МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{№1}$

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17} \quad (2) \end{cases} \qquad tg\alpha - ?$$

Пусть $t = 2\alpha+2\beta$, тогда: (1) $\sin t = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

(2) $\sin(\cancel{2}\ t+2\beta)+\sin(t-2\beta) = -\frac{8}{17}$

$2\sin t\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

$\frac{2}{\sqrt{17}} \cdot \cos 2\beta = \frac{8}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\left(\sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}\right)$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2\alpha + \cancel{\sin}\cos 2\alpha = -1 \quad (3)$

$\cancel{\sqrt{17}\sin(2\alpha - \frac{\pi}{4}) = -1}$

$4\sin 2\alpha + \sqrt{1-\sin^2 2\alpha} = -1$

$\sin 2\alpha = b$

$$\begin{cases} (4b+1)^2 = \cancel{4}\ 1-8b^2 \\ 4b+1 \le 0 \ (3) \end{cases}$$

$y \geq \frac{2}{3}$

$-1 - \frac{2}{3} \quad x \geq 1$

$17b^2+8b = 0 \Rightarrow \underbrace{b=0}_{\text{н.уд.(3)}}, \ \underbrace{b=-\frac{8}{17}}_{\text{уд.(3)}}$

$\sin 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha} \quad -\frac{8}{17} - \frac{8}{17}tg^2\alpha = 2tg\alpha$

$4tg^2\alpha + 17tg\alpha + 4 = 0$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №1

(Нумеровать только чистовики)

$$\boxed{\begin{array}{l} tg\alpha = -4 \\ tg\alpha = -\frac{1}{4} \end{array}}$$

из (3): если $\sin 2\alpha = 0$ ($\beta = 0$), то

$$\cos 2\alpha = -1$$

$$tg 2\alpha = 0 \quad (tg\alpha\ \varnothing)$$

при $\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$, $\alpha = 0$

$$\boxed{tg\alpha = 0}$$

Ответ: $-4; -\frac{1}{4}; 0$

$\boxed{N3}$

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$$

$t = x^2+6x$, т.к. из одз $x^2+6x>0$, то
$|x^2+6x| = x^2+6x$

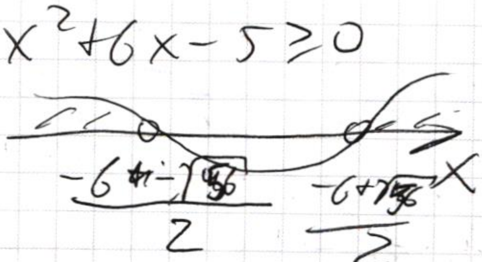
$$3^{\log_4 t} + t \geq t^{\log_4 5}$$

$$3^{\log_4 t} + t^{\log_4 4} \geq t^{\log_4 5}$$

$$3^{\log_4 t} + 3^{\log_3 t} \geq 3^{\log_4 5 \cdot \log_3 t}$$

$$f(t) = 3^{\log_4 t} + 3^{\log_3 t} - 3^{\log_4 5 \cdot \log_3 t} \ (\geq 0)$$

$t \geq 5 \qquad x^2+6x-5 \geq 0$



Ответ: $(-\infty; \cancel{\frac{-6-\sqrt{56}}{2}}\ -3-\sqrt{14}) \cup (-3+\sqrt{14}]; +\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$$

