

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC , повторно пересекает Ω в точке F . Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF , если известно, что $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leq x \leq 27$, $3 \leq y \leq 27$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x - 3}{2x - 2} \geq ax + b \geq 8x^2 - 34x + 30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1; 3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ . Известно, что $QR = 2$, $QS = 1$, $PS = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS . Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

из $\triangle ABC$ по Т. П-па: $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow$

$$AB^2 = \frac{35.9}{4.4} + 81 = \frac{9(35+16.9)}{4.4} = \frac{9 \cdot 169}{16} \Rightarrow$$

$$AB = \frac{3 \cdot 13}{4} = 12 \Rightarrow R = \frac{13.3}{8} = \frac{39}{8}$$

по теореме в (1) $\Rightarrow \frac{169}{4} = \frac{3 \cdot 13}{4} / \frac{3 \cdot 13}{4} - 94$

5) из $\triangle DAE$:

$$\sin \alpha = \frac{DE}{AE} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 5 \cdot 3} \Rightarrow$$

$$\angle FEA = \arcsin \frac{2}{3}$$

$$\angle EFA = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{2}{3}$$

(из $\triangle EFA$).

ответ: $R = \frac{39}{8}$ $\angle AFE = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{2}{3}$

6) $\sin \alpha = \frac{DE}{AD} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 5 \cdot \sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

$$S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha \cdot FE \cdot AE$$

$$FE = AD + DE = \frac{9}{2} DA \text{ (из (4))} = \frac{9}{2} \cdot \frac{\sqrt{13} \cdot 5}{4} = \frac{9\sqrt{13}}{4}$$

$$S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} \cdot \frac{9\sqrt{13}}{4} \cdot \frac{3 \cdot 13}{4} = \frac{27 \cdot 13}{16} = \frac{351}{16}$$

ответ: $R = \frac{39}{8}$; $\alpha = \frac{65}{24}$

$$\angle AFE = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{2}{3}$$

$$S_{\triangle AFE} = \frac{351}{16}$$

в.1.

$$\begin{cases} \sin(\alpha + \beta) \cos \alpha \beta = -\frac{8}{15} \\ \sin(\alpha + \beta) = -\frac{1}{\sqrt{13}} \end{cases}$$

$$\cos \alpha \beta = \frac{4}{\sqrt{13}} \Rightarrow \sin \alpha \beta = \pm \frac{1}{\sqrt{13}}$$

1) Если $\sin \alpha \beta = \frac{1}{\sqrt{13}} \Rightarrow \sin(\alpha + \beta) + \sin \alpha \beta = 0$

$$\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos \alpha = 0$$

$\cos \alpha \neq 0$, т.к. угол определён \Rightarrow

$$\sin(\alpha + \beta) = 0 \Rightarrow$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha \beta + \sin \alpha \beta \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\alpha \beta = -\frac{\sin \alpha \beta}{\cos \alpha \beta} = -\frac{1 \cdot \sqrt{13}}{\sqrt{13} \cdot 4} = -\frac{1}{4}$$

$\alpha \beta = -\frac{1}{4}$

2) Если $\sin \alpha \beta = -\frac{1}{\sqrt{13}} \Rightarrow \sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \beta = 0$

2.а) $\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha \beta = 2\pi$

2.б) $\cos \alpha \beta \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \beta \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$f_{р\delta} = \frac{ср\delta r\delta}{h_{п\delta r\delta}} = \frac{4 \cdot (\sqrt{10})}{\sqrt{10} \cdot (1-1)} = -4$$

$$f_{р\delta} = -4$$

Ответ: $0; -\frac{1}{4}; -4$.

№4

Решение:

1) Т.к. точки M, N, T, P лежат в одной плоскости и лежат по окружности \rightarrow $TMPN$ - вписан. ч.т. - инск.

