МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2},\\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5

Заметим, что $f(a^2)=0=f(a)+f(\frac{1}{a})+f(2)$, значит

$f(x)=-f(\frac{1}{a})$.

$f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$, нужно все такие пары $(x;y)$, условиям задачи, когда что $f(x)<f(y)$. Пользуясь ~~тем, что $f(ab)=f(a)+f(b)$~~:

$f(1)=0$; $f(2)=0$; $f(3)=0$; $f(4)=0$; $f(6)=0$; $f(8)=0$;
$f(9)=0$; $f(12)=0$; $f(16)=0$; $f(18)=0$; $f(24)=0$.

$f(5)=1$; $f(7)=1$; $f(10)=1$; $f(15)=1$; $f(20)=1$;
$f(21)=1$; $f(14)=1$; $f(11)=2$; $f(13)=3$; $f(17)=4$
$f(22)=2$; $f(19)=4$; $f(23)=5$.

I a.) $f(x)=0$, таких x 11, тогда $f(y)>0$, таких y 13, всего $11\cdot 13=143$ способа.

II a.) $f(x)=1$, таких x 7, тогда $f(y)>1$, таких y 6, всего $7\cdot 6=42$ способа (выбираем любой из x, и любой из y)

III a.) $f(x)=2$, таких x 2, тогда $f(y)>2$, таких y 4, всего $2\cdot 4=8$ способов

IV a.) $f(x)=3$, таких x 1, тогда $f(y)>3$, таких y 3, всего $1\cdot3=3$ способа

V сл.) $f(x)=4$, таких x 2, тогда $f(y)>4$, таких y 1, всего $2\cdot1=2$ способа.

Эти 5 случаев независимы друг от друга, поэтому общее количество способов (пар) $2+3+8+42+143=$

$=198$

Ответ: 198.

№3 $5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2+18x\geq(x^2+18x)^{\log_{12}13}$

Ограничение на логарифм:
$x^2+18x>0$

Пусть $x^2+18x=t$; $t>0$:

$5^{\log_{12}t}+t\geq t^{\log_{12}13}$

$5^{\log_{12}t}+12^{\log_{12}t}\geq13^{\log_{12}t}$

Пусть $\log_{12}t=\alpha$:

$5^\alpha+12^\alpha\geq13^\alpha$; при $\alpha<0$ ~~$12^\alpha-13^\alpha$~~ $13^\alpha-12^\alpha<0<5^\alpha$, поэтому все $\alpha<0$ подходят $\alpha=0$ тоже подходит: $\log_{12}t\leq0$

$t\leq1$

$x^2+18x-1\leq0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta=-\frac{4}{5}$

$\cos 2\beta=\frac{2}{\sqrt5}$

$\sin 2\beta=\pm\frac{1}{\sqrt5}$

I случай: $\sin 2\beta=\frac{1}{\sqrt5}$:

$\sin 2\alpha\cos 2\beta+\cos 2\alpha\sin 2\beta=-\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{2}{\sqrt5}+\cos 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt5}=-\frac{1}{\sqrt5}\ \Big|:\frac{2}{\sqrt5}$

$2\sin\alpha\cos\alpha+\frac{1}{2}\cos 2\alpha=-\frac{1}{2}$

$2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$

$2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=0\ \ |:\cos\alpha\neq0$

$2\sin\alpha+\cos\alpha=0\ \ |:\cos\alpha\neq0$

$\boxed{\operatorname{tg}\alpha=-\frac{1}{2}}$

II случай: $\sin 2\beta=-\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{2}{\sqrt5}-\cos 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt5}=-\frac{1}{\sqrt5}\ \Big|:\frac{2}{\sqrt5}$

$2\sin\alpha\cos\alpha+\frac{1}{2}-\cos^2\alpha=-\frac{1}{2}$

$2\sin\alpha\cos\alpha-\cos^2\alpha=-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$

$2\sin\alpha\cos\alpha+\sin^2\alpha=0$

Откуда либо $\sin\alpha=0$ и $\operatorname{tg}\alpha=0$, либо $2\cos\alpha+\sin\alpha=0$

и $\operatorname{tg} \alpha = -2$.