$x \in (1;3)$

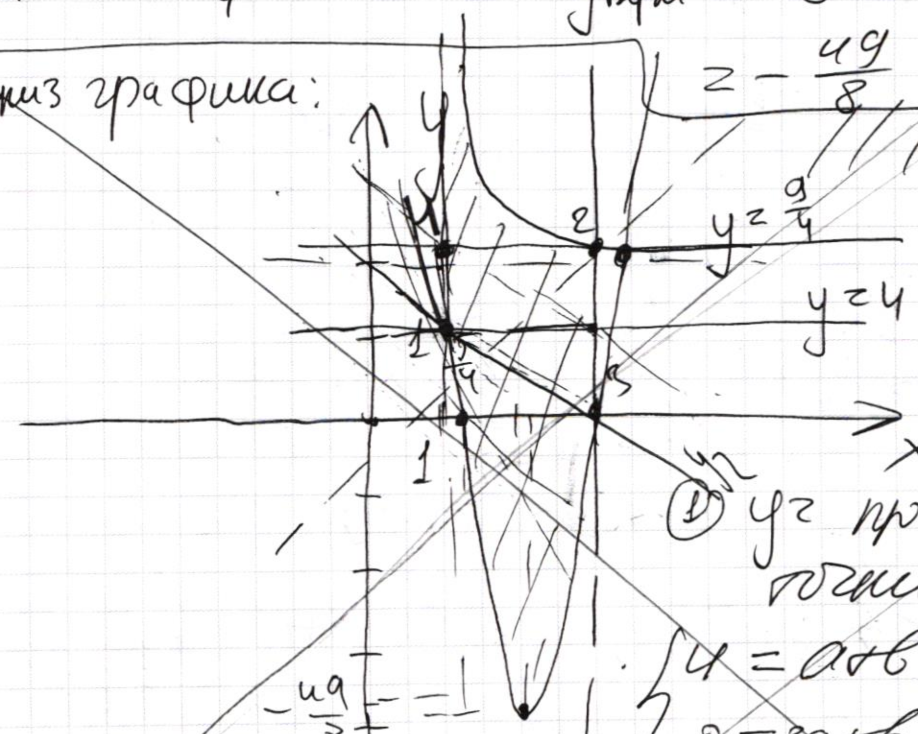
$y_1 = \frac{4x-3}{2x-2}$ $\quad y_1 = 2 + \frac{\frac{1}{2}}{x-1}$ – гипербола

$y_2 = ax+b$ – прямая $\quad y_3 = 8x^2-34x+30$ – парабола

$x_1 = 3$ $\quad\longleftarrow\quad$ $x_{верш.} = \frac{34}{16} = \frac{17}{8}$

$x_2 = \frac{5}{4}$ $\quad$ $y_{верш} = \frac{289}{8} - \frac{17\cdot 34}{8} + 30 = -\frac{49}{8}$

Эскиз графика:



/// – удовлетворяет $y_1 \geq y_3$

① y_2 проходит через точки 1, 3

$$\begin{cases} 4 = a+b & (т. 1) \\ 0 = 3a+b & (т. 3) \end{cases}$$

$\boxed{a=-2,\ b=2}$

② y_2 проходит через точки 4, 3 $\quad \begin{cases} 0 = 3a+b \\ \frac{9}{4} = a+b \end{cases}$

