МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}, \\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17 \qquad -\frac{30}{16}=-\frac{15}{8}$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2 $\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \ (\mathrm{I}) \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$

I) $x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}$

$\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=xy-x-2y+2 \\ x-2y\geq 0 \\ xy-x-2y+2\geq 0 \end{cases}$ – усл. возведения в квадрат

$x^2-5xy+x+4y^2+2y-2=0.$

$x^2-x(5y-1)+4y^2+2y-2=0$

$D=25y^2-10y+1-16y^2-8y+8=$

$=9y^2-18y+9=(3(y-1))^2$

$x=\frac{5y-1\pm3(y-1)}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=4y-2 \\ x=y+1 \end{array}\right. \Rightarrow$ Полученные корни проверим в конце решения

II) $x^2-4x+4+9y^2-18y+9=25$

$(x-2)^2+9(y-1)^2=5^2$

Подставим x из I $\Rightarrow$ а) $x=4y-2 \Rightarrow (4y-2-2)^2+9(y-1)^2=25$

$(4y-4)^2+9(y-1)^2=25$

$25(y-1)^2=25 \Rightarrow (y-1)^2=1 \Rightarrow y-1=\pm1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=2 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=-2;\ y=0 \\ x=6;\ y=2 \end{array}\right.$

б) $x=y+1 \Rightarrow (y+1-2)^2+9(y-1)^2=25$

$10(y-1)^2=25 \Rightarrow (y-1)^2=2{,}5 \Rightarrow y-1=\pm0{,}5\sqrt{10}$

$\left[\begin{array}{l} y=0{,}5\sqrt{10}+1 \\ y=-0{,}5\sqrt{10}+1 \end{array}\right. \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0{,}5\sqrt{10}+2;\ y=1+\sqrt{10}\cdot0{,}5 \\ x=2-0{,}5\sqrt{10};\ y=1-0{,}5\sqrt{10} \end{array}\right.$

Проверка: 1) $(-2;0) \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} -2-0=\sqrt{\ldots}, \text{ корень} = \text{отриц. числу} \\ 4+0+8-0=12 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow (-2;0)$ – не решение

2) $(6;2) \Rightarrow \begin{cases} 6-4=\sqrt{12-6-4+2} \\ 36+36-24-36=12 \end{cases}$

$\begin{cases} 2=\sqrt{4} \\ 12=12 \end{cases} \Rightarrow (6;2)$ – решение

3) $(2+0{,}5\sqrt{10};\ 1+0{,}5\sqrt{10}) \Rightarrow$

$\begin{cases} 2+0{,}5\sqrt{10}-2-\sqrt{10}=\sqrt{\ldots} \Rightarrow \text{корень} <0 \Rightarrow \\ \ldots \end{cases}$

$\Rightarrow (2+0{,}5\sqrt{10};\ 1+0{,}5\sqrt{10})$ – не решение

4) $(2-0{,}5\sqrt{10};\ 1-0{,}5\sqrt{10})$

(на обороте)

$(2-0{,}5\sqrt{10};\ 1-0{,}5\sqrt{10}) \Rightarrow \begin{cases} 2-0{,}5\sqrt{10}-2+\sqrt{10}=\sqrt{(2-0{,}5\sqrt{10})(1-0{,}5\sqrt{10})-2+0{,}5\sqrt{10}-2+\sqrt{10}+2} \\ (2-0{,}5\sqrt{10}-2)^2+9(1-0{,}5\sqrt{10}-1)^2=25 \end{cases}$

$\begin{cases} 0{,}5\sqrt{10}=\sqrt{\cancel{2}-\cancel{\sqrt{10}}-\cancel{0{,}5\sqrt{10}}-\cancel{1}+\cancel{0{,}5\sqrt{10}}-\cancel{2}+\cancel{2}+2{,}5+\cancel{\sqrt{10}}} \\ 2{,}5+9\cdot 2{,}5=25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0{,}5\sqrt{10}=\sqrt{2{,}5} \\ 25=25 \end{cases}$ - верно

Ответ: $(2-0{,}5\sqrt{10};\ 1-0{,}5\sqrt{10})$; ~~(2+0,5√10...)~~ $(6;2)$

N1 $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5} \Rightarrow 2\sin\left(\frac{2\alpha+4\beta+2\alpha}{2}\right)\cos 2\beta=-\frac{4}{5} \Rightarrow$