Ответ: $-2; -\frac{1}{2}; 0$.

№2

ОДЗ: $(x-2)(y-1) \geq 0$

$$\begin{cases} x-2y = \sqrt{(x-2)(y-1)} \\ (x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y \geq 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = (x-2)(y-1) \\ (x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y \geq 0 \\ x^2 - 5xy + x + 4y^2 + 2y - 2 = 0 \\ (x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25 \end{cases}$$

Второе уравнение системы преобразуем:

$(x-4y-2)(x-y-1) = 0$, откуда 2 случая:

1) $x = y+1$, подставим в третье уравнение

$10(y-1)^2 = 25$

$2y^2 - 4y - 3 = 0$

$y = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$, если $y = \frac{2+\sqrt{10}}{2}$, $x = \frac{4+\sqrt{10}}{2}$

$x - 2y = -\frac{\sqrt{10}}{2} < 0$; если $y = \frac{2-\sqrt{10}}{2}$; $x = \frac{4-\sqrt{10}}{2}$,

$x - 2y = \frac{\sqrt{10}}{2} > 0$, поэтому первый случай не является решением, а второй является.

2) $x = 4y+2$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(4y-4)^2+9(y-1)^2=25$

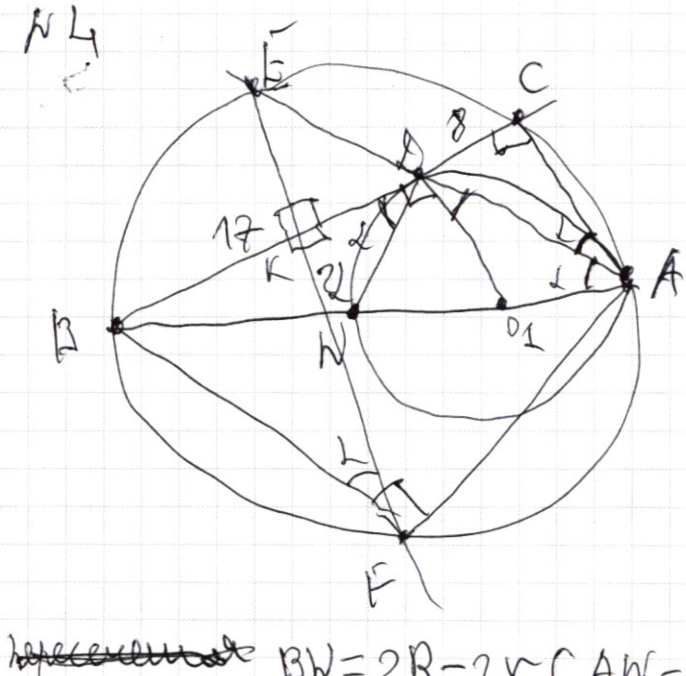
$16y^2+16-32y+9y^2+9-18y=25$

$25y^2-50y=0$

$\left[\begin{array}{l} y=0, \quad x=-2 \quad \text{и } x-2y<0 \\ y=2, \quad x=6 \quad \text{— удовлетворяет условию} \end{array}\right.$

Ответ: $(6;2) \cup \left(\frac{4-\sqrt{10}}{2}; \frac{2-\sqrt{10}}{2}\right)$.