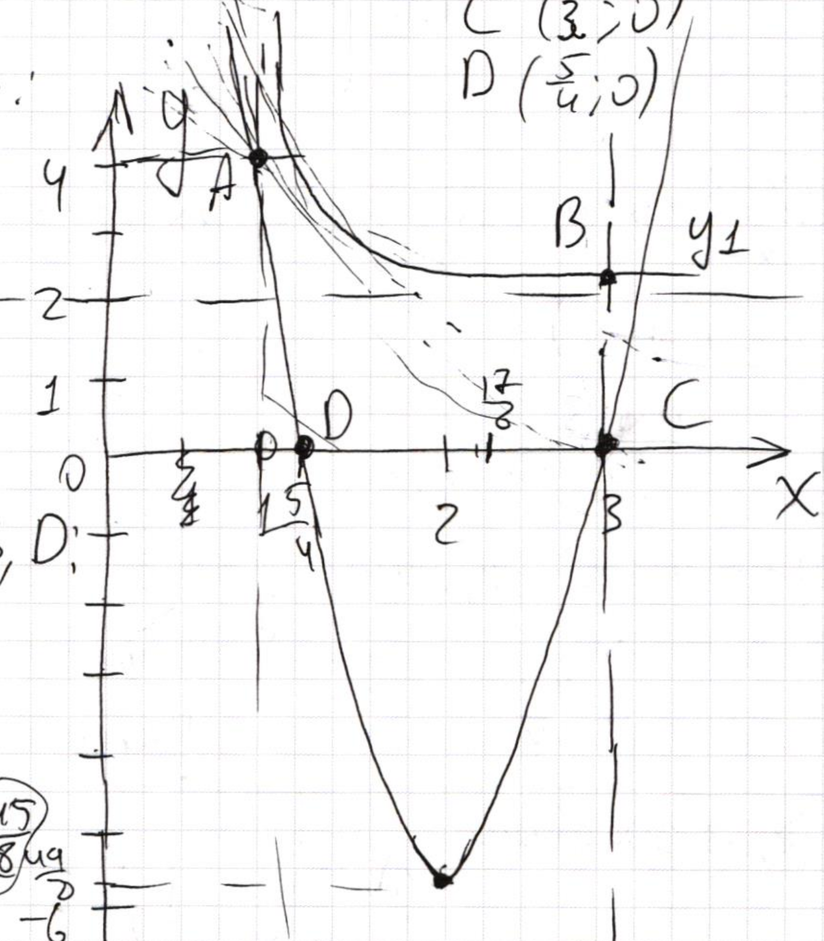
$a = -\frac{9}{8}$, $b = \frac{27}{8}$

③ через т. 1 и т. 2

$\begin{cases} 4 = a + b \\ \frac{9}{4} = 3a + b \end{cases}$ $a =$

A(0; 4)
B(3; $\frac{9}{4}$)
C(3; 0)
D($\frac{5}{4}$; 0)

эскиз графика:



$x = 1$

$y_3 = 8 - 34 + 30 =$
$= 4$

$y_1 \geq y_2 \geq y_3$

① y_2 проходит через B, D:

$\begin{cases} \frac{9}{4} = 3a + b \\ 0 = \frac{5}{4}a + b \end{cases}$

$a = \frac{9}{7}; b = \frac{-45}{28}$

② y_2 проходит через A, C:

$\begin{cases} 4 = b + a \\ 0 = 3a + b \end{cases}$ $a = -2$; ~~b~~ $= 6$

③ ~~найдем y_2 - касательная к y_1~~ y_2 может проходить через т. A и через точки отрезка BC

$y_1 = 2 + \frac{1}{2x - 2}$ $\quad y_2 = ax + b$

$\begin{cases} y_1' = y_2' \\ y_1 = y_2 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} \frac{2}{(2x-2)^2} = a \\ 2 + \frac{1}{2x-2} = ax + b \end{cases}$

$4 = a + b$

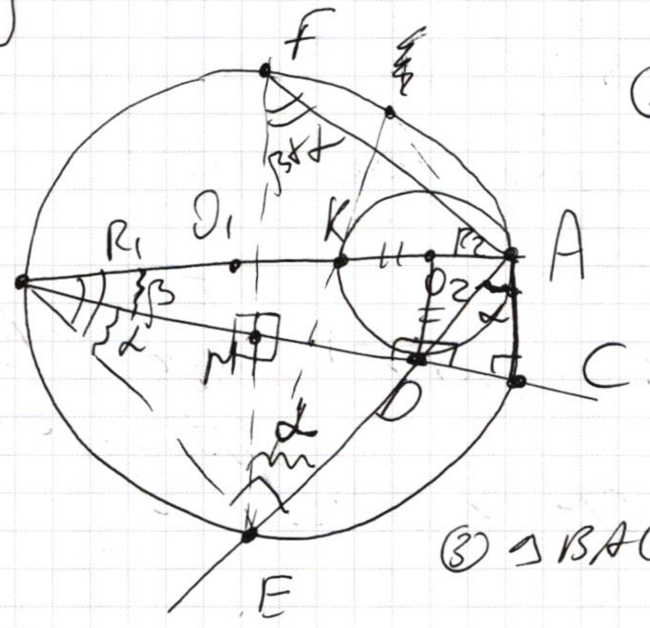
$-2 \leq a \leq -\frac{7}{8} \leftarrow 0 \leq 3a + b \leq \frac{9}{4}$

Ответ: $(\frac{9}{7}; -\frac{45}{28})$; $(-2; 6)$; $([-2; -\frac{7}{8}]; [\frac{39}{8}; 6])$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



1) $BD^2 = BK \cdot BA = (2R_1 - 2R_2)\cdot 2R_1 = 4R_1(R_1 - R_2)$

2) $\angle BAC = 90^\circ$ (опирается на диаметр)

$\angle BDO_2 = 90^\circ$ (BD касс-ая)

3) $\triangle BAC \sim \triangle BO_2D$ (по двум углам)

4) $\dfrac{BO_2}{BA} = \dfrac{BD}{BC}$ $\quad \dfrac{13}{18} = \dfrac{2R_1 - R_2}{2R_1}$ $\quad \dfrac{R_2}{2R_1} = \dfrac{5}{18}$

$R_2 = \dfrac{10}{18}R_1$

5) $\left(\dfrac{13}{2}\right)^2 = 4R_1^2 \cdot \dfrac{8}{18}$

$\cancel{R_1 = \sqrt{\dfrac{18\cdot 13^2}{32\cdot 2^2}} = \dfrac{13}{8}\sqrt{18} = \dfrac{39}{8}\sqrt{2}}$

