МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x \geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\sin(2\alpha+2\beta) = \frac{-1}{\sqrt{17}}$; $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = \frac{-2}{17}$

$tg\,\alpha - ?$ знак

$$\sin(2\alpha+2\beta)+\sin(2\alpha+4\beta)+\sin(2\alpha) = \frac{-\sqrt{17}-2}{17}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)+2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = \frac{-\sqrt{17}-2}{17}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)(1+2\cos 2\beta) = -\frac{\sqrt{17}-2}{17}$$

$$\frac{-1}{\sqrt{17}}(1+2\cos 2\beta) = -\frac{\sqrt{17}-2}{17}$$

$$1+2\cos 2\beta = \frac{\sqrt{17}+2}{\sqrt{17}}$$

$$1+2\cos 2\beta = \frac{17+2\sqrt{17}}{17}$$

$$2\cos 2\beta = \frac{\cancel{17}+2\sqrt{17}-\cancel{17}}{17}$$

$$\cos 2\beta = \frac{\sqrt{17}}{17}$$

$$\left[\begin{aligned} &\sin 2\beta = \sqrt{1-\frac{1}{17}} \\ &\sin 2\beta = -\sqrt{1-\frac{1}{17}} \end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} &\sin 2\beta = \frac{4\sqrt{17}}{17} \\ &\sin 2\beta = -\frac{4\sqrt{17}}{17} \end{aligned}\right.$$

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{\sqrt{17}}{17}$$

$$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta = -\frac{\sqrt{17}}{17}$$

пусть рассмотрим случай, когда $\cos 2\beta = \frac{\sqrt{17}}{17}$

$\sin 2\beta = \frac{4\sqrt{17}}{17}$

$$\sin 2\alpha \cdot \frac{\sqrt{17}}{17} + \cos 2\alpha \cdot \frac{4\sqrt{17}}{17} = -\frac{\sqrt{17}}{17}$$

$$\sin 2\alpha + 4\cos 2\alpha = -1$$

~~Заметим, что~~

$\cancel{4\cos 2\alpha = -(\sin 2\alpha + 1)}$

$$4\cos 2\alpha = \underbrace{-(1+\sin 2\alpha)}_{\leq 0}$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha \leq 0$$

$$-4\sqrt{1-\sin^2 2\alpha} = -(1+\sin 2\alpha)$$

$$16(1-\sin^2 2\alpha) = 1 + 2\sin 2\alpha + \sin^2 2\alpha$$

$$16 - 16\sin^2 2\alpha = 1 + 2\sin 2 + \sin^2\alpha$$

$$17\sin^2 2\alpha + 2\sin 2 - 15 = 0$$

$\left[\begin{array}{l} \sin 2\alpha = -1 \\ \sin 2\alpha = \frac{15}{17} \end{array}\right.$ $\cos 2\alpha \leq 0$ верно $\cos 2\alpha = 0$

$\cos 2\alpha = -\sqrt{1 - \frac{225}{289}} = \frac{-8}{17}$

$\Rightarrow \operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{15}{8}$ запомним это

$\sin 2\alpha = -1 \Rightarrow$ ~~[illegible] по опр~~ ~~по tg~~ tg [illegible] опр,

теперь пусть $\cos 2\beta = \frac{\sqrt{17}}{17}$ и

$\sin 2\beta = -\frac{4\sqrt{17}}{17}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Это сведется к виду

$$\sin 2\alpha - 4\cos 2\alpha = -1$$

$$\sin 2\alpha + 1 = 4\cos 2\alpha \Rightarrow \cos 2\alpha \geq 0$$

$$\sin 2\alpha + 1 = 4\sqrt{1-\sin^2 2\alpha}$$

$$\sin^2 2\alpha + 2\sin 2\alpha + 1 = 16 - 16\sin^2 2\alpha$$

$$17\sin^2 2\alpha + 2\sin 2\alpha - 15 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin 2\alpha = -1 \quad tg 2\alpha \text{ не опр} \\ \sin 2\alpha = \frac{15}{17} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{8}{17} \end{array}\right.$$

итого мы имеем

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin 2\alpha = -1 \\ \cos 2\alpha = 0 \end{cases} (1) \\ \begin{cases} \sin 2\alpha = \frac{15}{17} \\ \cos 2\alpha = \frac{8}{17} \end{cases} (2) \\ \begin{cases} \sin 2\alpha = \frac{15}{17} \\ \cos 2\alpha = -\frac{8}{17} \end{cases} (3) \end{array}\right.$$