№4



Пусть O_1 — центр меньшей окружности; N — точка пересечения AB и меньшей окружности; R — радиус большей окружности; r — радиус меньшей окружности, тогда $AB=2R$; ~~BN = 2R-2r~~ $AN=2r$ ~~точка пересечения~~ $BN=2R-2r$ (AN — диаметр меньшей окружности т.к. точка касания лежит на линии центров)

$\angle NDA=90^\circ$ (опирается на диаметр) $=\angle NDO_1+\angle O_1DA$

$\angle BDO_1=90^\circ=\angle NDO_1+\angle BDN$, значит $\angle BDN=\angle O_1DA$, также $\angle BDN=\angle NAD$ (угол между касательной BD и хордой DN). Далее прямые O_1D и

CA параллельны ($CA \perp BC$, т.к. $\angle BCA$ опирается на диаметр и $O_1D \perp BC$), поэтому $\angle O_1DA = \angle DAC$, как накрест лежащие углы, значит $\angle DAC = \angle DAO_1$ и DA биссектриса в $\triangle BCA$, по св-ву биссектрисы: $\frac{CD}{DB} = \frac{CA}{AB}$; $CA = \sqrt{BA^2 - 625}$, из прямоугольного треугольника ABC.

$$\frac{8}{17} = \frac{\sqrt{BA^2-625}}{AB}$$ (обе части неотрицательны, возведём в квадрат)

$$\frac{64}{289} = \frac{BA^2-625}{BA^2}; \quad BA^2 = \frac{625 \cdot 289}{225}; \quad BA = \frac{25 \cdot 17}{15} = 2R$$

$$R = \frac{25 \cdot 17}{30} = \frac{85}{6}.$$

По ~~св-ву~~ теореме о касательной и секущей: $BD^2 = BN \cdot BA$

$$BN = \frac{289 \cdot 3}{85} = 2R - 2r$$

$$2r = \frac{85}{3} - \frac{289 \cdot 3}{85}$$

$$r = \frac{85}{6} - \frac{289 \cdot 3}{170} = \frac{85 \cdot 170 - 289 \cdot 18}{6 \cdot 170}.$$

Пусть $\angle DAC = \alpha$, ~~тогда $\angle FNB = 2\alpha$ (прямые EF~~ CA, ~~O_1D параллельны, так как $EF \perp BC$)~~ $\angle FNB = \angle CAB$ ~~как соответственные углы~~

$$\angle B\cancel{AF}\,FE = \angle BAE = \frac{BE}{2} = \alpha$$

$$\angle BFA = 90^\circ; \quad \angle AFE = 90^\circ - \alpha$$

$$\sin\alpha = \cos(90^\circ - \alpha) = \frac{8}{DA} = \frac{8}{AC^2 + DC^2}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin\alpha = \frac{8}{\frac{85^2}{3^2} - 625 + 64}$$

$$\angle AFE = \arccos\left(\frac{8}{\frac{85^2}{3^2} - 561}\right)$$

Ответ: $R = \frac{85}{6}$; $r = \frac{85 \cdot 170 - 289 \cdot 18}{6 \cdot 170}$; $\angle AFE = \arccos\left(\frac{8}{\frac{85^2}{3^2} - 561}\right)$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(23)=5;\ f(24)=0$