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow 2\cdot\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta=-\frac{4}{5}$

$\frac{-2\cdot\sqrt{5}}{5}\cdot\cos 2\beta=-\frac{4}{5} \Rightarrow \cos 2\beta=\frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin 2\beta=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

Пусть $\cos 2\beta=\frac{2}{\sqrt{5}}$; $\sin 2\beta=\frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin(2\alpha+2\beta)=\sin 2\alpha\cos 2\beta+\cos 2\alpha\sin 2\beta=$

$=\frac{2}{\sqrt{5}}\sin 2\alpha+\cos 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}=-\frac{1}{\sqrt{5}}$

$2\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=-1$

~~...~~ $=-1$

$2\cdot 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha+2\cos^2\alpha-1=-1$

$4\sin\alpha\cdot\cos\alpha+2\cos^2\alpha=0$

$2\cos\alpha(2\sin\alpha+\cos\alpha)=0$

$\cos\alpha=0$ $\quad$ $2\sin\alpha=-\cos\alpha \mid :2\cos\alpha$, т.к. $\cos\alpha=0$ не решение

$\operatorname{tg}\alpha\in\varnothing$ $\quad$ $\operatorname{tg}\alpha=-\frac{1}{2}$ $\quad$ этого ур-я

$(2\cdot 1\neq 0)$

Пусть $\cos 2\beta=\frac{2}{\sqrt{5}}$; $\sin 2\beta=-\frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin(2\alpha)\cdot\cos 2\beta+\cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta=-\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\frac{\sin 2\alpha\cdot 2}{\sqrt{5}}-\frac{\cos 2\alpha\cdot 1}{\sqrt{5}}=-\frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow 2\sin 2\alpha-\cos 2\alpha=-1 \Rightarrow 2\sin 2\alpha+2\sin^2\alpha-1=-1$

$2\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha+2\sin^2\alpha=0$

$\sin\alpha(2\cos\alpha+\sin\alpha)=0$

$\sin\alpha=0$ $\quad$ $\sin\alpha=-2\cos\alpha \mid :\cos\alpha$

$\operatorname{tg}\alpha=0$ $\quad$ $\operatorname{tg}\alpha=-2$ $\quad$ аналогично $\cos\alpha\neq 0$

Ответ: $\operatorname{tg}\alpha\in\{-2;-\frac{1}{2};0\}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 $5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13} - 18x$

ОДЗ: $x^2+18x>0$
$x(x+18)>0$
$x\in(-\infty;-18)\cup(0;+\infty)$

С учетом ОДЗ => модуль раскрывается с "+".

$(x^2+18x)^{\log_{12}5} + x^2+18x \geq (x^2+18x)^{\log_{12}13}$.

~~Введем~~ Обозначим x^2+18x за t, $t>0$ =>

=> $t^{\log_{12}5} + t \geq t^{\log_{12}13}$

$t \geq t^{\log_{12}13} - t^{\log_{12}5}$

$f_1(t) = t^{\log_{12}13} - t^{\log_{12}5}$

$f_2(t) = t$

Заметим, что f_1 - разность показательных функций; $\log_{12}13 > \log_{12}5$ =>
=> с увеличением t $f_1(t)$ будет возрастать т.к. $f_1'(t)>0$.

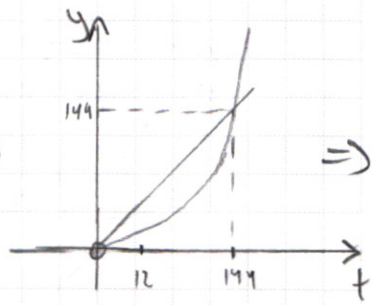
$f_1'(t) = t^{(\log_{12}13)-1} - t^{(\log_{12}5)-1} > 0$ =>

=> $f_1(t)$ возрастает

$f_2(t)$ - линейная возрастающая функция.

$f_1(0)=0$ $f_1(12)=8$ $f_1(144)=144$.

$f_2(0)=0$ $f_2(12)=12$ $f_2(144)=144$.