$\cancel{R_2 = \dfrac{5\cdot 39\sqrt{2}}{8\cdot 9} = \dfrac{195\sqrt{2}}{72}}$

$R_1 = \sqrt{\dfrac{18\cdot 13^2}{2\cdot 64}} = \dfrac{3\cdot 13}{8} = \underline{\dfrac{39}{8}}$; $R_2 = \dfrac{5\cdot 39}{9\cdot 8} = \underline{\dfrac{195}{72}} = \dfrac{65}{24}$

6) $\angle EFA = \angle ABE$

$\angle EBA = \angle EBD + \angle DBA = \alpha + \beta$

7) $\cancel{\sin\beta}$ $\cos\beta = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{BC}{2R_1} = \dfrac{18\cdot 8}{2\cdot 2\cdot 39} = \dfrac{36}{39} = \dfrac{12}{13}$

8) $\triangle BDE \sim \triangle ADC$ $\quad \angle DAC = \alpha$

$AC = \cancel{\sqrt{AB^2 - BC^2}}\ BC\cdot tg\beta$

$tg^2\beta + 1 = \frac{1}{\cos^2\beta}$

$tg^2\beta = \frac{13^2}{12^2} - 1 = \frac{169-144}{144} = \frac{25}{144} = \left(\frac{5}{12}\right)^2$

$tg\beta = \frac{5}{12}$; ~~AC~~ $AC = \frac{5}{12}\cdot\frac{18}{2} = \frac{45}{12}$

$tg\alpha = \frac{DC}{AC} = \frac{5\cdot 12}{2\cdot 45} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$\angle EFA = arctg\left(\frac{2}{3}\right) + arccos\left(\frac{12}{13}\right)$

(9) $S_{AEF} = \frac{AE\cdot EF\cdot AF}{4R_1}$

(10) из т-мы синусов: ($\triangle AEF$) $\frac{FA}{\sin\alpha} = 2R_1 = \frac{AE}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{EF}{\sin\beta}$

(11) $\angle FEA = \alpha$, т.к. $\triangle EDM \sim \triangle ADC$

$\boxed{№2}$

$$\begin{cases} 3y-2x = \sqrt{3xy-2x-3y+2} & (1)\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 & (2)\end{cases}$$

(1) $(3y-2) - 2(x-1) = \sqrt{(x-1)(3y-2)}$

$3y-2=a$

$x-1=b$

$a-2b=\sqrt{ab} \Rightarrow \begin{cases} a^2-5ab+4b^2=0\\ ab\geq 0\\ a-2b\geq 0\end{cases}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\begin{aligned} a_1&=4b\\ a_2&=b\end{aligned}}$

~~$a=4;\ b=2$~~

~~$x=2;\ y=2$~~

подходит в (2): $12+12-12-8=4$

(2):

$3(b+1)(b-1) + \cancel{3}\left(\frac{a+2}{3}\right)(a-2)=4$

$3(b^2-1)+\frac{1}{3}(a^2-4)=4$

~~$3(b^2-1)$~~

~~$a_1=4b$: $3b^2-3+\frac{16b^2}{3}-\frac{4}{3}=4$; $25b^2=25$~~

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{N4}$ (продолжение)

~~$\sin\alpha$~~ $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

~~$\cos^2\alpha = 1$~~

$\cos^2\alpha = \frac{9}{13}$ $\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$

$\sin\beta = \frac{5}{\sqrt{13}}$

~~$S_{ABEF} = \frac{1}{4R_1} \cdot (2R_1)^3$~~

$S_{ABEF} = \frac{(2R_1)^3}{4R_1} \cdot \sin\alpha \cdot \sin(\alpha+\beta) \cdot \sin\beta =$

$= 2R_1^2 \cdot \frac{2\cdot 5}{13} \cdot \sin(arctg(\frac{2}{3}) + arccos(\frac{12}{13})) =$

$= \frac{4 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13}{64} \cdot \sin(\underbrace{arctg(\frac{2}{3}) + arccos(\frac{12}{13})}_{\gamma}) =$

$= \frac{1175}{16} \sin\gamma = \frac{585}{16} \sin\gamma$

Ответ: $R_1 = \frac{39}{8}$; $R_2 = \frac{65}{24}$; $\angle EFA =$
$= arctg(\frac{2}{3}) + arccos(\frac{12}{13})$;

$S_{ABEF} = \frac{585}{16} \sin(arctg(\frac{2}{3}) + arccos(\frac{12}{13}))$

$\boxed{N5}$

1) $f(3) = f(5) = f(7) = 1$; $f(15) = f(35) = f(21) = 2$

2) $f(11) = 2$ $f(13) = 3$ $f(17) = 4$ ...

