МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

Дано: $\sin(2a+2b) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ (1)

$\sin(2a+4b) + \sin 2a = -\frac{8}{17}$ (2)

Упрощу (2):

$2\cdot\sin(2a+2b)\cdot\cos 2b = -\frac{8}{17}$

$2\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)\cdot\cos 2b = -\frac{8}{17} \Rightarrow \cos 2b = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2b = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

Рассмотрю (1):

$\sin 2a\cdot\cos 2b + \sin 2b\cdot\cos 2a = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

1^0. $\sin 2b = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2a + \frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2a = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2a + \cos 2a = -1$

$8\sin a\cdot\cos a + \cos^2 a - \sin^2 a = -\cos^2 a - \sin^2 a$ по триг. тождеству

$(8\sin a + 2\cos a)\cdot\cos a = 0$

$\left[\begin{array}{l} 4\sin a + \cos a = 0 \\ \cos a = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} tg a = -\frac{1}{4} \\ tg a \text{ неопределен} \end{array}\right.$

2^0. $\sin 2b = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2a - \frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2a = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2a - \cos 2a = -1$

$8\sin a\cdot\cos a - \cos^2 a + \sin^2 a = -\cos^2 a - \sin^2 a$ по триг. тождеству

$8\sin a\cdot\cos a + 2\sin^2 a = 0$

$\left[\begin{array}{l} 4\cos a + \sin a = 0 \\ \sin a = 0 \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} tg a = -4 \\ tg a = 0 \end{array}\right. \Rightarrow$ Ответ: $tg a = -4; 0; -\frac{1}{4}$

№2

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3y-2x)^2=(x-1)(3y-2) \\ 3(x-1)^2-3+(\sqrt{3}y-\frac{2}{\sqrt{3}})^2-\frac{4}{3}=4 \end{cases}$$

Сделаю замену: $x-1=t$
$3y-2=m$, тогда $3y-2x=m-2t$

Система примет такой вид:

$$\begin{cases} (m-2t)^2=tm, \quad m\geq 2t - \text{ОДЗ} \\ 3t^2+\frac{m^2}{3}=7+\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^2+4t^2-4tm=tm \\ 9t^2+m^2=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^2-5tm+4t^2=0 \\ 9t^2+m^2=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^2-4tm-tm+4t^2=0 \\ 9t^2+m^2=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m-4t)(m-t)=0 \\ 9t^2+m^2=25 \end{cases}$$

1° $m=4t$

$25t^2=25$

$t^2=1$

1.1° $\begin{cases} t=1 \\ m=4 \end{cases}$

$\begin{cases} x-1=1 \\ 3y-2=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

1.2° $\begin{cases} t=-1 \\ m=-4 \end{cases}$

$\begin{cases} x-1=-1 \\ 3y-2=-4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=0 \\ y=-\frac{2}{3} \end{cases}$ $\varnothing$

2° $m=t \Rightarrow$ т.к. ОДЗ: $(m\geq 2t) \Rightarrow t\leq 0$

$10t^2=25$

$t^2=\frac{5}{2}$

$\begin{cases} t=-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \\ m=-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \end{cases}$

$\begin{cases} x-1=-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \\ 3y-2=-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \end{cases}$

$\begin{cases} x=1-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \\ y=\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}} \end{cases}$

Ответ: $(2;2)$

$\left(1-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}};\ \frac{2}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N6.

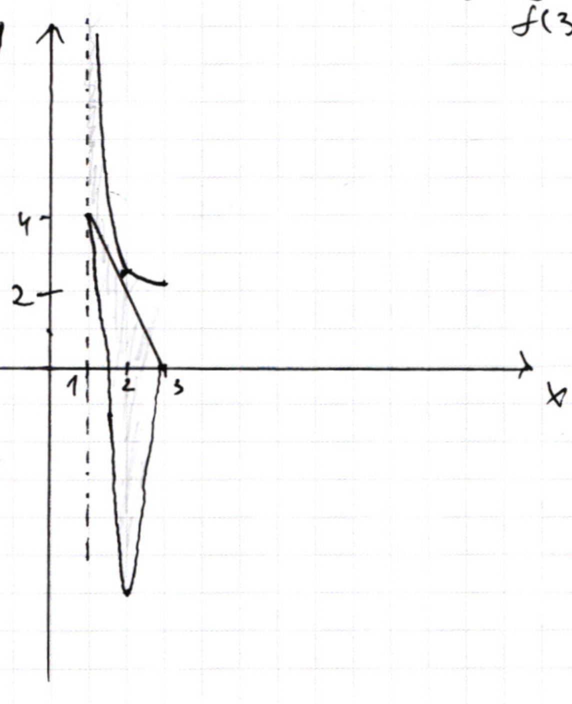
$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$$