схематичный рисунок

=> неравенство выполняется при $t\in(0;144]$.

$t = x^2+18x$ => $\begin{cases} x^2+18x>0 \\ x^2+18x\leq 144 \end{cases}$ $\begin{cases} x\in(-\infty;-18)\cup(0;+\infty) \\ (x-6)(x+24)\leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\in(-\infty;-18)\cup(0;+\infty) \\ x\in[-24;6] \end{cases}$

Ответ: $x\in[-24;-18)\cup(0;6]$.

№4 Дано:

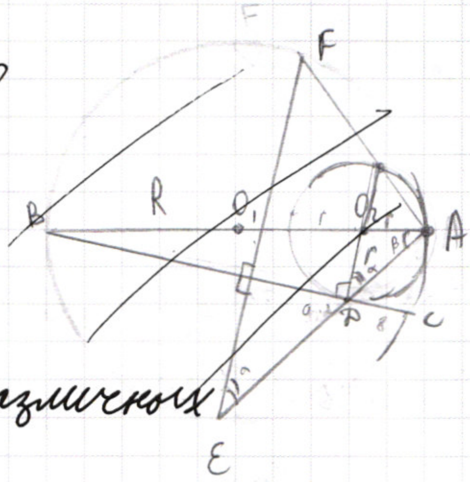
$\Omega(O_1; R)$

$\omega(O_2; r)$

$CD = 8; BD = 17$

?

Решение.



№5. Напишем значение функции для различных натуральных чисел.

число	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	...
f(числа)	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	3	1	1	0	4	0	4	1	1	2	5	0	2	3	0	1	6	1	...

Заметим что $f(1 \cdot b) = f(1) + f(b) \Rightarrow f(1) = 0$

Заметим для каждого натурального числа $f\left(\frac{a}{b}\right) = f(a) - f(b)$

Нужно чтобы $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y) < 0$ пример $\left(f\left(\frac{22}{2}\right) = f(22) - f(2) = \right.$ $= 2 - 0 = f(11)$

Тогда рассмотрим все пары чисел. ~~без повторов~~.

Для $x=1$ подходят числа $y = \{5; 7; 10; 11; 13; 14; 15; 17; 19; 20; 21; 22; 23\}$ – 13 пар

Для $x=2$: $y = \{5; 7; 10; 11; 13; 14; 15; 17; 19; 20; 21; 22; 23\}$ – 13 пар
$x=3$: $y = \{$ те же, что и для $y=2\}$ – 13 пар.

$x=4$: $y = \{$те же, что и для $y=2\}$ – 13 пар.
$x=5$: $y = \{11; 13; 17; 19; 22; 23\}$ – 6 пар (т.е $f(y) > 1$)

$x=6$: $y = \{$ те же, что и для $y=2\}$ – 13 пар.

.....

и.т.д.

В итоге если $f(x) = 0 \Rightarrow f(y) > 0 \Rightarrow$ $f(x)=0$ всего $x = 11 \Rightarrow f(y) > 0$ кол-во $y = 13 \Rightarrow$ пар $= 143$

$f(x) = 1 \Rightarrow f(y) > 1 \Rightarrow$ кол-во подходящих $x = 7 \Rightarrow$ кол-во $y = 6 \Rightarrow$ пар $= 42$

$f(x) = 2 \Rightarrow f(y) > 2 \Rightarrow$ кол-во $x = 2 \Rightarrow$ кол-во $y = 4 \Rightarrow$ пар $= 8$

$f(x) = 3 \Rightarrow f(y) > 3 \Rightarrow$ кол-во $x = 1 \Rightarrow$ кол-во $y = 3 \Rightarrow$ пар $= 3$.

$f(x) = 4 \Rightarrow f(y) > 4 \Rightarrow$ кол-во $x = 2 \Rightarrow$ кол-во $y = 1 \Rightarrow$ пар $= 2$.

$f(x) = 5 \Rightarrow f(y) > 5 \Rightarrow$ кол-во $x = 1 \Rightarrow$ кол-во $y = 0 \Rightarrow$ пар $= 0$

Ответ: 198

Σ пар $= 198$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6 $\frac{12x+11}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2-30x-17.$

$f_1(x)=\frac{12x+11}{4x+3}=3+\frac{2}{4x+3}$ – гипербола, гориз ас. $y=3$; верт ас $x=-\frac{3}{4}$.