$f(22)=2$

$f(21)=1$

$f(20)=1$

$f(19)=4$

$f(18)=0$

$f(17)=4$

$f(16)=0$

$f(15)=1$

$f(14)=1$

$f(13)=3$

$f(1,2,3,4)=0$

$f(5)=1$

$f(6)=0$

$f(7)=1$

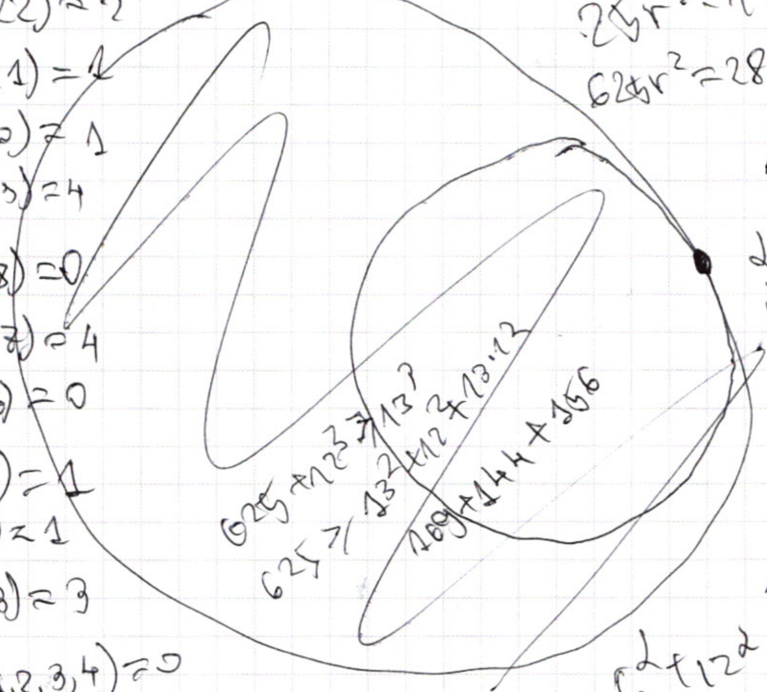
$f(8)=0$

$f(9)=0$

$f(10)=1$

$f(11)=2$

$f(12)=0$



$25r=17\sqrt{625+4R^2}$

$625r^2=289\cdot625+289\cdot4R^2$

$AC=\sqrt{625+4R^2}=\frac{25}{17}r$

$\alpha-1\geq0$

$\alpha\geq1$

$\sqrt{17}-2r=\frac{17\sqrt{27}}{2}$

$\frac{2R-2r}{2R}=\frac{17}{25}$

$\Delta BHW\sim\Delta BCA\ \ k=\frac{17}{25}$

$5^\alpha+12^\alpha\geq13^\alpha$

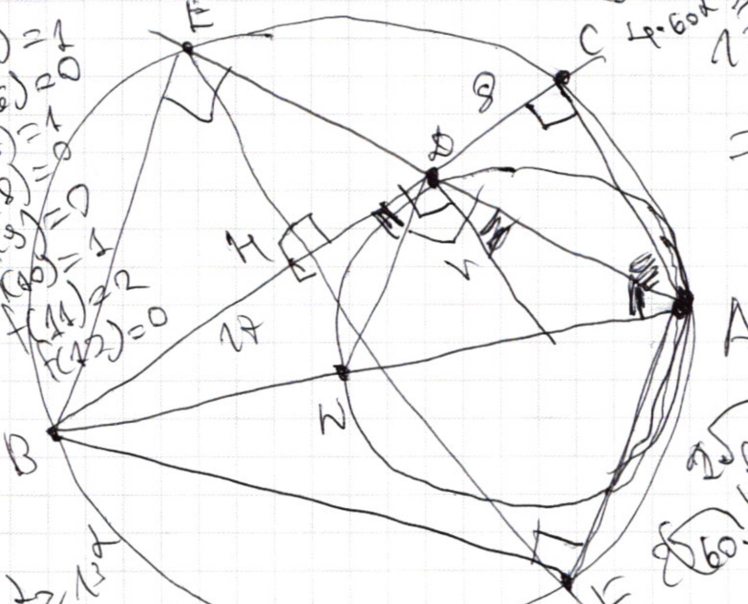
$4\cdot60^\alpha\geq169^2$

$\alpha\geq\log_{12}(13^{2}\ldots)$

$17^2=BA\cdot BW=$

$=2R(2R-2r)$

$=2R\cdot\frac{17}{25}\cdot2R$



$17=\frac{4R^2}{25}$

$2\sqrt{60^{\log_{12}t}}$

$R=\frac{\sqrt{17\cdot25}}{2}$

$8\sqrt{60}$

$5^\alpha+12^\alpha\geq13^\alpha$

$5^\alpha>0$

$13^\alpha-12^\alpha$

$\frac{BA}{AC}=\frac{17}{8}$

$2R=\frac{17}{8}\cdot\sqrt{625+4R^2}$

$4R^2=\frac{289}{64}\cdot625+\frac{289}{64}\cdot4R^2$

$\frac{256R^2}{289}=625+4R^2$

$r\geq$

$f(1)=f(x)+f(\frac{1}{x})$

$0=f(x)+f(\frac{1}{x})$

$f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{85^2}{3^2}-625+64=AD^2$$

$$\frac{85^2}{3^2}-\frac{561\cdot 3^2}{3^2}=AD^2$$

$$\begin{array}{r} +109 \\ 61 \\ \hline 109 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 654 \\ \hline 6649 \end{array}$$