$x \in (1;3]$

Построю графики функций: $y=\frac{4x-3}{2x-2} = 2+\frac{1}{2(x-1)}$ (асимптота: $x=1$)

$y=8x^2-34x+30$ $\left(x_{в}=\frac{17}{8}, y_{в}=-\frac{49}{8}\right)$

$f(3)=0$



прямая должна находиться в заштрихованной области

Пусть $y=ax+b$ проходит ч/з $(1;4)$ $(3;0)$

$$\begin{cases} 0=3a+b \\ 4=a+b \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a=-2 \\ b=6. \end{matrix} \quad y=-2x+6$$

Проверю, будет ли такая прямая касаться $y=2+\frac{1}{2(x-1)}$

$y'=-\frac{1}{(2x-2)^2}\cdot 2 = k$ (определяет угол наклона прямой)

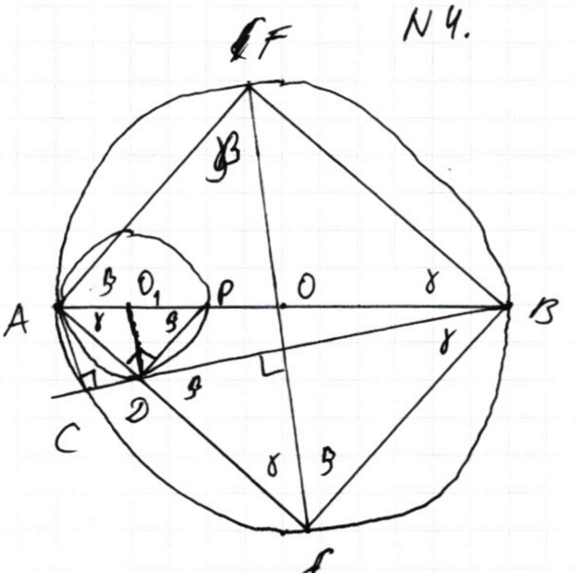
$k=-2 \Rightarrow (2x-2)^2=1$

$x=\frac{3}{2}; \frac{1}{2}$, по условию подходит $x=\frac{3}{2}$ (точка касания)

$f(\frac{3}{2})=3$, но точка $(\frac{3}{2};3) \in y=-2x+6 \Rightarrow a=-2, b=6$ подходят.

при остальных a и b на некоторых промежутках прямая не будет удовлетворять условию. Ответ: $a=-2; b=6$

№4.



Дано: $BD = \frac{13}{2}$

$CD = \frac{5}{2}$

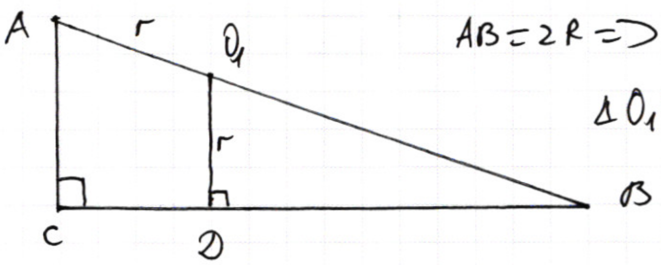
Найти: R – ? (большая)

r – ? (маленькая)

$\angle AFE$ = ?

S_{AEF} = ?

