 - 51x + 28$$

$18\left(x^2 - \frac{51}{18}x + \frac{28}{18}\right)$

$\frac{-2(3x-2)+4}{3x-2} = -2 + \frac{4}{3x-2}$

$2:$ $-2 + \frac{4}{4} = -1$

$18\cdot4 - 51\cdot2 + 28 =$

$= 72 - 102 + 28 =$

$= 100 - 102 =$

$= -2$

$\frac{51}{36}$

$51 = 3\cdot17$

$51^2 - 4\cdot18\cdot28$

$9\cdot17^2 - 9\cdot8\cdot28 = 9(17^2 - 8\cdot28) = 9\cdot65$

$x_0 = \frac{51 \pm 3\sqrt{65}}{36}$

$-2/3:$ $\frac{18\cdot4}{9} + \frac{3\cdot17\cdot2}{3} + 28 = 8 + 34 + 28 = 70$

$-\frac{4\cdot3}{(3x-2)^2}$

$2:$ $-\frac{12}{16}$

$12^4 + 5^4 = 13^4$

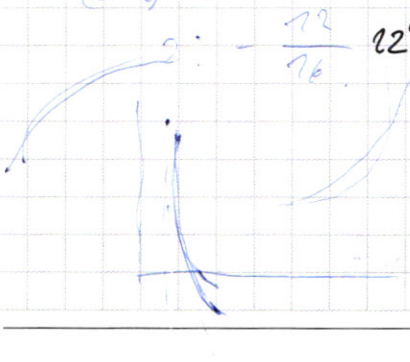
$1250 + 375$

$225 \cdot 13 = 1625$

$144 \cdot 12 = 1728$

$\frac{y-y_0}{x-x_0} = f'(x_0)$

$y = y_0 + f'(x_0)(x-x_0)$



☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)