(1) $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = -\frac{1}{2}$ $\quad \sin\alpha = -\frac{1}{2\cos\alpha}$

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 0$

$\cos^2\alpha - \frac{1}{4\cos^2\alpha} = 0$

$t = \cos^2\alpha$, $t \geq 0$

$t - \frac{1}{4t} = 0$

$\frac{4t^2 - 1}{4t} = 0$

$t = \frac{1}{2}$

↑ это глупость

$tg^2\alpha = 1$

$$\left[\begin{array}{l} tg\alpha = 1 \\ tg = -1 \end{array}\right.$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\left[\begin{array}{l} \sin 2\alpha = \frac{15}{17} \\ \cos 2\alpha = \frac{8}{17} \end{array}\right.$$

(2)

$2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{15}{17}$

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{8}{17}$

$2\cos^2\alpha = \frac{25}{17}$

$2\sin^2\alpha = \frac{9}{17}$

$tg^2\alpha = \frac{9}{25}$, т.к. $\sin\alpha\cdot\cos\alpha > 0$ то и $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} > 0$

$\Rightarrow tg\alpha = \frac{3}{5}$

(3)

$$\left[\begin{array}{l} \sin 2\alpha = \frac{15}{17} \\ \cos 2\alpha = -\frac{8}{17} \end{array}\right.$$

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = \frac{15}{17}$

$2\cos^2\alpha = \frac{9}{17}$

$2\sin^2\alpha = \frac{25}{17}$ т.к. $\sin\alpha\cdot\cos\alpha > 0$ то и $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} > 0$

$\Rightarrow tg\alpha = \frac{5}{3}$

Ответ: $\frac{5}{3}$; $\frac{3}{5}$; 1; -1

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

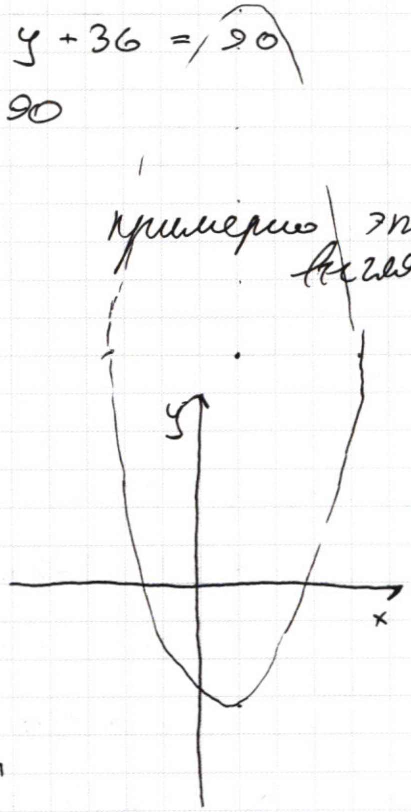
№ 2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} & (2) \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 & (1) \end{cases}$$

(1) $9x^2-18x+9+y^2-12y+36=90$

$9(x-1)^2+(y-6)^2=90$

примерно это выглядит так:



(2) $y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}$

$$\begin{cases} y-6x\geq 0 \\ (y-6x)^2=xy-6x-y+6 \end{cases}$$

$y^2-12xy+36x^2=xy-6x-y+6$

$y^2-13xy+6x+y+36x^2-6=0$

решим как кв относительно y

$$y^2 - y(13x-1) + 36x^2 + 6x - 6 = 0$$

$$D = 169x^2 - 26x + 1 - 144x^2 - 24x + 24$$

$$= 25x^2 - 50x + 24 + 1 = 25(x-1)^2$$

$$\left[\begin{array}{l} y = \dfrac{13x - 1 + 5(x-1)}{2} \\[2ex] y = \dfrac{13x-1-5(x-1)}{2} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} y = 9x - 3 \\ y = 4x + 2 \end{array}\right.$$

подставим это в $9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90$

$y = 9x - 3$

$$9(x^2 - 2x + 1) + (9x - 9)^2 = 90$$

$$9(x^2 - 2x + 1) + 81(x^2 - 2x + 1) = 90$$

$$x^2 - 2x + 1 = 1$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = -3 \\ x = 2 \Rightarrow y = 15 \end{array}\right.$$ ещё $y - 6x \geq 0$