с другой стороны $TMPN$ - паралл. т.к. $TM \parallel PN$ и $TN \parallel PM$ по II-ву ср. параллели \rightarrow $TMPN$ - параллелограмм

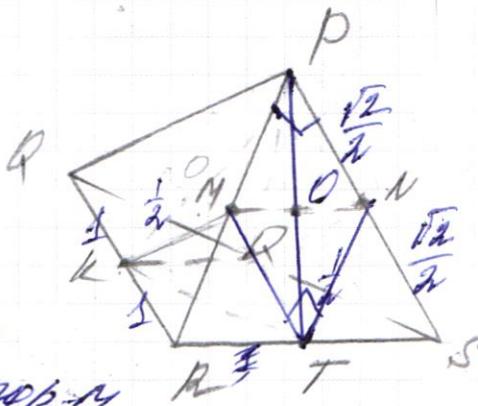
Т.к. сфера проходит через середину \rightarrow она касается ребер, но т.к. для грани APB , она все еще касается вершины P , то она не может касаться сторон PS и PR \rightarrow центр сферы лежит в этой точке, т.к. $TMPN$ - паралл. ч.т. то O - середина MN .

Т.к. MN - диаметр сечения сферы, \perp - то $OM \perp MN$ \rightarrow $KQ \parallel MN$ \rightarrow KQ - диаметр сечения сферы $\rightarrow \angle KTA = 90^\circ$

(т.к. KTA - вписан. в сферу) $\rightarrow \angle KQM = 90^\circ$, $\sin A(\perp) \rightarrow$

$$PS = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

по Т.П.-ра
Ответ: $\sqrt{5}$.



№3

$$3 \log_4(x^2+6x) + 6x \geq |x^2+6x| \log_4 5 - x^2$$

ОДЗ: $x^2+6x > 0$
 Заменим $x^2+6x = t > 0$

$$3 \log_4 t - t \log_4 5 + t \geq 0$$

Заменим $\log_4 t = k \Rightarrow t = 4^k$

$$3 \log_4 4^k - 5 \log_4 4^k + 4^k \geq 0$$

$$3^k + 4^k - 5^k \geq 0$$

Т.к. при $k \leq 2$ - функция возрастающая
 при $k > 2$ - убывающая
 при $k = 2$ $3^2 + 4^2 - 5^2 = 0 \Rightarrow$

$$f(k) \geq 0 \text{ при } k \leq 2 \Rightarrow$$

$$\log_4 t \leq 2 \Rightarrow 0 < t \leq 16 \Leftrightarrow x^2+6x-16 \leq 0$$

из ОДЗ:

$$x(x+6) > 0 \Rightarrow$$

с учетом ОДЗ:
 $x \in [-8; -6) \cup (0; 8]$

№4
$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3y-2)(x-1) \geq 0 \\ (3y-2x)^2 = 3xy - 2x - 3y + 2 \end{cases}$$

$$(x-1)^2 + (y - \frac{2}{3})^2 = \frac{35}{9} \quad (*)$$

$$\begin{aligned} 9y^2 + 4x^2 - 15xy + 2x + 3y - 2 &= 0 \\ \Delta = (3-15x)^2 - 4(2x-2+4x^2) \cdot 9 &= \\ &= 8x^2 - 162x + 81 = 81(x-1) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$y = \frac{-3+15x \pm 9(x-1)}{18}$$

$$1) y = \frac{15x-3+9x-9}{18} = \frac{24x-12}{18} = \frac{4x-2}{3}$$

$$y = \frac{15x-3-9x+9}{18} = \frac{6x+6}{18} = \frac{x+1}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Велич $y = \frac{x+1}{3} \Rightarrow$ подставим в (1):

$$(x-1)^2 + \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} \quad | \cdot 9$$

$$(x-1)^2 + 9\left(\frac{x-1}{3}\right)^2 = 25$$

$$10x^2 + 18 - 6x - 18x - 25 = 0$$

$$10(x-1)^2 = 25$$

$$(x-1)^2 = \frac{5}{2}$$

$$(x-1) = \pm \sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$y = \frac{2 + \sqrt{\frac{5}{2}}}{3}$$