Рассмотрю ΔACB: $\angle C = 90^\circ$ (опирается на диаметр AB)



$AB = 2R \Rightarrow O_1B = 2R - r$

$\Delta O_1BD \sim \Delta ABC$ ($O_1D \parallel AC$).

$$\frac{13}{18} = \frac{2R - r}{2R}$$

$13R = 18R - 9r$

$5R = 9r$

Также $BD^2 = (2R-2r)\cdot 2R$ (теорема о квадрате касательной)

$$\begin{cases} 5R = 9r \\ \frac{169}{4} = (2R - 2r)\cdot 2R \end{cases}$$

$$\frac{169}{4} = \left(\frac{18}{5}r - 2r\right)\cdot \frac{18}{5}r$$

$$\frac{169}{4} = \frac{8}{5}r \cdot \frac{18}{5}r \Rightarrow r^2 = \frac{169\cdot 25}{4\cdot 16\cdot 9}$$

$$r = \frac{13\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 3} = \frac{65}{24} \Rightarrow R = \frac{9}{5}\cdot\frac{65}{24} = \frac{13\cdot 3}{8} = \frac{39}{8}$$

Пусть точка P – пересечение AB с малой окр., $\angle DAP = \gamma$, $\angle APD = \beta$

Также $\angle ADP = 90^\circ$ (опирается на диаметр AP)

$\angle ADC = \angle APD = \beta$ (по теореме об угле между ~~секущей~~ касательной и хордой)

Значит $\angle EDB = \beta$ (как вертикальные) и, т.к. $\angle AEB = 90^\circ$ (опирается на диаметр AB) $\Rightarrow \angle CBE = \gamma \Rightarrow$ ~~$\angle AFE = \gamma$ (опирается на дугу AE)~~

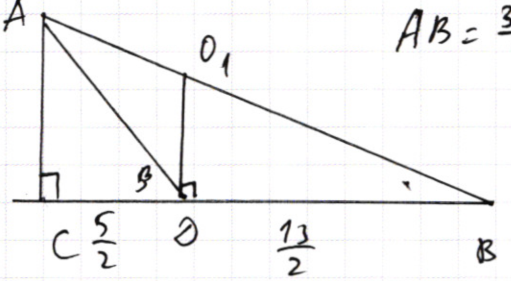
~~Поэтому~~ $\angle ABF = \gamma$, $\angle FAB = \beta$, $\angle EFB = \gamma$ (как опирающиеся на соответствующие дуги)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\angle ABE = \beta$ (в прям. ΔABE)

$\Rightarrow \angle AFE = \beta$

Поэтому достаточно рассмотреть ΔACB:



$AB = \frac{39}{4}$ $CB = 9$, $CD = \frac{5}{2}$

$AC^2 = \left(\frac{39}{4}\right)^2 - 9^2$ (теорема Пифагора)

$AC^2 = \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{75}{4}\right)$

$AC = \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4}$

$\Rightarrow tg\beta = \frac{15}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{2}$

Рассмотрю ΔAFE: $\angle FAE = 90°$ ~~(опир. на диаметр)~~

$(\beta + \gamma = 90°)$

$\Rightarrow FE$ – диаметр $\Rightarrow$ т.к. $tg\beta = \frac{3}{2}$ Пусть $AE = 3x$, $AF = 2x$

$\Rightarrow 9x^2 + 4x^2 = \frac{39^2}{4^2}$

$x^2 = \frac{39^2}{4^2 \cdot 13}$

$x = \frac{39}{4\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{4}$

$S_{AEF} = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot 2x = \frac{5}{2} \cdot x^2 = \frac{5}{2} \cdot \frac{39^2}{4^2 \cdot 13} = \frac{5 \cdot 39 \cdot 3}{32} = \frac{585}{32}$

Ответ: $R = \frac{39}{4}$, $r = \frac{65}{24}$

$\angle AFE = arctg\,\frac{3}{2}$

$S_{AEF} = \frac{585}{32}$

N3.

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$$

Замена: $x^2+6x=t>0$

$3^{\log_4 t}+t \geq t^{\log_4 5}$, модуль можно убрать, т.к. $t>0$

Сравню: ~~[illegible]~~

$3^{\log_4 t}$ $\quad$ $t^{\log_4 5}$

$\log_4 t$ $\quad$ $\log_3 t \cdot \log_4 5$

$\frac{\log_3 t}{\log_3 4}$ $\quad$ $\log_3 t \cdot \log_4 5$

1 $\quad$ $\log_3 4 \cdot \log_4 5$

1 $\quad$ $\log_3 5$

$\Rightarrow \quad t^{\log_4 5}=\log_3 5 \cdot 3^{\log_4 t}$

Значит:

$3^{\log_4 t}(\log_3 5-1) \leq t$

$3^{\log_4 t}\cdot \log_3 \frac{5}{3} \leq t$, т.к. обе части положительны, то

$\log_4 t \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 \frac{5}{3} \leq \log_4 t$

$\log_4 t(\log_4 3 \cdot \log_3 \frac{5}{3}-1) \leq 0$

Сравню:

$\log_4 3 \cdot \log_3 \frac{5}{3} \quad < \quad 1$

$\log_4 \frac{5}{3} \quad < \quad 1 \Rightarrow \log_4 3 \cdot \log_3 \frac{5}{3}-1<0$

$\Rightarrow \quad \log_4 t \geq 0$

$t \geq 1.$

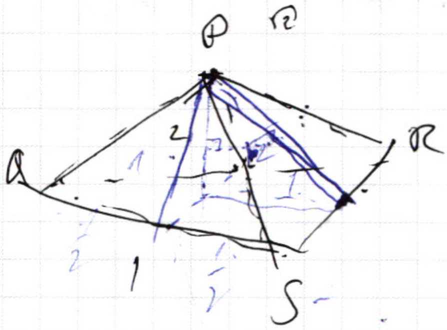
$x^2+6x-1 \geq 0 \quad (D=40) \quad x=\frac{-6 \pm 2\sqrt{10}}{2}=-3 \pm \sqrt{10}$

$\Rightarrow \quad x \in (-\infty; -3-\sqrt{10}] \cup [-3+\sqrt{10}; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; -3-\sqrt{10}] \cup [-3+\sqrt{10}; +\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$5^{\log_4 t} + t \geq t^{\log_4 5}$

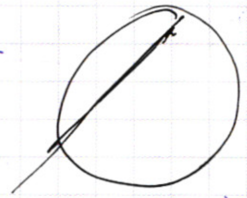


$\log_4 t = \log_5 t \cdot \log_4 5$

$t \geq 0$

$x^2+6x \geq 0$

$3^{\log_4 t} + t \geq t^{\log_4 5}$



$\ln t \geq 0$

$t \geq 1$

$3^{\log_4 t}$ $t^{\log_4 5}$

$\log_4 t$ $\log_3 t \cdot \log_4 5$

$\frac{\log_3 t}{\log_3 4}$ $\cdot \log_3 t \cdot \log_4 5$

t

$\log_4 5 \cdot \log_3 4$

$\cancel{\log_4}\ \log_3 5$

$5^{\log_4 t} + t \geq \log_3 5 \cdot \cancel{t^{\log_4 5}}\ 5^{\log_4 t}$

$5^{\log_5 t}$

$5^{\log_4 t}(\log_3 5 - 1) \leq t$

$\cancel{t\left(5^{\log_4 t - 1}\right) \geq \log_3 5 \cdot 5^{\log_4 t}}$

$5^{\log_4 t}\left(\log_3 \frac{5}{3}\right) \leq t$

$\frac{5}{3}^{\log_4 5} < 3$

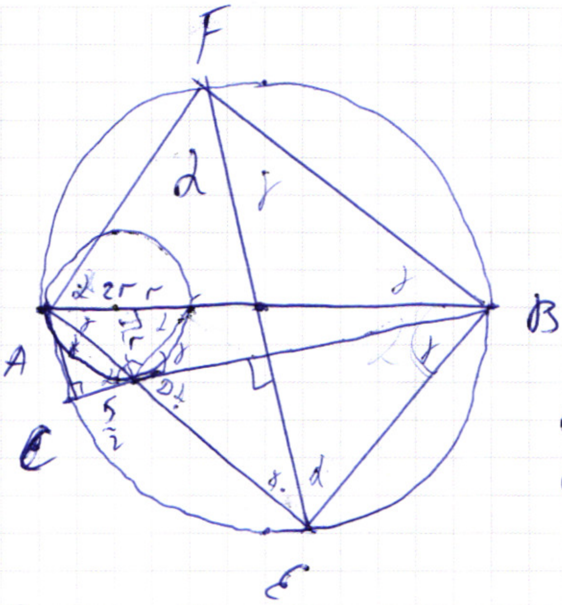
$\log_4 t \left(\log_3 \frac{5}{3}\right) \leq \log_5 t$

t $t^{1 - \log_4 5 \cdot \log_3 \frac{5}{3}} \geq 1$

$\boxed{t > 0}$

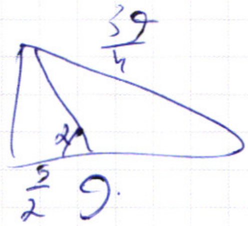
$\log_4 t \cdot \log_3 \frac{5}{3} \leq \frac{\log_4 t}{\log_4 5}$