• для простых чисел x, y $f\left(\frac{x}{y}\right) \geq 0$

$(\Leftrightarrow x > y)$

• должно выполняться условие: $x = y$

№2 (продолжение)

$$\begin{cases} \cancel{a-2b=\sqrt{a}} \quad a^2-5ab+4b^2=0 \\ 3(b^2-1)+\frac{1}{3}(a^2-4)=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=4b \\ a=b \end{array}\right. \\ 3b^2+\frac{1}{3}a^2=\frac{25}{3} \quad (3) \end{cases}$$

(3) $9b^2+a^2=25$

I) $a=4b$ $\quad 9b^2+16b^2=25$ $\quad b=\pm 1$ $\quad a=\pm 4$

из $\forall$ $\to$ $\begin{cases} a=4 \\ b=1 \end{cases}$ $\quad$ ~~или~~ ~~$a=-4$~~ ~~$b=-1$~~

$\boxed{\begin{array}{l} y=2 \\ x=2 \end{array}}$ $\quad$ ~~$y=-\frac{2}{3}$~~ ~~$x=0$~~

II) $a=b$

$10b^2=25$ $\quad b=\pm\frac{5}{\sqrt{10}}$ $\quad a=\pm\frac{5}{\sqrt{10}}$

из $\forall$: $\begin{cases} a=-\frac{5}{\sqrt{10}} \\ b=-\frac{5}{\sqrt{10}} \end{cases}$ $\quad$ $\boxed{\begin{array}{l} y=\dfrac{2-\frac{5}{\sqrt{10}}}{3} \\ x=1-\frac{5}{\sqrt{10}} \end{array}}$

Ответ: $(2;2)$; $\left(1-\frac{5}{\sqrt{10}}; \frac{2}{3}-\frac{5}{3\sqrt{10}}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y(t)=3^{\log_4 t}+t-t^{\log_4 5}\geq 0$

$(a^x)'=\frac{a^x}{\ln a}$

$y'=\frac{3^{\log_4 t}}{\dots}+1-\ ?\geq 0$

$f(5)=1$

$x^a=\frac{x^a}{\log_a x}$

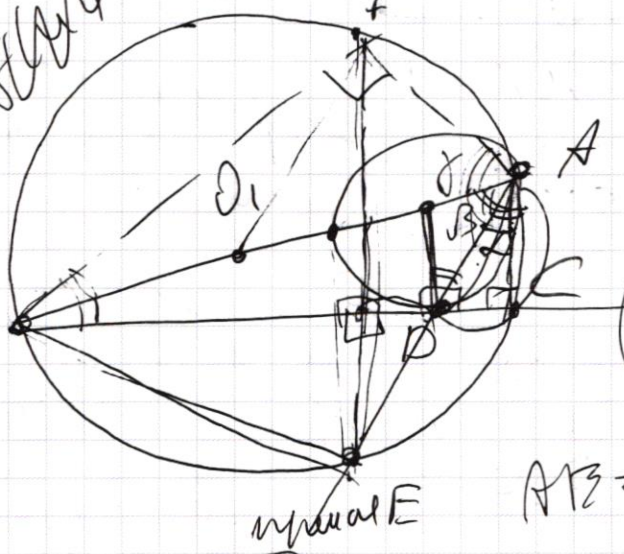
$3^{\log_3 t^{\log_4 5}}$

$3^{\log_4 5\,\log_3 t}$

$f(3)=1$

$0<2a+4<\frac{9}{4}$

$-4<2a<B$



$BD^2=2R_1\cdot(2R_1-2R_2)=$

$=4R_1(R_1-\frac{10}{18}R_1)=$

$\left(\frac{13}{2}\right)^2=\frac{4\cdot 8}{18}R_1^2$

R_1, R_2 ✓

$AE=AD+DE$

$\underbrace{\frac{4x-3}{2x-2}}_{\text{гип.}}\geq ax+b\geq\underbrace{8x^2-34x+30}_{\text{парабола}}$ $\quad x\in(1;3]$