$$\frac{6649}{9} + 64\cdot 9$$

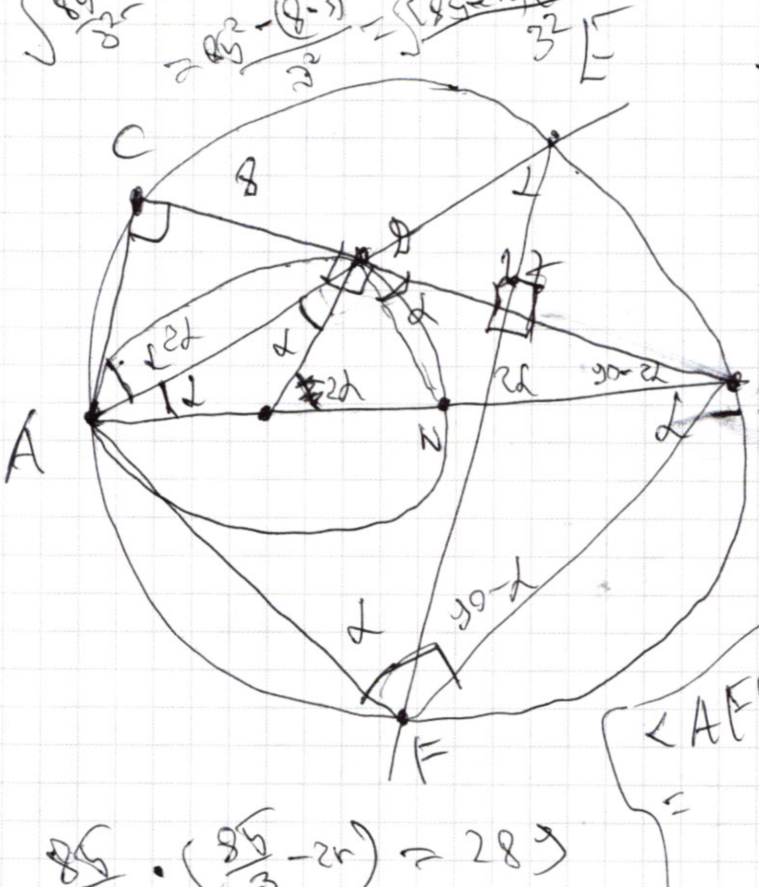
$$\sqrt{\frac{85^2}{3^2}-64}=\frac{85^2-(8\cdot 3)^2}{3^2}=\sqrt{\frac{(85-24)(85+24)}{3^2}}=\frac{\sqrt{61\cdot 109}}{3}$$

$$1076+256=$$

$$=1332R^2$$

$$1156R^2+256R^2=$$

$$\frac{AC}{AB}=\frac{8}{17}\quad =1412R^2$$



$$\frac{16R}{17}=AC$$

$$625-4R^2=\frac{256R^2}{289}$$

$$625=\frac{289\cdot 4R^2+256R^2}{289}$$

$$4R^2-\frac{256R^2}{289}=625$$

$$\frac{900R^2}{289}=625$$

$$\angle AFE=$$

$$=$$

$$R^2=\frac{289\cdot 625}{900}$$

$$\boxed{R=\frac{17\cdot 25}{30}=}$$

$$=\frac{85}{6}$$

$$\frac{85}{3}\cdot\left(\frac{85}{3}-2r\right)=289$$

$$\frac{85^2}{3^2}-\frac{170r}{3}=289\cdot 3$$

$$\frac{85^2}{3}-289\cdot 3=170r$$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases}(x-2)^2+9(y-1)^2=25\\(x-4y+2)(x-y-1)=0\end{cases}$$