проверим это!

$$-3 - 6 \cdot 0 \geq 0$$

не верно $(0; -3)$ не решение

$$15 - 6 \cdot 2 \geq 0$$

верно $(2; 15)$ решение

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = 4x + 2$

$9(x-1)^2 + (4x-4)^2 = 90$

$9(x^2-2x+1) + 16(x^2-2x+1) = 90$

$5(x^2-2x+1) = 18$

$x^2 - 2x + 1 = \frac{18}{5}$

$x^2 - 2x - \frac{13}{5} = 0$

$5x^2 - 10x - 13 = 0$

$\frac{D}{4} = 25 + 13 \cdot 5 = 90$

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{5 + 3\sqrt{10}}{5} \ (1) \\ x = \frac{5 - 3\sqrt{10}}{5} \ (2) \end{array}\right.$

$\underline{y - 6x \geq 0}$ должно

(1) $y = \frac{20 + 12\sqrt{10}}{5} + 2 = \frac{30 + 12\sqrt{10}}{5}$

(2) $y = \frac{30 - 12\sqrt{10}}{5}$

$\frac{30 + 12\sqrt{10}}{5} - 6 \cdot \left(\frac{5 + 3\sqrt{10}}{5}\right) \geq 0$ <u>не верно</u>

$\underline{-\frac{6\sqrt{10}}{5} < 0}$ это

$$\frac{30-12\sqrt{10}}{5}-6\left(\frac{5-3\sqrt{10}}{5}\right) \vee 0$$

$$\frac{\cancel{30}-12\sqrt{10}-\cancel{30}+18\sqrt{10}}{5} \vee 0$$

$$\frac{6\sqrt{10}}{5} \geq 0$$ подходит!

Ответ: $\left(\frac{5-3\sqrt{10}}{5};\ \frac{30-12\sqrt{10}}{5}\right)$; $(2;15)$

№ 3

$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

$26x-x^2>0$

$\Rightarrow |x^2-26x| = 26x-x^2$

пусть $26x-x^2=t$

$t^{\log_5 12}+t \geq t^{\log_5 13}$

поделим на t (это можно) т.к. $t>0$ и $t=0$ не реш

и сделаем некоторые преобразования

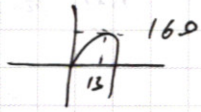
$t^{\log_5 \frac{12}{5}}+1 \geq t^{\log_5 \frac{13}{5}}$

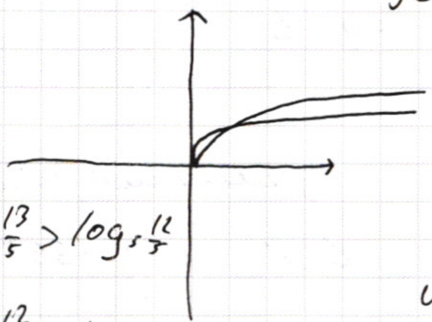
$t=26\cdot x-x^2$ и $t>0$

$t^{\log_5 \frac{13}{5}}-t^{\log_5 \frac{12}{5}} \leq 1$

$\Rightarrow t \in (0;169]$

Эскиз





$\log_5 \frac{13}{5} > \log_5 \frac{12}{5}$

$0<\log_5 \frac{13}{5}<1$

$0<\log_5 \frac{12}{5}<1$

при t от 0 до 1 их разности точно меньше 1, потом их разность начинает расти

и заметим что при $t=25$ выполняется равенство, т.е. нам подходят значения t от 0 до 25 $t \in (0;25]$

$$\begin{cases} 26x-x^2>0 \\ 26x-x^2 \leq 25 \end{cases}$$

$\Rightarrow x \in (0;1] \cup [25;26)$

Ответ: $(0;1] \cup [25;26)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$$|x^2-26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x-x^2)}$$