2) Велич $y = \frac{x-2}{3} \Rightarrow (x-1)^2 + \left(\frac{4x-4}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} \quad | \cdot 9$

$$(x-1)^2 \cdot 9 + 16(x-1)^2 = 25$$

$$(x-1)^2 = 1$$

$$x-1 = \pm 1$$

$$x = 0$$

\Rightarrow не подходит
но не подходит

Ответ: $(2; 2)$ и $\left(1 + \sqrt{\frac{5}{2}}; \frac{2 + \sqrt{\frac{5}{2}}}{3}\right)$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$$f(x) = \frac{4x-3}{2x-1} = 2 + \frac{1}{2(x-1)}$$

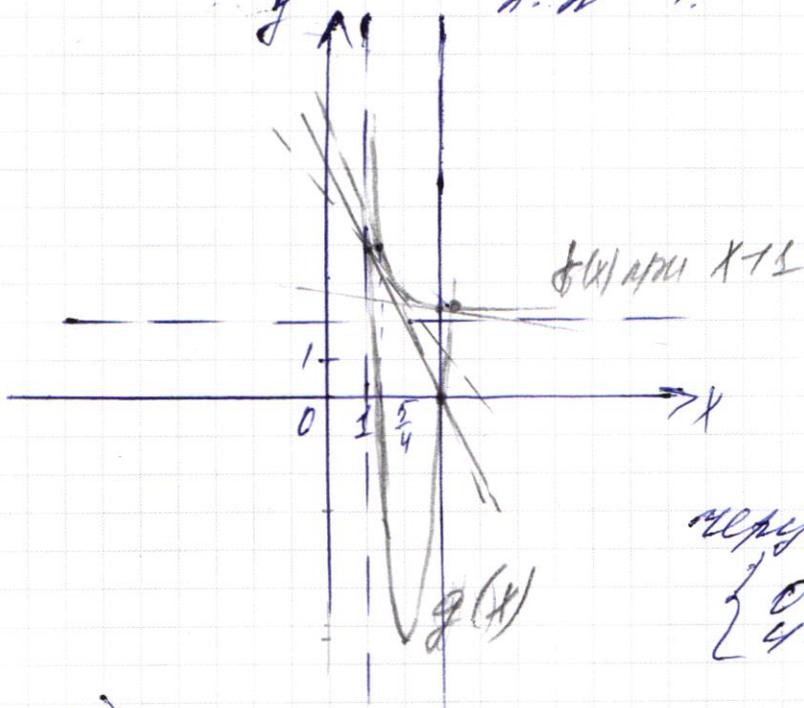
$$f(3) = 2 + \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{9}{4}$$