$x=y+1$

1) $(y-1)^2=2,5$

$y^2-2y-1,5=0 \quad |\cdot 2$

$2y^2-4y-3=0$

$D=16+24=40$

$y=\frac{4\pm\sqrt{40}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$

$y=\frac{2+\sqrt{10}}{2}$; $x=\frac{4+\sqrt{10}}{2}$

не удовл не удовл

$\frac{\sqrt{10}}{2}=\frac{4+\sqrt{10}}{2}-\frac{4-2\sqrt{10}}{2}$ $\frac{2\sqrt{10}}{2}$

$y=\frac{2-\sqrt{10}}{2}$; $x=\frac{4-\sqrt{10}}{2}$

удовл удовл

$x=4y-2$

2) $(4y-4)^2+9(y-1)^2=25$

$16y^2+16-32y+9y^2+9-18y=$
$=25$

$25y^2-50y=0$

$y(y-2)=0$

$y=0$; $x=-2$

$y=2$; $x=6$

удовл удовл

$\frac{4-\sqrt{10}}{2}$ $-2+\sqrt{10}$ $=\frac{\sqrt{10}}{2}$

$\log_3(4+4)$

$5+4\geq 8$

ОДЗ: $x^2+18x>0$

$(x^2+18x)^{\log_{12}5}+x^2+18x\geq(x^2+18x)^{\log_{12}13}$

$a^{\log_b\frac{c}{d}}+a^{1-\log_b d}\geq 1$

$\log_{12}5\cdot\log_{12}(x^2+18x)$

$a^{\log_b c}+a\geq a^{\log_b d}$

$\frac{a^{\log_b c}}{a^{\log_b d}}+\frac{a}{a^{\log_b d}}\geq 1$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$a^{\log_b c - \log_b d} + a^{1-\log_b d} \geq 1 \quad | : a^{1-\log_b d}$

$a^{\log_b c - 1} + 1 \geq a^{1-\log_b d}$

$5^t + \log_{12} t \geq 13^t$

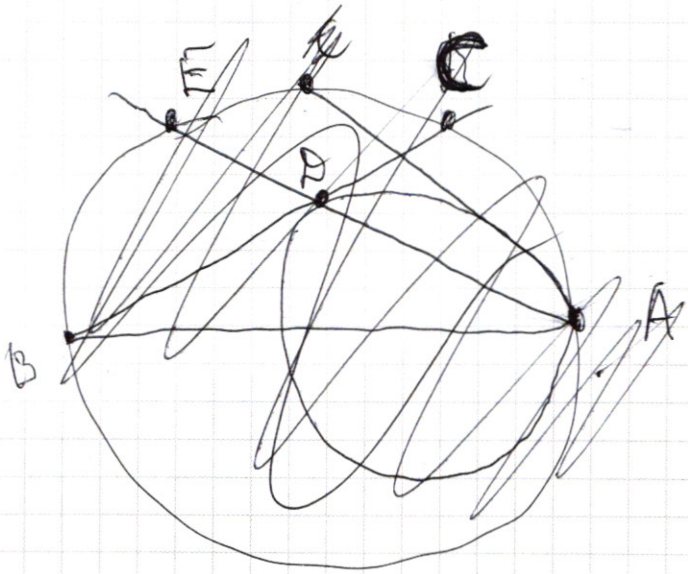
$\log_{12} t \geq 13^t - 5^t$

$(\log_a x)' = \frac{(\ln x)'}{(\ln a)'} = \frac{\frac{1}{x} \cdot \ln a}{(\ln a)^2} = \frac{1}{x \ln a}$

$\frac{1}{t \ln 12} = 0 \quad ; t > 0 \quad f'(x) > 0 \Rightarrow f(x) \nearrow$

$(a^x)' = (e^{\ln(a^x)})' = (e^{x \ln a})' = \cancel{x \ln a} = e^{x \ln a} \cdot (x \ln a)' =$