$26x - x^2 > 0 \Rightarrow |x^2-26x| = 26x - x^2$

пусть $26x - x^2 = t$

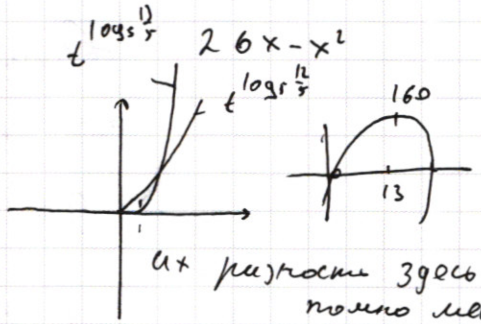
$$t^{\log_5 12} + t \geq 5^{\log_5 13 \cdot \log_5 t}$$

$$t^{\log_5 12} + t \geq t^{\log_5 13}$$

Заметим, что $t \in (0; 169]$

т.к. $t > 0$ и $t = 0$ не решение

$$t^{\log_5 \frac{13}{5}} - t^{\log_5 \frac{12}{5}} \leq 1$$



$$t^{\log_5 \frac{12}{5}}\left(t^{\log_5 \frac{13}{12}} - 1\right) \leq 1$$

их разность здесь точно меньше 1

Заметим что $t = 25$, то выполнено равенство

при $t > 25$ будет это больше 1

(См стр 9 страницу)

$\Rightarrow 0 < t \leq 25$

$0 < 26x - x^2 \leq 25$

$$\begin{cases} x^2 - 26x < 0 & x \in (0; 26) \\ x^2 - 26x + 25 \geq 0 \end{cases}$$

См стр 9 →

$x \in (-\infty; 1] \cup [25; +\infty) \Rightarrow$ Ответ: $(0; 1] \cup [25; 26)$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\frac{8-6x-3ax^2-3xb+2ax+2b}{3x-2}\geq 0$$

$$\frac{3ax^2+3xb-2ax-2b+6x-8}{3x-2}\leq 0$$

$$\frac{3ax^2+x(3b-2a)-2b+6x-8}{3x-2}\leq 0$$

$$\frac{3ax^2+x(3b-2a+6)-2b-8}{3x-2}\leq 0$$

это >0 при $x\in(\frac{2}{3};2)$

рассмотрим $3ax^2+x(3b-2a+6)-2b-8\leq 0$

$a>0$ $\quad -1=2a-b$ Крайнее положение

$a,>0$

$2a+b\leq -1$ общую оценит

x_0 – точка кас прямой и гиперболы

$f'(x_0)=\frac{-12}{(3x_0-2)^2}$ $\qquad a=\frac{-12}{(3x_0-2)^2}$

$$\frac{8-6x_0}{3x_0-2}=\frac{-12x_0}{(3x_0-2)^2}+b$$

$$b=\frac{(8-6x_0)(3x_0-2)+12x_0}{(3x_0-2)^2}\qquad b=\frac{24x_0-16-18x_0^2+12x_0+12x_0}{(3x_0-2)^2}$$

$$b=\frac{-18x_0^2+48x_0-16}{(3x_0-2)^2}$$

$b=-2(9x_0^2-24x_0$

x_0 через a и b, найти зависимость b от a и добавить на графика

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51x+28$ верно для всех x на $(\frac{2}{3}; 2]$

$$\begin{cases} \frac{8-6x-(3x-2)(ax+b)}{3x-2} \geq 0 \\ 18x^2 - x(a+51)+28-b \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{8-6x-(3ax^2+3xb-2ax-2b)}{3x-2} \geq 0 \\ 18x^2 - x(a+51)+28-b \leq 0 \quad (1) \end{cases}$$

при $x=\frac{2}{3}$ и $x=2$ должна быть ≤ 0

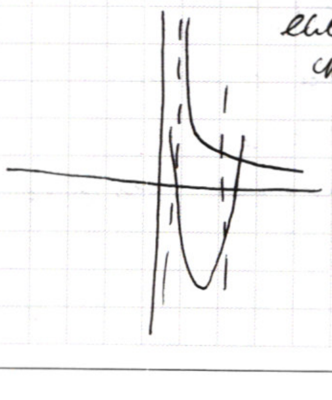
$$\begin{cases} 8-\frac{2}{3}(a+51)+28-b \leq 0 \\ 72-2a-102+28-b \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8-\frac{2}{3}a-34+28-b \leq 0 \\ 2a+b+2 \geq 0 \end{cases}$$