$x=3:$

$\frac{9}{4}\geq 3a+b\geq 72-34\cdot 3+30$

$\frac{2x-2+2x-1}{2x-2}=$ $\quad 8x^2-34x+30$ $\quad x_B=\frac{34}{16}=\frac{17}{4}$

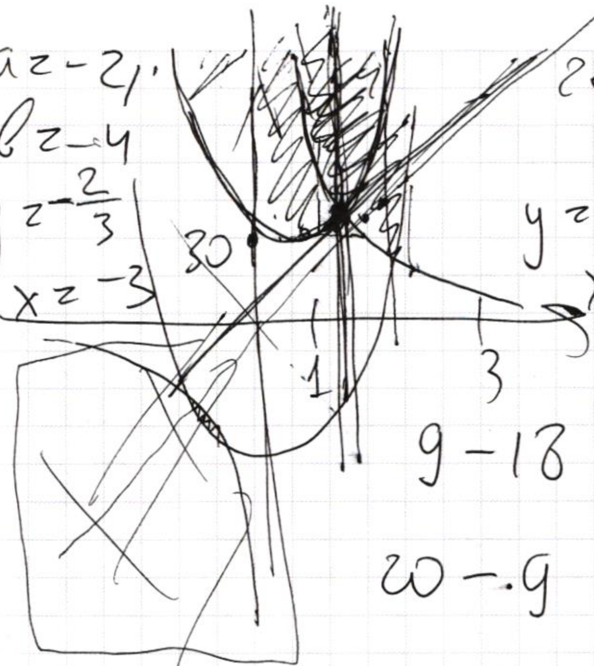
$=1+\frac{2x-1}{2x-2}=1+\frac{2x-2+1}{2x-2}=2+\frac{1}{2x-2}$

3 и 5

$f(3\cdot 5)=2$ $\quad f(3)=1$ $\quad f(5)=1$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



$a=-2$, $b=-4$

$y=-\frac{2}{3}$ $\quad x=-3$ $\quad y=\frac{10}{3}$ $\quad x=3$

$27+18-\frac{8}{3}+\frac{4}{3}$

$8x^2-34x+30$

$x_B=\frac{34}{16}=\frac{17}{4}$

$y_B=\frac{289}{2}-\frac{289}{2}+30$

$9-18+\frac{100}{3}-\frac{40}{3}$

$20-9$ $\quad 2+\frac{1}{(2x-2)}$

$|a-2b|=2$

$2b-a=2$

-4

$a=2$

$\frac{2}{3};1$

$3y-2x=7$ $\quad \boxed{3xy-2x-3y+2}$

$(3y-2)(x-1)$

$y=2$ $\quad x=2$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4$

$y(3y-4)+3x(x-2)$

$a=4$ $\quad b=1$ $\quad -3$ $\quad \frac{4}{3}-\frac{8}{3}$ $\quad \frac{-4}{3}$

$a=2$ $\quad b=0$

$\frac{34-14}{16}=\frac{20}{16}=\frac{5}{4}$ $\quad \frac{34+14}{16}=3$

$(3y-2)-2(x-1)$

$\boxed{a-2b=7ab}$

$y=2$ $\quad x=1$

$x=b+1$

$y=\frac{a+2}{3}$

$\angle AFE-?$

$8-2\cdot 2=4$

$25-\frac{17\cdot 5}{2}+30$ $\quad \frac{25}{2}$

$=\frac{34^2-30\cdot 32}{4}=4(289-240)=4\cdot 49$ $\quad x=3$

$60-85+26$

$=\frac{289+240}{8}=y=\frac{10}{3}$

$=\frac{-49}{8}$

$a^2-4b+4b^2=ab$

$a^2-5ab+4b^2$ $\quad 5^{\log_2 7}$ $\quad 7<7+$ $\quad 7^{\log_2 3}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$2\alpha = \pi k$ $\quad tg 2\alpha = 0 \quad tg\alpha$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha \quad \sin t = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(\underbrace{2\alpha+2\beta}_{t}+2\beta) = \sin t \cos 2\beta + \cos t \sin 2\beta +$

$0 = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha} \quad + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$tg 2\alpha$ $\quad 8a^2 + 34a + 8 = 0$ $\quad \frac{-17+15}{8} = -\frac{1}{4} \quad -4$

№2

$$\begin{cases} 3y-2x = \sqrt{3xy-2x-3y+2} \ (1) \\ 3x^2+3y^2-6x-4y = 4 \end{cases}$$