$$g(x) = 8x^2 - 34x + 30$$

$$g(x) = 8\left(x - \frac{17}{8}\right)^2 - \frac{49}{8}$$

$$g(3) = 0$$

$$g(1) = 4$$



$$C(x) = ax + b \Rightarrow$$

$$C(1) = 4$$

$$C\left(\frac{17}{8}\right) = -\frac{49}{8}$$

$$\frac{9}{4} = C(3) = 0$$

Нам требуется

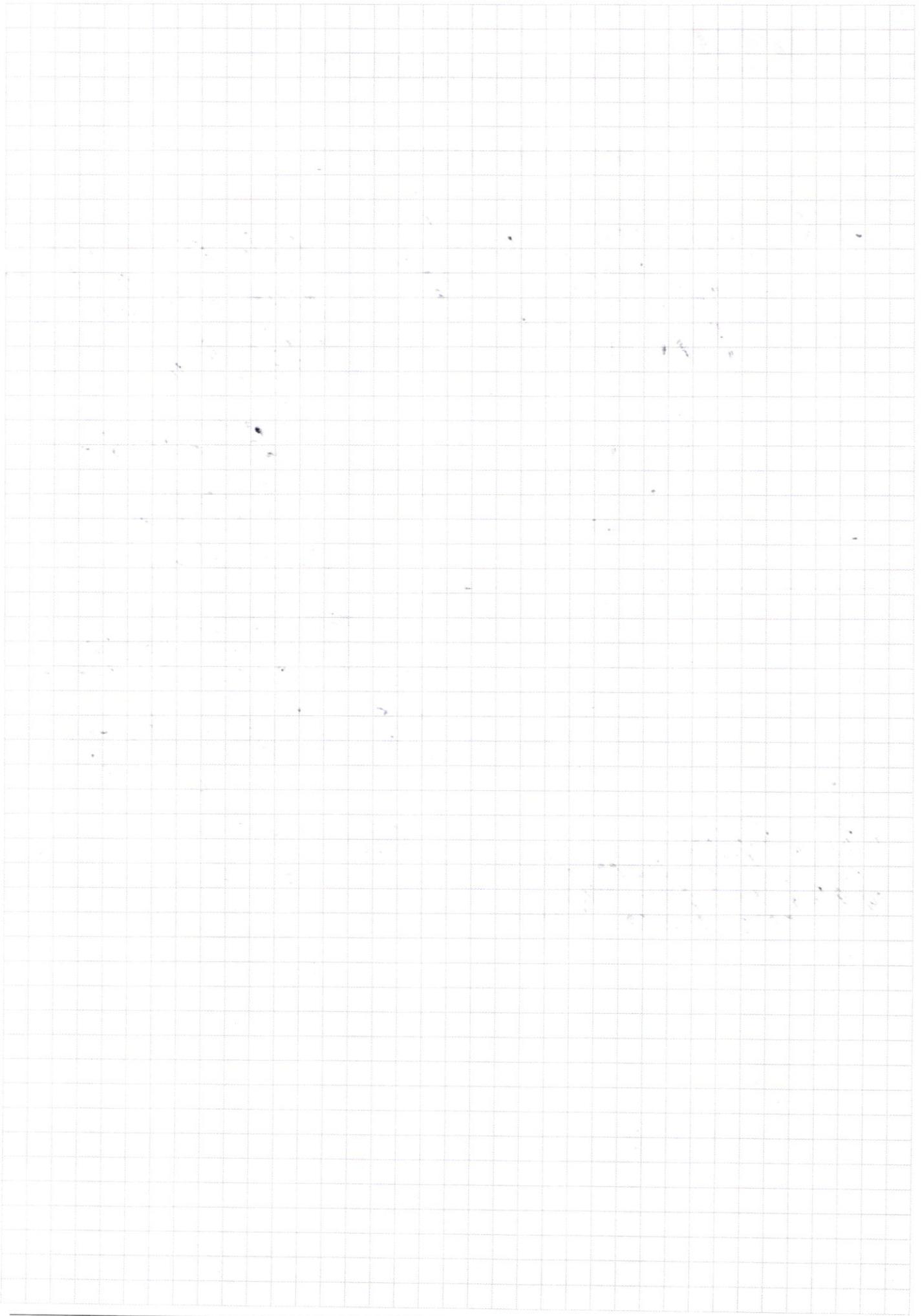
прямая, проходящая

через $(3; 0)$ и $(1; 4) \Rightarrow$

$$\begin{cases} 0 = 3a + b \\ 4 = a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 6 \end{cases}$$

~~Еще случаи:~~
 1) $ax + b$ проходит через $(1; 4)$ и кас. $f(x)$
 2) $ax + b$ проходит через $(3; 0)$ и кас.

Ответ: $a = -2$
 $b = 6$



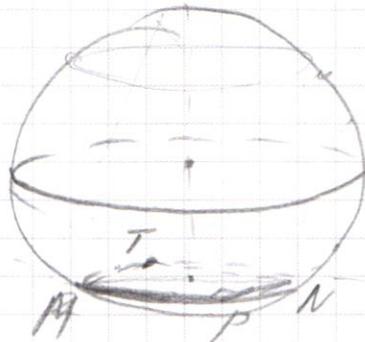
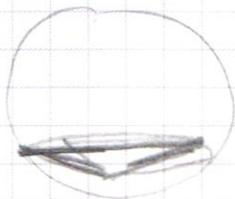
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$AC = \frac{5}{2} \sqrt{\frac{10}{3}} \Rightarrow$$

$$AB = \sqrt{\frac{25 \cdot 10}{4 \cdot 3} + 81} = 22$$

$$\begin{array}{r} \times 81 \\ 12 \\ \hline 162 \\ 81 \\ \hline 1972 \\ 250 \\ \hline 1222 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{250 + 972}{4 \cdot 3}} = \frac{5}{2} + \frac{13}{2} = 9 \Rightarrow$$