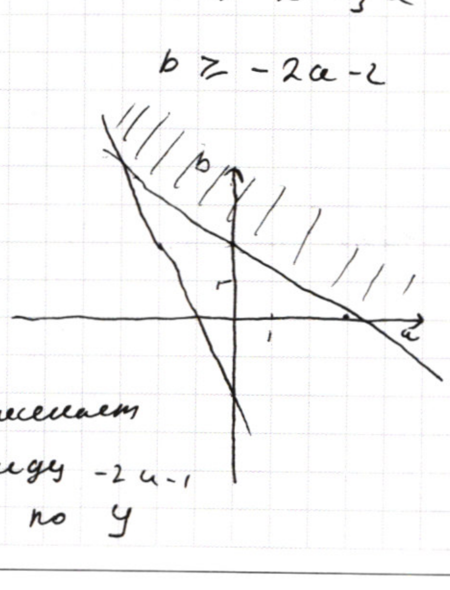
$$\begin{cases} \frac{2}{3}a+b-2 \geq 0 \\ 2a+b+2 \geq 0 \end{cases}$$

$b \geq 2-\frac{2}{3}a$

$b \geq -2a-2$



если страшь лев и прав масть прямая пересекает $x=2$ между $-2a-1$ по y



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

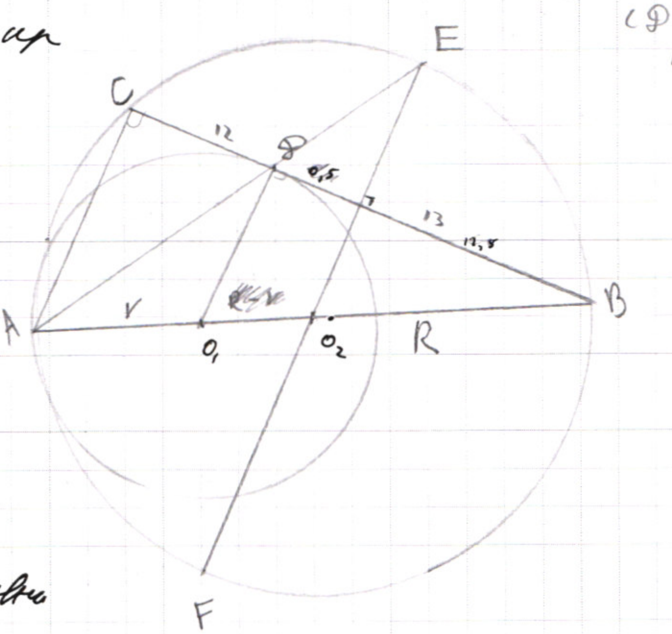
N 4

$\angle AFE$?

$S_{\triangle AFE}$

$CД = 12$

$BД = 13$



O_1 – центр меньшей окр

O_2 – центр большей

$O_2 \in AB$, $AB \perp a$,

a – кас в точ A,

$O_1A \perp a$, т.к. тоже в A касание

$O_1A \perp a$, $O_2A \perp a$

=> $O_1A = O_2A$ (одна и та же прямая)

длины отрезков не равны

=> $AO_1 = r$

$O_1B = AB - AO_1 = 2R - r$

=> составим отношение подобности по подобию △

$\triangle ACB \sim \triangle O_1ДB$

по у + $\angle B$ – общий

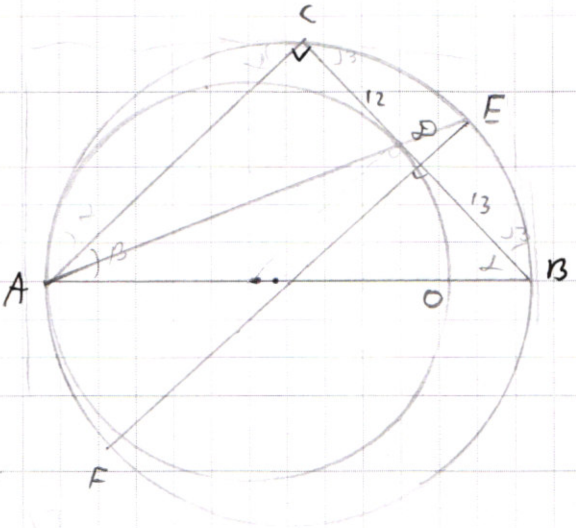
$$\frac{13}{25} = \frac{2R-r}{2R}$$

$$\frac{13}{25} = 1 - \frac{r}{2R}$$

$$\frac{r}{2R} = \frac{12}{25}$$

$$\frac{r}{R} = \frac{24}{25}$$

~~2) если через C и через B провести касательные, которые пересекутся в точке Q, то △CBQ – р/б CQ = QB = x~~