$f_2(x)=-8x^2-30x-17$ – парабола ветви вниз; $x_0=-\frac{15}{8}$

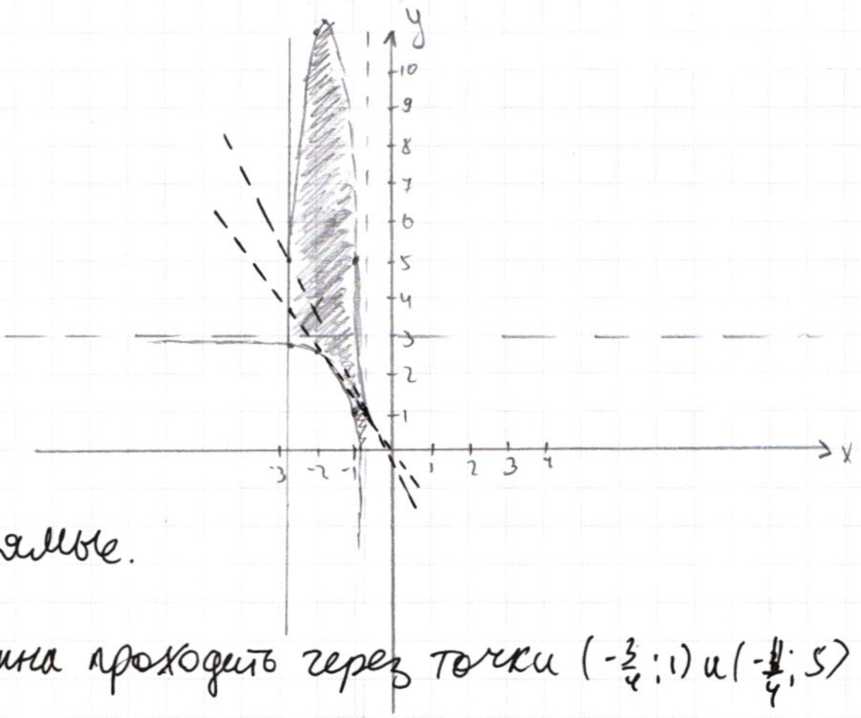
Построим графики этих функций.

f_1	1	2,6	0	3,75
x	-1	-2	$-\frac{11}{12}$	$-\frac{11}{4}$

$12x+9=-2.$ $f_1(-\frac{11}{4})=3+\frac{2}{-11+3}=$

$x=-\frac{11}{12}$ $=3-\frac{1}{4}$

x	-1	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{15}{8}$	-2	$-\frac{11}{4}$
f_2	$+5$	$+1$	$\frac{89}{8}$	11	5



Закрашенная область.

-- Обозначены нужные прямые.

Одна из них должна проходить через точки $(-\frac{3}{4};1)$ и $(-\frac{11}{4};5)$

$$\frac{x+\frac{3}{4}}{-\frac{11}{4}+\frac{3}{4}}=\frac{y-1}{5-1} \Rightarrow \frac{x+\frac{3}{4}}{-2}=\frac{y-1}{4} \Rightarrow 4x+3=-2y+2. \Rightarrow y-1=-2x-1{,}5$$

$y=-2x-0{,}5.$

$a=-2;\ b=-0{,}5.$

Вторая прямая будет касательной к гиперболе и проходить через $(-\frac{3}{4};1)$

№4. Дано:

$\Omega(O_1; R)$

$\omega(O_2; r)$

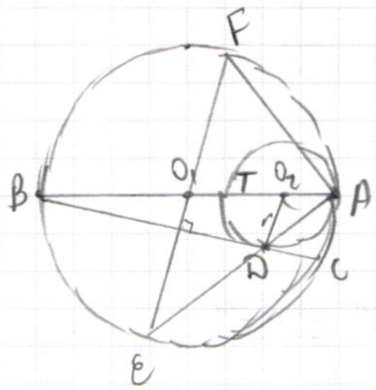
$CD = 8$; $BD = 17$

$BD \cdot DC = ED \cdot DA.$

Прямые EO_1 и $O_2D \parallel$, т.к

они обе $\perp BC$ ($EO_1 \perp BC$ по усл.;

$O_2D \perp BC$ как радиус и касат).