$$\frac{AD}{ED} = \frac{AC}{CA} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{AD}{ED} = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = 2.$$

$$\begin{aligned} ED &= \frac{4}{5} AD \\ \frac{4}{5} AD^2 &= \frac{5 \cdot 13}{2 \cdot 2} \\ AD^2 &= \frac{5 \cdot 13}{4} \end{aligned}$$

$$AC^2 = \frac{5 \cdot 13}{4} - \frac{25}{4} = \frac{25}{4} \left(\frac{13}{4} - 1 \right) = \frac{25 \cdot 9}{4 \cdot 4}$$

$$AB^2 = \frac{25 \cdot 9}{16} + 81 = \frac{9(25 + 16 \cdot 9)}{16} = \frac{9 \cdot 169}{16}$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 95 \\ \hline 144 \\ + 25 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\frac{169}{4} = \left(\frac{13}{4} \right)^2 \Rightarrow B = \frac{3 \cdot 13}{8}$$

$$= \frac{3 \cdot 13 \cdot 22}{4}$$

№ 6.

$$\frac{9 \cdot 13}{2} \cdot 4 = \frac{169}{4} \cdot \left(\frac{9}{4} - 1 \right)$$

$$\cdot 4 = \frac{169 \cdot 5 \cdot 2}{4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{13 \cdot 5}{8 \cdot 3}$$

~~4ab = 4a + 4b~~

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \Rightarrow 8x^2 - 34x + 30$$

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq 8x^2 - 34x + 30$$

$$y = 2(4x^2 - 17x + 15) \quad D = 289 - 16 \cdot 15 = 69$$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{69}}{4}$$

$$2 + \frac{1}{2x-2} \geq 2 \frac{(4x-1)(4x-15)}{(2x-1)(4x-15)}$$

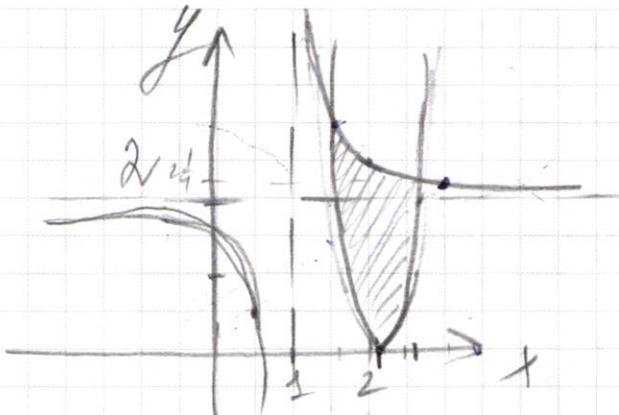
$$30 \sqrt{x} \geq \frac{13}{2} \quad x = \frac{16}{2} \quad x = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$$

$$2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x-1} \geq 2 \left(2x - \frac{17}{4} \right)^2$$

$$8 \left(x^2 - \frac{34}{4}x + \frac{30}{8} \right) = 8 \left(x - \frac{17}{8} \right)^2 \quad \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$$

$$\begin{array}{r} \times 240 \\ 180 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x = \frac{1}{2} &\Rightarrow 2 + \frac{1}{2} = 2.5 \\ 2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} &= 2.5 \end{aligned}$$



$$y = 2 + \frac{1}{2(x-1)}$$

$$x = 2 \Rightarrow 2 + \frac{1}{2}$$

$$x = 3 \Rightarrow 2 + \frac{1}{4}$$

$$f(3) = \frac{12-3}{2 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{9}{4}$$