$$\frac{r}{R} = \frac{24}{25} \qquad BO = 2R - 2r$$

$$AB = 2R$$

$$(13)^2 = BO \cdot AB$$

$$169 = (2R - 2r) \cdot 2R$$

$$169 = 4R^2 - 4rR$$

$$169 = 4R^2 - 4 \cdot \frac{24}{25} R^2$$

$$169 = 4R^2 \cdot \frac{1}{25}$$

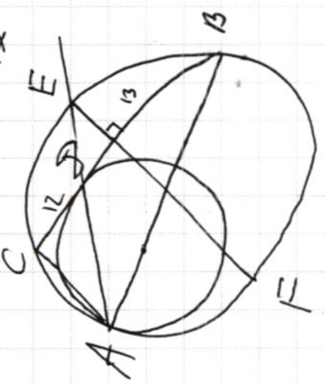
$$\frac{169 \cdot 25}{4} = R^2$$

$$R = \frac{13 \cdot 5}{2} = \frac{65}{2} = 32{,}5$$

$$\Rightarrow r = \frac{\cancel{24}^{12}}{\cancel{25}_5} \cdot \frac{\cancel{65}^{13}}{\cancel{2}_1} = 31\frac{1}{5} = 31{,}2$$

$$\underline{R = 32{,}5 \;,\; r = 31{,}2}$$ это точно

Нарисую, то что нам нужно чуть в увеличенном виде

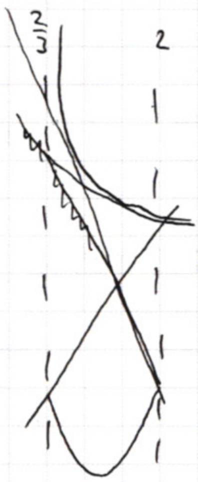


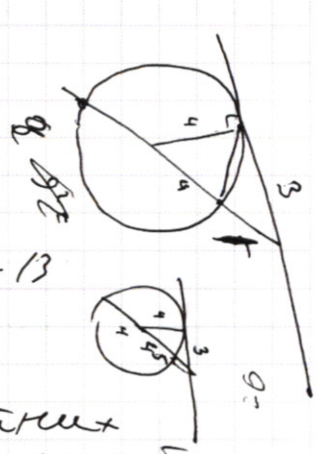
$26x - x^2 > 0$

$|x^2 - 26x| = 26x - x^2$

$t^{\log_5 12} + t \geq t^{\log_5 13}$

$t^{\log_5 \frac{12}{5}} - t^{\log_5 \frac{13}{5}} \geq 1$





— это две крайних положения нашей прямой

$26x - x^2 \geq 0$ $\quad 2 \cdot 13 \cdot 13 - 11^2 = 13^2 = 169$

$x_в = \frac{-26}{-2} = 13$

Ищу значения переменной в интервале в точках

$f(x) = \frac{8-6x}{3x-2}$ $\quad f(\frac{2}{3})$ не опр $\quad g(\frac{2}{3}) = 2$

$f(2) = -1 \quad > 2$ $\quad g(2) = -2$

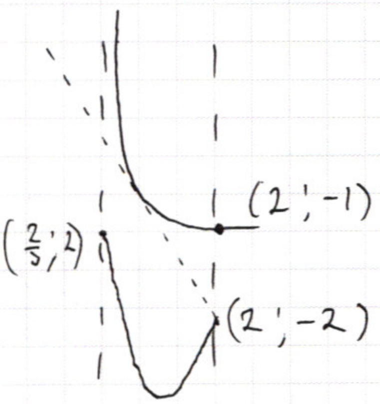
$g(x) = 18x^2 - 51x + 28$

$f(x_0) = 8 -$

$\frac{-6(3x_0-2) - 3\cdot(8-6x_0)}{(3x_0-2)^2}$

$\frac{-\cancel{18x_0} + 12 - 24 + \cancel{18x_0}}{(3x_0-2)^2} =$

$= \frac{-12}{(3x_0-2)^2} = a$



$|t|^{\log_5 12} + (-t) \geq (-t)^{\log_5 13}$

$\frac{4}{9} \cdot 9^2$

$(0;0)$ — ?