$\triangle EO_1A \sim \triangle DO_2A$ (по 2 углам)

$$\frac{ED}{DA} = \frac{O_2D}{O_1E} = \frac{R}{\cancel{R}r} \Rightarrow ED \cdot \overset{r}{\cancel{R}} = DA \cdot \cancel{R}$$

$BA \cdot BT = BD^2$ (секущая и касательная)

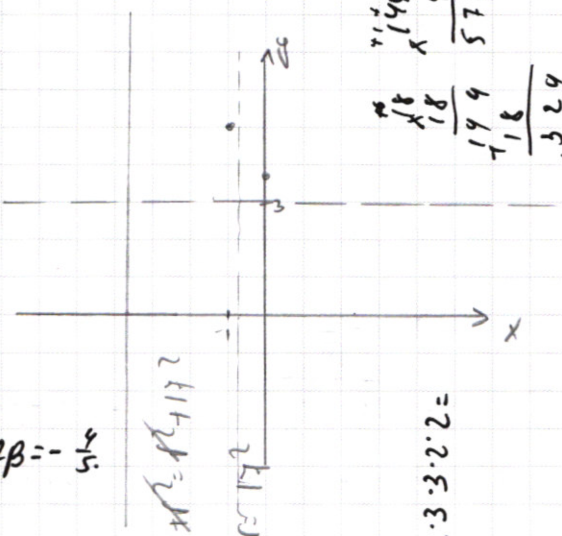
$$\begin{cases} 2R(2R - 2r) = 17^2 \\ ED \cdot r\cancel{R} = DA \cdot R \\ 17 \cdot 8 = ED \cdot DA \end{cases}$$

$y = \frac{12x+11}{4x+3} = \frac{12x+9+2}{4x+3} = 3 + \frac{2}{4x+3}.$

$5^{\log_{12} t} + t \geq t^{\log_{12} 13}.$

$t^{\log_{12} 5} + t \geq t^{\log_{12} 13}.$

$\begin{cases} (2R-r)^2 = r^2 + 17^2 \\ 2R(2R-2r) = 17 \cdot 8 \end{cases}$



$400 - 160$

$144 \cdot 4 = 576$

$18 \cdot 18 = 324$

$324 + 576 = 900$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha + 2\beta)\cos 2\beta = -\frac{4}{5}.$

$13^2 - 25^x =$

$\begin{cases} 4R^2 - 4Rr + r^2 = r^2 + 17^2 \\ 4R^2 - 4Rr = 17^2 \end{cases}$

$2\sin(2\alpha + 2\beta) \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{5}.$

$2 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}$

$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin^2 2\beta = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}.$

$x^2 + 18x - 144 \leq 0.$

$D = 2 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 9 + 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 30$

$x = \frac{-18 \pm 30}{2} = 6;$

$\cancel{-(8x^2+30x+17)}$

$5^{\log_{12} t} + t \geq 13^{\log_{12} t}$

$t^{\log_{12} 5} + t \geq t^{\log_{12} 13}.$

$f'(t) = t^{\log_{12} 5 - 1} + 1 - t^{\log_{12} 13 - 1}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~N1 $\sin 2\alpha + 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5}$~~

N2 $\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=xy-x-2y+2. \\ x^2-4x+4+9(y^2-2y+1)=25 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-5xy+x+2y+4y^2\cancel{+2}=0 \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=25 \end{cases}$

N3 $5^{\log_{12} x^2+18x}+x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x$ ОДЗ: $x^2+18x>0$

$5^{\log_{12} x^2+18x}+x^2+18 \geq (x^2+18x)^{\log_{12}13}.$ $x(x+18)>0$

Пусть $x^2+18x=t \Rightarrow 5^{\log_{12}t}+t \geq t^{\log_{12}13}.$ $x\in(-\infty;-18)\cup(0;+\infty)$