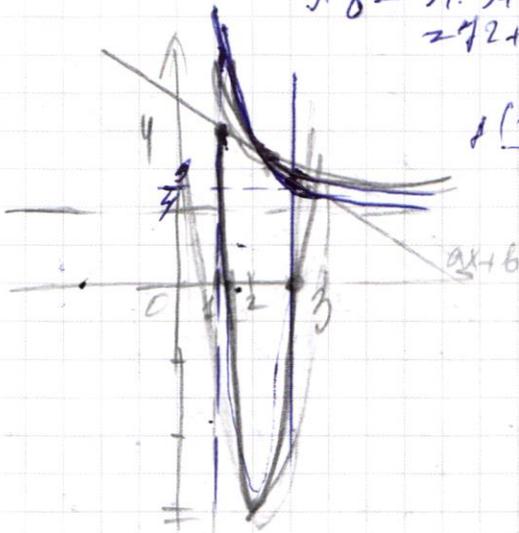
$$9 \cdot 8 - 34 \cdot 3 + 30 = 2 + \frac{1}{4}$$

$$= 72 + 30 - 102 = 0$$

$$\frac{1}{2(x-1)} = -2$$

$$(x-1)^2 = -\frac{1}{4}$$

$$x = \frac{3}{4}$$



$$f(3) = \frac{12-3}{2 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{9}{4}$$

$$f(2) = \frac{12-2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{4x}{8} = 6$$

$$4x + 6 = 2(x+4)$$

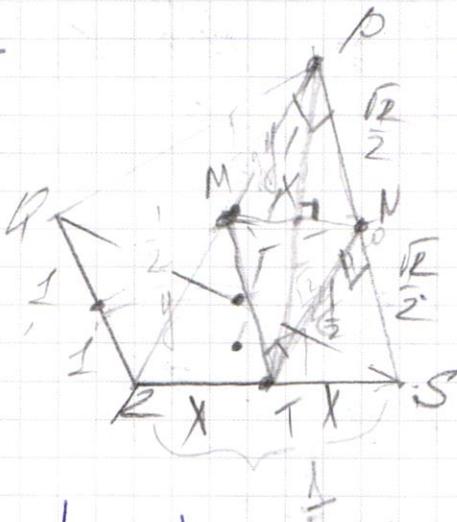
$$9(1) = 4$$

$$3(3) = 0$$

$$\frac{4x-3}{2x-2} \Rightarrow d'(x) = \frac{4(2x-2) - (4x-3) \cdot 2}{(2x-2)^2}$$

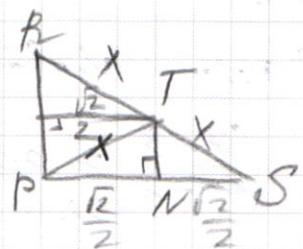
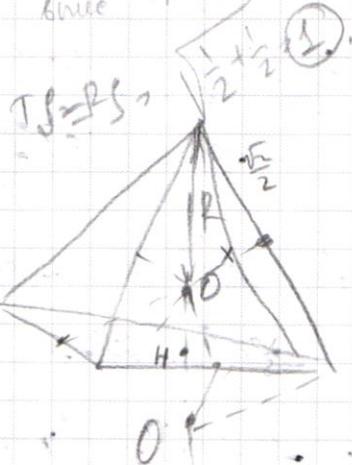
$$= \frac{-8x + 6}{(2x-2)^2}$$

W/4



P.M.N. ПУК

У.Х.К (ППД-М)
ВУКЕ ПР.УКК-МУК



$$2 + \frac{1}{2(-2)} = 2\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2 = 4$$

$$2 + \frac{1}{2(x-1)} = 4$$

$$0 \Rightarrow 2 - 1 = 1$$



$$\frac{1}{2(x-1)} = 2$$

$$2(x-1) = \frac{1}{2}$$

$$x = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$$

81
8
3
2

$$9y^2 + 4x^2 - 12xy - 3xy + 2x + 3y - 3 = 0$$

$$(3y - x - 1)^2$$

$$3y + 4x^2 + 1 - 12xy + 4x + 6y$$

$$\begin{array}{r} x \sqrt{3} \quad 2 \\ \hline 81 \\ \hline 27 \\ \hline 351 \end{array}$$