$= a^x \cdot \ln a = 13^t \cdot \ln 13 - 5^t \cdot \ln 5$



$f(\frac{x}{y}) = f(x) + f(\frac{x}{y})$

$\frac{1}{2} \log_{12} t$

$5^2 \quad 13^2 - 12^2$

$t^{\log_{12^2}(13^2 - 12^2)} +$

$+ t^{\log_{12^2} 12^2} \geq t^{\log_{12^2} 13^2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\sin 2\alpha + \frac{1}{2}(2\cos^2\alpha - 1) = -\frac{1}{2}$

$\sin 2\alpha + \cos^2\alpha - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$\sin 2\alpha + \cos^2\alpha = 0$

$2\sin\alpha + \cos\alpha = 0 \quad |:\cos\alpha$

$2tg\,\alpha + 1 = 0$

$\boxed{tg\,\alpha = -\frac{1}{2}}$

2) $\sin 2\alpha - \frac{1}{2}\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$

$2\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$2\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha = -1$

$2\sin\alpha\cos\alpha - \cancel{\cos^2\alpha} = -\sin^2\alpha - \cancel{\cos^2\alpha}$

$2\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha = 0$

$\left[\begin{array}{l} tg\,\alpha = 0 \\ 2\cos\alpha + \sin\alpha = 0 \quad |: \quad tg\,\alpha = -2 \end{array}\right.$

x

$x^2 - 4yx + 2x - xy + 4y^2 + -2y - x + 4y - 2$

$(x - 4y + 2)(x - y - 1) = 0$

$(*) \left[\begin{array}{l} x = 4y - 2 \\ x = y + 1 \end{array}\right.$

$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2} \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12 \end{cases}$

$\cancel{(x-2)^2 + 9y^2 - 18y = 16}$

$x(y-1) - 2(y-1) \geq 0$

$(x-2)(y-1) \geq 0$

$x = \frac{5y - 1 \pm (3y - 3)}{2}$

$\cancel{x^2 - 4xy + 4y^2 = x^2 - 4x + 4}$

$\begin{cases} (x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = (x-2)(y-1) \end{cases}$

$x^2 - 4xy + 4y^2 = xy - 2y - x + 2$

$(*)\ x^2 - 5xy + x + 4y^2 + 2y - 2 = 0$

$x^2 + x(-5y + 1) + 4y^2 + 2y - 2 = 0$

$\boxed{D = 25y^2 + 1 - 10y - 16y^2 - 8y + 8 = 9y^2 - 18y + 9}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2(\alpha+\beta)) = -\frac{1}{2\sqrt{5}} = 2\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha+\beta)$

$\sin(2(\alpha+2\beta)) = -\frac{4}{10} = 2\sin(\alpha+2\beta)\cdot\cos(\alpha+2\beta) +$

$+ 2\sin\alpha \, \overset{\cos}{\cancel{\sin\beta}}$

$\cancel{-\frac{4}{10} = \sin\alpha \, \overset{\cos\alpha}{\sin\beta} + (\sin\alpha\cos2\beta + \cos\alpha\sin2\beta)(\cos\alpha}$

$\cancel{\cos2\beta + \sin\alpha\sin2\beta)}$

$\cancel{\frac{4}{10} = \sin\alpha\cos\alpha +}$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos2\beta = -\frac{4}{5}$

$\cos2\beta = -\frac{4}{5} : \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{2}{\sqrt{5}}$; $\sin2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos\beta = \frac{8}{5} - 1 = \frac{3}{5}$; $\sin\beta = \pm\frac{4}{5}$

$\sin2\alpha\cos2\beta + \cos2\alpha\sin2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin(2\alpha+2\beta) + \sin2\alpha + \sin(2\alpha+4\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{4}{5}$

$2\sin(2\alpha+\beta)\cdot\cos\beta + \sin(2\alpha+4\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{4}{5}$

1) $\sin2\alpha\cos2\beta + \cos2\alpha\sin2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin2\alpha\frac{2}{\sqrt{5}} + \cos2\alpha\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ $| : \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sin2\alpha + \frac{1}{2}\cos2\alpha = -\frac{1}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)