$t^{\log_3 \frac{5}{3} \cdot \log_4 5} \leq t$



$R = \frac{39}{8}$

$r = \frac{65}{24}.$



$BD = \frac{13}{2}$

$CD = \frac{5}{2}.$

$\sqrt{\frac{39^2}{4^2} - 9^2} = \sqrt{\left(\frac{39}{4}-9\right)\left(\frac{39}{4}+9\right)}$

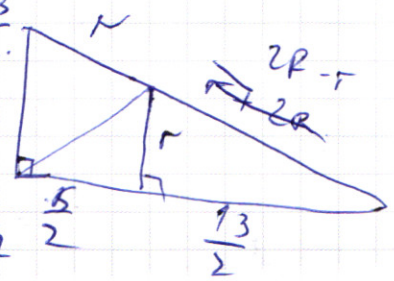
$\frac{3}{4}\cdot\frac{75}{4}$

$= \frac{3\cdot 5}{4} = \frac{15}{4}$

$\frac{39}{4};$

$(2R-2r)(2R) = \frac{169}{4}.$

$tg\,\alpha = \frac{15}{4}\cdot\frac{2}{5} = \frac{3}{2}.$



$\frac{39}{4}$

$3x^2+2x$

$9x^2+4x^2 = \frac{39^2}{4^2}$

$\frac{2R-r}{2R} = \frac{13}{18}.$

$(2R-r)9 = 13R.$

$18R - 9r = 13R$

$\cancel{18}\ \frac{13}{2}\cdot\frac{1}{9} = \frac{13}{18} = \frac{r+2R}{2r+2r} \Rightarrow$

$5R = 9r$

$R = \frac{9}{5}r$

$\left(\frac{39}{4} - \frac{65}{12}\right)\cdot\frac{39}{4}$

$13(r+R) = 9(r+2R)$

$\cancel{4R = 5R}$

$\left(\frac{18}{5}r - 2r\right)\left(\frac{18}{5}r\right) = \frac{169}{4}$

$\cancel{2+r =}$

$\frac{8}{5}r\cdot\frac{18}{5}r = \frac{169}{4}$

$22r = 5R$

$\cancel{\frac{39\cdot 12 - 65\cdot 4}{12}}$

$\frac{39\cdot 3 - 65}{12}$

$\frac{117-65}{12}$

$\cancel{\left(\frac{44}{5}r - 2r\right.}\left(2R - \frac{10}{22}R\right)(2R) = \frac{169}{4}$

$\cancel{4R^2 - \frac{10}{11}R}$

$2R - \frac{5}{11}r = \frac{22-5}{11}\cdot 2\cdot R^2$

$\frac{17}{11}\cdot 2R^2.$

$\frac{52}{12}\cdot\frac{39}{4}$

$x^2 = \frac{39^2}{13\cdot 4^2}$

$r^2 = \frac{169\cdot 25}{4\cdot 9\cdot 16}$

$x = \frac{39}{\sqrt{13}\cdot 4} = \frac{3\sqrt{13}}{4}.$

$r = \frac{13\cdot 5}{2\cdot 3\cdot 4} = \frac{65}{24}. \Rightarrow R = \frac{9}{5}\cdot\frac{65}{24} = \frac{39}{8}.$

$\Rightarrow S = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot x^2 = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot\frac{39^2}{13\cdot 4^2} = 5\cdot\frac{39\cdot 3}{32} = \frac{15\cdot 39}{32}.$

$\frac{15}{39}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x^2+6x=t>0$

$3^{\log_4 t}+t\geq |t|^{\log_4 5}$.

$3^{\log_4 t}$ $\quad t^{\log_4 5}$

$\log_4 t$ $\quad \log_3 t\cdot\log_4 5$.