$x(3y-2)-(3y-2)$

$(x-1)(3y-2) \geq 0$

$\begin{cases} x>1 \\ y>\frac{2}{3} \end{cases}$ или $\begin{cases} x<1 \\ y<\frac{2}{3} \end{cases}$

(1) $9y^2-12yx+4x^2 = 3xy-2x-3y+2$

$3(x-1)^2+3y^2-4y-7=0$

$(3y-2x)^2 = (3y-2)\cdot(x-1)$

$289-4^3 = 289-64 = 225 \quad 15^2$

№1

$\sin(\underbrace{2\alpha+2\beta}_{t}) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$

$\sin(t+2\beta) + \sin(t-2\beta) = -\frac{8}{17}$

$2\sin t \cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

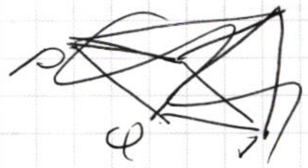
$\underbrace{\sin t}_{-\frac{1}{\sqrt{17}}} \cos 2\beta = -\frac{4}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$

① 2 3 4 5 6 7

N3 $f(t) = 3^{\log_4 t} + t - t^{\log_4 5} \geq 0$

$x^2+6x = t$ $f'(t) =$



$3^{\log_4 t} + t \geq |t|^{\log_4 5}$

$t \neq 0$ $x^2+6x>0 \Rightarrow |t|$ не имеет зн

$t>0$

$3^{\log_4 t} + t \geq t^{\log_4 5}$

$t^{\log_4 4}$

$3^{\log_4 t} \geq t^{\log_4 4}\left(t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1\right)$

$t^{\log_4 3}$ $3^{\log_4 t}$

t $3^{\log_4 t}$

N2

$$\begin{cases} 3y-2x = \cancel{(3y+2)x-(3y-2)} \sqrt{(3y-2)(x-1)} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y = 4 \end{cases}$$

$y > \frac{2}{3}$ $y < \frac{2}{3}$

$x>1$ $x<1$

$9y^2 - 18$

$\frac{AB}{\sin\alpha} = 2R_1$

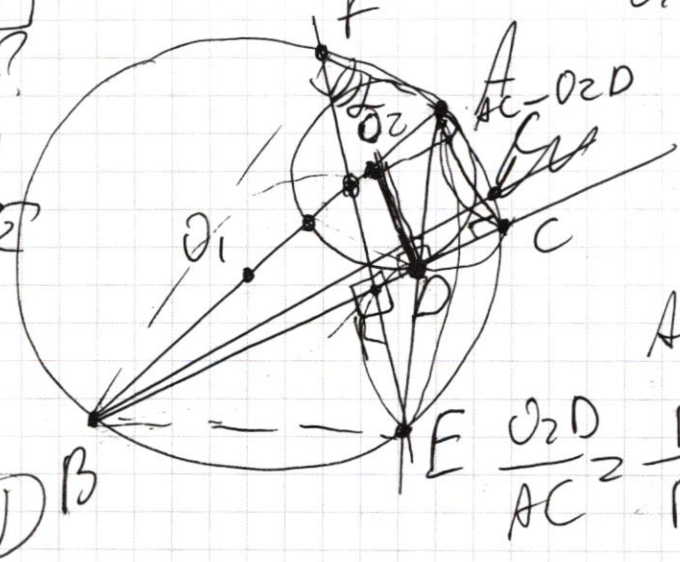
$y > \frac{2}{3}x$

$O_1B = O_1A = R_1$

N4

$R_1; R_2 - ?$

$\angle APE - ?$



$AC - O_2D$

$CD = \frac{5}{2}$

$BD = \frac{13}{2}$

$AB = 2R_1$

$\frac{O_2D}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{2R_1 - R_2}{2R_1} = \frac{\frac{13}{8}}{18}$

R_1, R_2 (J) B

$\frac{R_2}{2R_1} = \frac{5}{18}$

AO_2DC — прямоуг. трапеция

$\boxed{\frac{R_2}{R_1} = \frac{5}{9} = \frac{10}{18}}$

$BD^2 = 2R_1 \cdot (2R_1 - 2R_2)$ $R_2^2 = CD^2 + (AC - O_2D)^2$

$\frac{169}{4} = 4R_1\left(\frac{5}{18}\right)$ $R_2^2 = CD^2 + \left(\frac{8}{18} O_2D\, AC\right)^2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)