$t \geq \cancel{\ln} t^{\log_{12}13}-t^{\log_{12}5}$

$\begin{cases} \sin 2\alpha+2\beta=-1/\sqrt5 \\ (\sin 2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac45 \end{cases}$ $\begin{cases} \sin2\alpha\cos2\beta+\cos2\alpha\sin2\beta=-\frac{1}{\sqrt5} \\ \sin2\alpha\cos4\beta+\cos2\alpha\cdot\sin4\beta=-\sin2\alpha-\frac45. \end{cases}$

$x^2-4xy+4y^2=xy-x-2y+2$

$x^2-x(5y-1)+4y^2+2y-2=0$

$D=25y^2-10y+1-16y^2-8y+8=9y^2-18y+9=9(y^2-2y+1)=9(y-1)^2$

$x=\frac{5y-1\pm3(y-1)}{2} \Rightarrow x=\frac{5y-1+3y-3}{2}=4y-2.$

$x=\frac{5y-1-3y+3}{2}=y+1$

$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ +17 \\ \hline 289 \end{array}$

BD = 17

CD = 8

~~25+9 25~~

$17^2=4R^2$

$=\frac{AD}{AE}=\frac{r}{R}$

$\begin{cases} 2R\cdot(2R-2r)=17^2 \\ r^2+17^2=(2R-r)^2 \end{cases}$

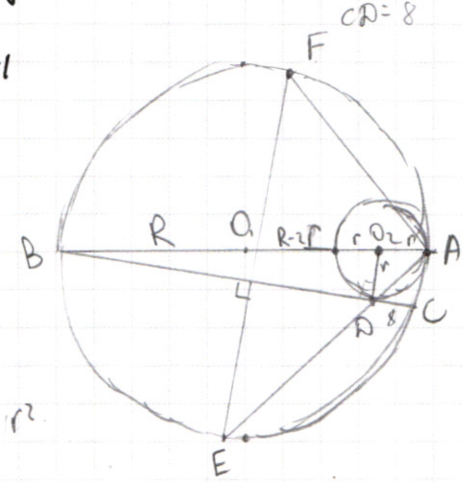
$AD\cdot ED=8\cdot17$

$ED=\frac{136}{AD}$

$\frac{AD^2}{136}=\frac{r}{R}$

$\begin{cases} 4R^2-4Rr=289 \\ r^2+289=4R^2-4Rr+r^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4R^2-4Rr=289 \\ 4R^2 \end{cases}$



☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$-8\cdot4+60-17=\cancel{3712}=\cancel{45}\ 11$

$-8+30-17=5$

10·13.

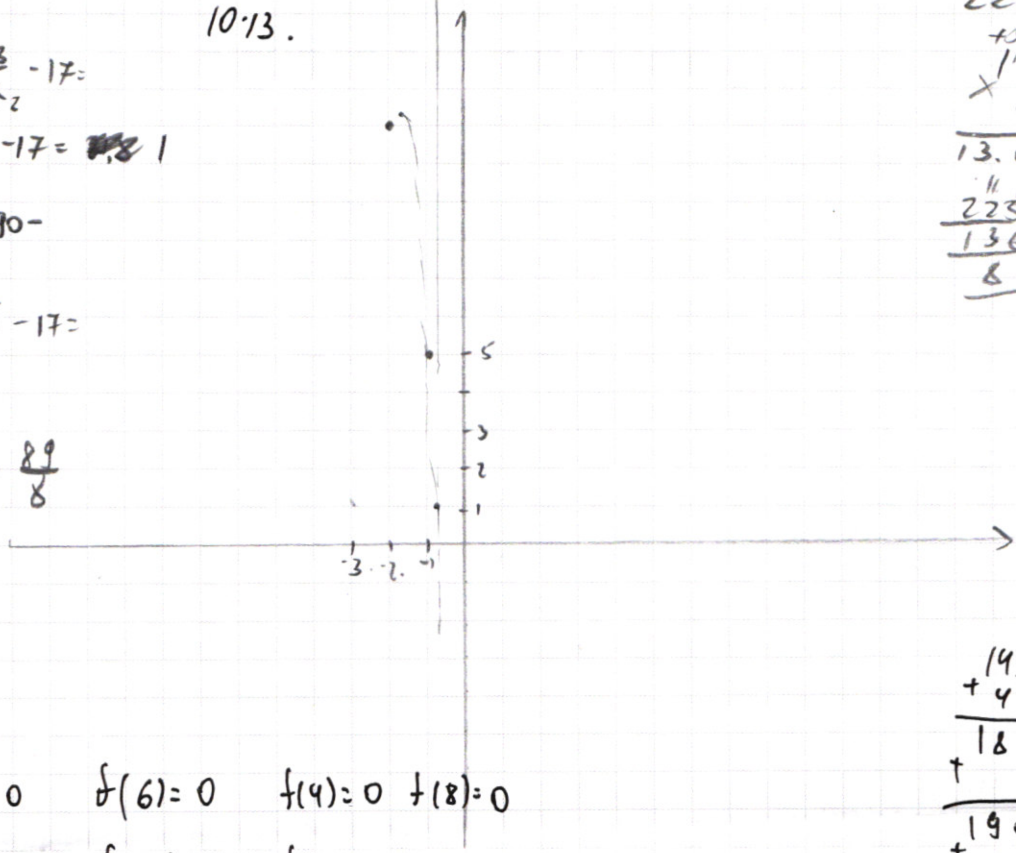
$-8\cdot\frac{9}{16}+\cancel{30}^{15}\cdot\frac{3}{\cancel{4}_2}-17=$