$\frac{\log_3 t}{\log_3 4}$ $\cdot$ $\frac{\cancel{\log_4 t}}{\cancel{\log_4 3}}\cdot\log_4 5$ $\quad \log_3 7$

$\log_3 t$ $\quad \log_3 t\cdot\log_4 5\cdot\log_3 4$

$1=m$ $\quad \log_3 5$

$m+t\geq m\cdot\log_3 5$.

$3^{\log_4 t}(\log_3 5-1)\leq t$.

$3^{\log_4 t}\cdot\log_3\frac{5}{3}\leq t$ $\qquad \log_3(\frac{5}{3})^{3^{\log_4 t}}$ $\quad \log_3$

$(\frac{5}{3})^{\log_4 t}\leq t$.

$\log_4 t\leq\log_{\frac{5}{3}} t$ $\qquad \frac{1}{\ln 4}<\frac{1}{\ln\frac{5}{3}}$

~~log~~ ~~lnt~~ $\frac{\ln t}{\ln 4}\leq\frac{\ln t}{\ln\frac{5}{3}}$ $\qquad \cancel{\frac{1g}{4}}$? $\ln\frac{5}{3}<\ln 4$.

$\ln t(\frac{1}{\ln 4}-\frac{1}{\ln\frac{5}{3}})\leq 0$. $\qquad \ln t\geq 0$ $\quad x^2+6x-1\geq 0$

$t\geq 1$. $\quad D=36+4=40$

$x^2+6x\geq 1$. $\quad x=\frac{-6\pm 2\sqrt{10}}{2}$

$x=-3\pm\sqrt{10}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3^{\log_4 t} + t \geq t^{\log_4 5}$

$t = x^2+6x =$

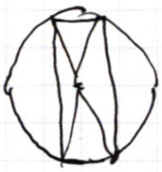
$2x+6 = -3$

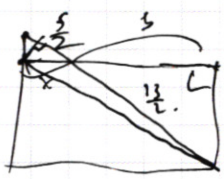
$3^{\log_4 t} \geq t^{\log_4 5} - t = t\left(t^{\log_4 \frac{5}{4}}\right)$

$;-6)^{-9} \cup (0;+\infty)$

$\log_4 t \geq \log_3 \left(t^{\log_4 5} - t\right)$

$\log_4 t \geq \log_3 t + \log_3 \left(t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1\right)$





$5^{\log_4 t} + t \geq t^{\log_4 5}$.