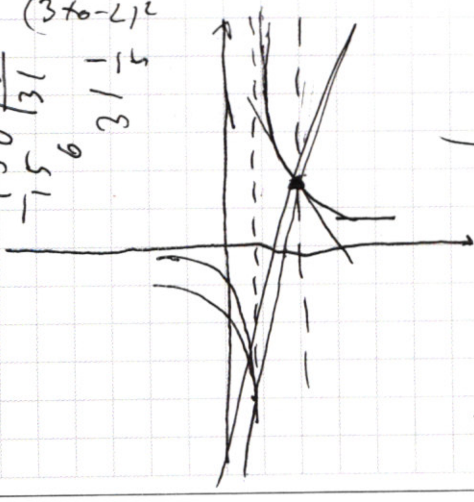
$|x^2 - 26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x - x^2)}$

$|x^2 - 26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 5^{\log_5 13 \cdot \log_5(26x - x^2)}$

$|x^2 - 26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + (26x - x^2)^{\log_5 13}$

$156 \cdot \frac{12 \cdot 13 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2} = $

$156 \,|\, 5 \quad 65 \,|\, 2$



$169 - 13 = 156$, $\quad 156 \,|\, 5 \quad 31$, $\quad -15, 6$, $\quad 31 \,|\, 14$

$a < 0$ только

$a \geq 0$

или

$\boxed{-1 = 2a + b}$

$(2; -1)$

$\frac{2}{59} = \frac{2}{51 + 0.5}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2 - 51x + 28$$

$(26x-x^2)^{\log_5 12} + 26x - x^2 \geq 13^{\log_5(26x-x^2)}$ $\quad 18x^2 - 51x + 28 = 0$

$26x \; t^{\log_5 12} + t \geq t^{\log_5 13}$ $\quad x_{верш} = \frac{51}{36} = \frac{17}{12}$

$y_{верш} = \frac{3}{2} \cdot \frac{289}{\frac{12}{4}} - \frac{17^2}{4} + 28 =$

$t \in (0; 169)$ $\quad = \frac{17^2}{8} - \frac{17^2}{4} + 28 =$

$5^{\frac{\log_5 13 \cdot \log_5(26x-x^2)}{26}}$ $\quad = \frac{-17^2}{8} + 28 =$