$=-4{,}5+22{,}5-17=1$

$-72+90-17=90-$

$-8\cdot\frac{225}{\cancel{64}_8}+\frac{30\cdot15}{8}-17=$

$=\frac{225}{8}-17=\frac{89}{8}$



$3\cdot8-15=9$

$\frac{15}{8}-\frac{9}{8}=\frac{6}{8}$

$\begin{array}{r} 15 \\ 30 \\ \times\ 15 \\ \hline 150 \\ 225\ \\ \hline 225 \end{array}$ $\begin{array}{r} 17 \\ \times\ 8 \\ \hline 136 \end{array}$ $\begin{array}{r} 225 \\ -\ 136 \\ \hline 89 \end{array}$

$f(2)=0$ $f(6)=0$ $f(4)=0$ $f(8)=0$

$f(3)=0$ $f(10)=1$ $f(12)=0$

$f(5)=1$ $f(14)=1$ $f(5)=1$

$f(7)=1$

$f(11)=2$

$f(13)=3$.

$\begin{array}{r} 143 \\ +\ 42 \\ \hline 185 \\ +\ 5 \\ \hline 190 \\ +\ 8 \\ \hline 198 \end{array}$

$ED\cdot DA=BD\cdot DC$

AD

$180-(90+\alpha+\beta)=$

$90-\alpha-\beta$

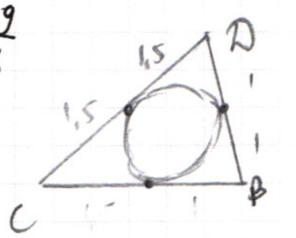
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	3	1	1	0	4	0	4	1	1	2	5	0

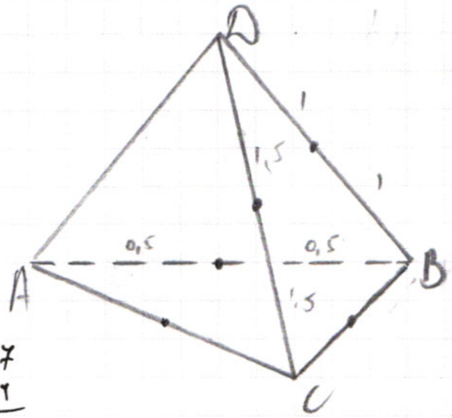
25	26	27	28	29	30	31	32	33
2	3	0	1					

$-8\cdot\frac{225}{64}+\frac{30\cdot15}{8}-\frac{17\cdot8}{8}=$

$=\frac{450-225-136}{8}=\frac{89}{8}$

$\begin{array}{r} 225 \\ -\ 136 \\ \hline 89 \end{array}$





$-8\cdot\frac{121}{\cancel{16}_2}+\frac{30\cdot11}{4}-\frac{17\cdot4}{4}=$

$=\frac{-242+330-68}{4}=\frac{20}{4}$

$\begin{array}{r} 17 \\ \times\ 4 \\ \hline 68 \\ +\ 242 \\ \hline 310 \end{array}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)