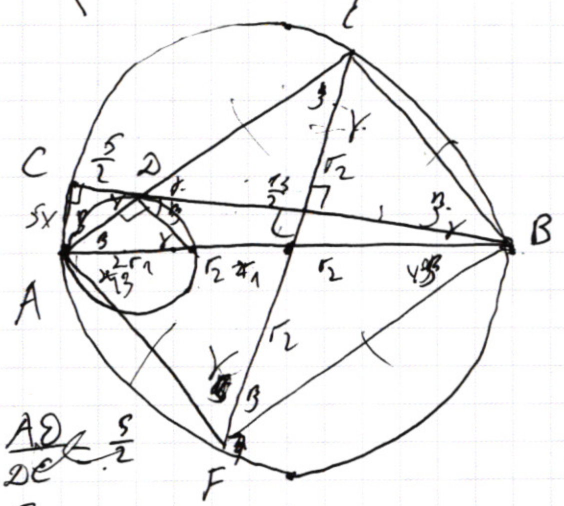
$xy = \frac{63}{4}$

$\log_7 \quad 5^{\log_4 t} \Rightarrow \quad 5^{\log_4 t} \qquad t^{\log_4 5}$

$t^{\log_4 5} \Rightarrow$

$\log_4 t \qquad \log_5 t$

$\frac{\log_4 t}{\log_4 5}$



$\frac{\frac{5}{2}}{AF} = \frac{AD}{2R}$

$4r_2^2 - 4r_1^2 = \frac{169}{4}$

$(2r_2 - 2r_1)\cdot(2r_2 + 2r_1) = \frac{13}{2}$

$\frac{2r_1}{2r_2} = \frac{AD}{AE} = \frac{DQ}{EB}$

$\frac{\frac{5}{2}}{ED} = \frac{AD}{DB} = \frac{AC}{EB}$

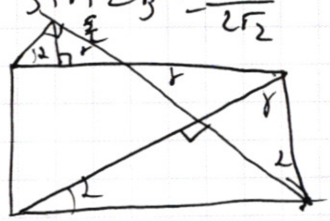
$AD \cdot DE = \frac{63}{4}$

$\frac{AD}{DE} \; \frac{5}{2}$

$\frac{\frac{5}{2}}{\frac{13}{2}} = \frac{5}{13}$

$\sin 2\beta = \frac{9}{2r_2}$

$\frac{\frac{5}{2}}{DQ} = \frac{AD}{2r_1}$;



☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

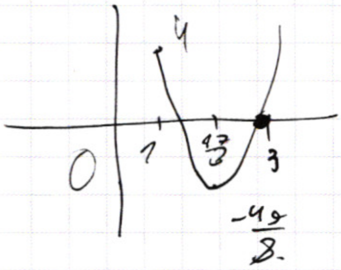
$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$$

$x \in R$. $[1;3]$

$$\begin{array}{r|l} -\;4x-3 & 2x-2 \\ 4x-4 & 2 \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$2+\frac{1}{2x-2} \geq ax+b$$

$ax+b \leq 2\frac{1}{4}$



$16x-34$

$x=\frac{34}{16}=\frac{17}{8}$

$2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x-1}\right)$

$\cancel{8}\frac{289}{\cancel{64}\,8}-34\cdot\frac{17}{8}+30$

$\frac{12-3}{6-2}=\frac{9}{4}$

$\frac{289}{8}-\frac{578}{8}+30=\frac{-289}{8}+30=\frac{\cancel{240}-289}{8}=-\frac{49}{8}$

$34\cdot 17=340+238=578$

$\frac{529}{8}$

$240-289$

-49

$-\begin{array}{r}578\\289\\\hline 289\end{array}$

$8-34+30$

$\boxed{4}$

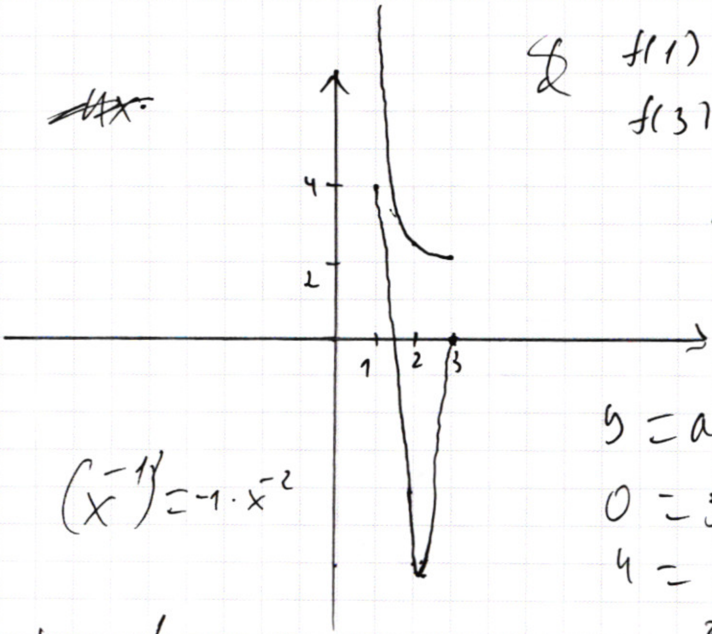
$f(1)=4$

$f(3)=8\cdot 9-34\cdot 3+30=72-\cancel{130}\,102+30=0$

$8\cdot 4-68+30$

32

~~MX.~~



$y=ax+b$ $(1;4)$

$0=3x+b$ $(3;0)$

$4=x+b$ $y=-2x+6$

$8\;2x=-4$

$x=-2 \Rightarrow b=6$.

$(x^{-1})'=-1\cdot x^{-2}$

$y=2+\frac{1}{2x-2}$

$\cancel{\ln(2x-2)}$ $-\frac{1}{(2x-2)^2}\cdot 2=k=-2$.

$(2x-2)^2=1$. $2x-2=\pm 1$

$x=\frac{3}{2}$; $x=+\frac{1}{2}$

$(\frac{3}{2};3)$

$y=-2x+b$.