$= -\frac{289}{8} + 28$

$t^{\log_5 \frac{13}{5}} - t^{\log_5 \frac{12}{5}} \leq 1$

$-36,\ldots + 28$

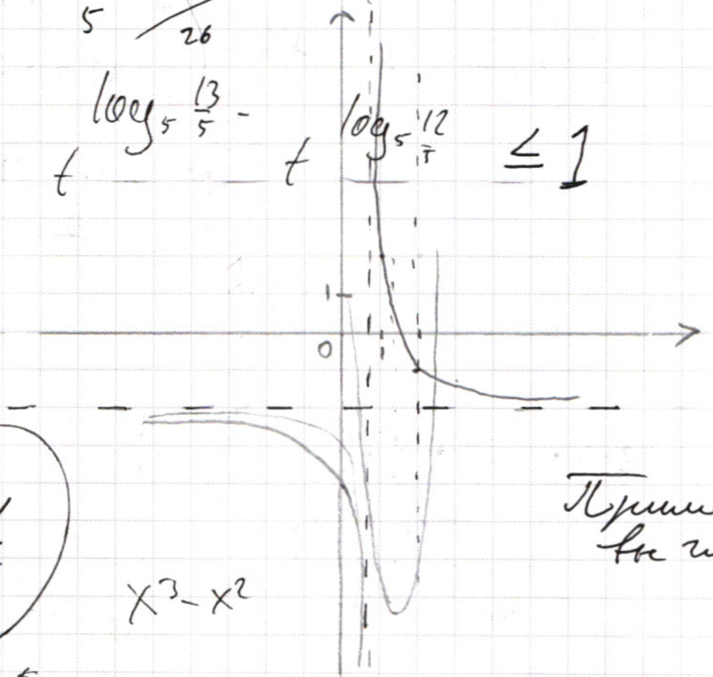
$-7,\ldots$

$24x_0 - 16 - 18x_0^2 + 12x_0 + 12x_0$

$-18x_0^2 + 48x_0 - 16$

$-2(9x_0^2 - 24x_0 + 8)$

$3 \cdot 2 / 2$

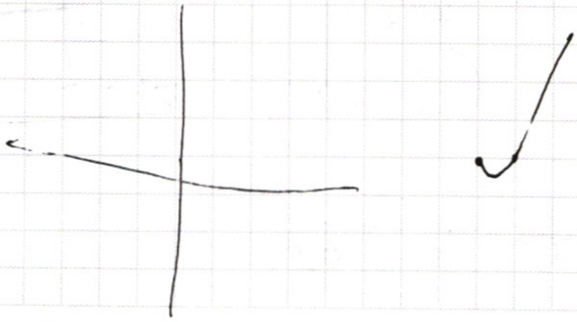


$\frac{169}{25} - \frac{144}{25}$

$x^3 - x^2$

Примерно как это выглядит

от $\frac{2}{3}$ до 2 наша прямая $ax+b$ должна быть „под" гиперболой, но над параболой



$\frac{8-18}{18-2} = \frac{-10}{16}$

$1 - 2\sin^2\alpha = \frac{8}{17}$ $\frac{9}{17} = 2\sin^2\alpha$

$\sin x + \sin y = \frac{\sin(x+y) + (\cos(x-y))}{2}$

~~$\sin x + \sin y = \frac{1}{2}\sin\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}$~~

$\sin\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\frac{\pi}{6}$

$\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$

$\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$

$\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$

$\sin(x+y) + \sin(x-y) = 2\sin x \cdot \cos y$

$\frac{8-18}{9-2} = \frac{-10}{7}$ $\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}$

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}$

$\sin\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3} = 2\sin\frac{\pi}{4} \cdot \cos\frac{\pi}{6} =$

$= 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

$x=10 \quad y=9$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

$x=4 \quad y=9$

$(4;9)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta +$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{51}{36}$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{17}}{17}$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\frac{8-6x}{3x-2}$

$9 \cdot 3^2 = 81$

$(9-6)^2 = 3^2 \cdot 9$

$y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}$

$9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45$

$9 \cdot 16 + 81 - 72 - 108 = 45$

$9x^2 - 18x + 9 + y^2 - 12y + 36 = 90$

$126 + 81 - 72 - 108 = 45$

$9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90$

$207 - 180 = 45$

$27 = 45$

$y^2 - 13xy + 36x^2 + 6x + y - 6 = 0$

$9 \cdot 16 =$ 144

$45 + 90 + 54$

$y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}$

$y - 6x \geq 0$

$y \geq 6x$

$y^2 + 36x^2 - 12xy = xy - 6x - y + 6$

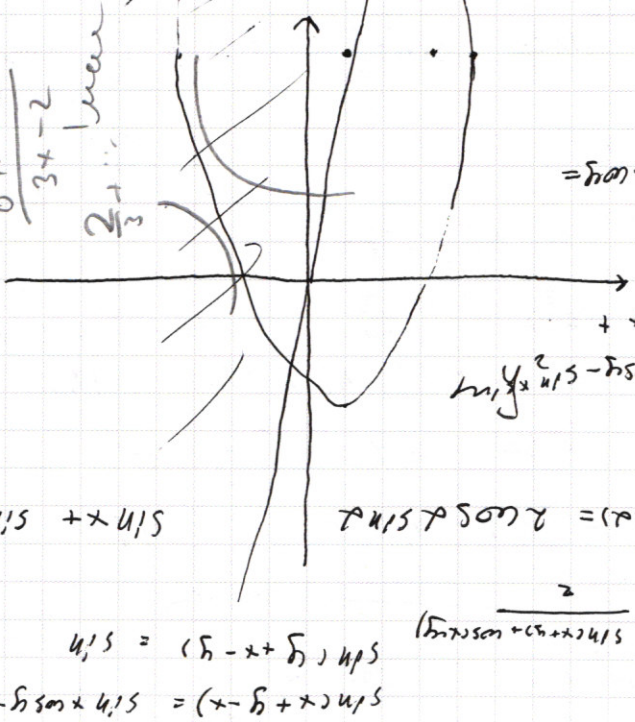
$\frac{6x-8}{3x-2}$

$\operatorname{tg} 2\alpha + 4 = -\frac{1}{\sin 2\alpha}$

$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{1}{\sin 2\alpha} + 4$

$18 \cdot 4 = 36 \cdot 2 = 72$

$72 - 102 + 28 = 100 - 102 = -2$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)