$3=-3+b$ $b=6$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\frac{\sin\alpha}{\cancel{tg\alpha\cos\alpha}} = ?$

(x^2+6x)

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos(2\beta) = -\frac{8}{17}$

$3^{\log_4 t} + t \geq |t|^{\log_4 5}$

$\cancel{\log_t(3^{\log_4 t}+t) \geq \log_4 5}$

$2\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)\cdot\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

$8\sin\alpha\cdot\cos\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = -\cos^2\alpha - \cancel{\sin^2\alpha}$

$\cos\alpha = 0$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}} + \frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$8\sin\alpha + 2\cos\alpha = 0$

$\sin 2\alpha\cdot 4 + \cos 2\alpha = -1 = \cancel{\cos^2\alpha}$

$tg\alpha = -\frac{1}{4}$

$\cancel{4\sin x + \cos x = -\cos^2 x - \sin^2 x}$

$\cos 2\alpha = -1 - 4\sin 2\alpha \Rightarrow y = -\frac{x}{4} - \frac{1}{4}$

$8\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha - \cos^2\alpha = \cancel{-\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$

$\sin\alpha = 0$

$\cos\alpha = 1 \Rightarrow tg\alpha = 0$

$\cancel{1 + 16\sin^2\alpha + 8\sin 2\alpha + \sin^2\alpha = 1}$

$17\sin\alpha + 8 = 0$

$8\cos\alpha + 2\sin\alpha = 0$

$\sin x = -\frac{8}{17}$ $\cos x = \pm\sqrt{\frac{289-64}{289}} = \pm\frac{15}{17}$ $4+1$ $tg x = -4.$

$tg v = -\frac{8}{15}$

$\cancel{(a^x)' = a^x \ln a - a^x}$ $3^{\log_4 t}$

$x^2+6x > 0.$ $x\in$

$3^{\log_4 5} + t \geq t^{\log_4 5}$

$t = 3^{\log_3 t}$

$3^{\log_3 t}\left(3^{\log_4 t - \log_3 t}\right) \geq t^{\log_4 5}$

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}, & y\geq \frac{2}{3}x \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$x^2+6x=1$

$3^{\log_4 t}+t\geq t^{\log_4 5}$

$3^{\log_4 t}+3^{\log_3 t}\geq t^{\log_4 5}$

$$\begin{cases} 9y^2+4x^2-12x=3xy-2x-3y+2 \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$\cancel{3^0+0\geq 0}$

$$\begin{cases} 9y^2+4x^2-10x+3y-3xy-2=0 \mid \cdot 2 \\ 3x^2+3y^2-6x-4y-4=0 \end{cases}$$

$3^{\log_3 t}\left(3^{\log_4 t-\log_3 t}+1\right)\geq t^{\log_4 5}$

$3^{\log_3 t}\left(3^{\frac{1}{\log_t 4}-\frac{1}{\log_t 3}}+1\right)\geq t^{\log_4 5}$

$15y^2+5x^2-14x+10y-6xy=0$

7 2 5 2

t

$3^{\log_4 t-\log_3 t}+1\geq t^{\log_4 5-1}$

$(y-2)^2+3(x-1)^2-3-4=4$

$\frac{3^{\log_4 t}}{t}+1\geq t$

$(3y-2x)^2=x(3y-2)-(3y-2)=(3y-2)(x-1)$

$3(x-1)^2-3+3y^2-4y+\frac{4}{3}-\frac{4}{3}=4$

$2\cdot 2=\sqrt{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\left(\sqrt{3}y-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2=3y^2+\frac{4}{3}-4y$

$3(x-1)^2-3+\left(\frac{3y-2}{\sqrt{3}}\right)^2-\frac{4}{3}=4$

$3y^2-4y$

$(3y-2x)^2=tm$

$t=(x-1) \mid \cdot 2$

$m=3y-2$

$3t^2+\frac{m^2}{3}=7+\frac{4}{3}$

$(m-2t)^2=$

$2-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\quad -2+\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$m^2-4tm-tm+4t^2=0$

$m(m-4t)-t(m-4t)=0$

$(m-4t)(m-t)=0$

$\frac{5}{4}=-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)