в3. $3 \log_4(x^2 + 6x) + 6x = 1x^2 + 6x \log_4 5 - x^2$

ODS: $x^2 + 6x = 0$
 $x(x + 6) = 0$

$3 \log_4(x^2 + 6x) + (6x + x^2) = 1x^2 + 6x \log_4 5$

$\frac{1-10}{-6} = \frac{1}{6}$

$3 \log_4 6 + 6 = 8 \log_4 5$

$3 \log_4 6 + 6 = 5 \log_4 5$

спл $3^k + 4^k = 5^k$

$3^k + 4^k = 5^k$

$\log_4 5 = \frac{k}{4}$

$4^4 = 2^8 = 256$
 $5^4 = 625$

$3^k + 4^k - 5^k$

$3^3 + 4^3 = 9 + 64 = 73$
 $5^3 = 125$

$61 - \log_2 2$

$\log_4 6 = 2$

$4^2 = 6 = 2$

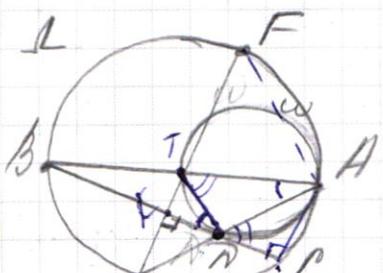
$0 < 6 \leq 16$

$x^2 + 6x - 16 \leq 0$
 $x^2 + 6x + 9 + 9 - 16 \leq 0$
 $(x + 3)^2 - 7 \leq 0$
 $x = -3 \pm \sqrt{7}$
 $x = 2$
 $x = 8$

$(x - 2)(x + 8) \leq 0$

$x \in [-8; -6] \cup [0; 2]$

в4.

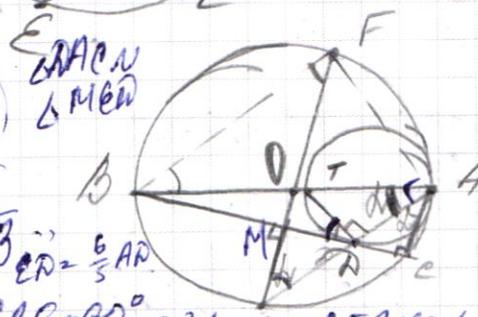


$4w = 2$
 $R_2 = R$
 $\angle AEF, \angle AFE = ?$
 $BA = \frac{13}{2}$

$AT = 2r \Rightarrow BT = 2r - 2r$
 $BA^2 = (2r - 2r) \cdot r = 4(r^2 - 4r)$

$\frac{5}{2} + \frac{13}{2} = \frac{18}{2} = 9$

$\frac{AN}{EN} = \frac{AC}{AM}$



$\angle AEF \Rightarrow \angle FER = \alpha \Rightarrow \angle FAC \Rightarrow$
 $\angle ARC = 90 - \alpha$
 $\Rightarrow \angle ATAN \perp \perp$
 $\angle CFE \Rightarrow \angle MAE \Rightarrow$
 $\angle BFE \Rightarrow \angle MAE \Rightarrow$
 $\angle BFE \Rightarrow \angle MAE \Rightarrow$

$AN = \frac{5 \cdot 13}{4}$
 $AN^2 = \frac{6}{5} = \frac{5 \cdot 13}{4}$
 $AN = \frac{5 \cdot 13}{4}$
 $AN = \frac{5 \cdot 13}{4}$
 $AN = \frac{5 \cdot 13}{4}$

черновик чистовик
 (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$$\sin \alpha \cos \alpha / 3 + \sin \alpha \cos \alpha d = -\frac{1}{\sqrt{13}}$$

$$\sin \alpha d \cos \alpha / 3 + \sin \alpha \cos \alpha d + \sin \alpha d = -\frac{8}{\sqrt{13}}$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha (2d + 1/3) \cos \alpha / 3 = -\frac{8}{\sqrt{13}}$$

$$\frac{\sin(2\alpha + 2/3) \cos \alpha / 3}{\sin(2\alpha + 2/3)} = -\frac{4}{\sqrt{13}} \Rightarrow$$

$$\cos \alpha / 3 = \frac{4 \cdot \sqrt{13}}{13 \cdot 1} = \frac{4}{\sqrt{13}}$$

$$\sin \alpha / 3 = \pm \frac{1}{\sqrt{13}}$$

1) Если $\sin \alpha / 3 = \frac{1}{\sqrt{13}} \Rightarrow \sin(\alpha + 2/3) + \sin \alpha / 3 = 0$

$$\sin \alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{13}} + \frac{1}{\sqrt{13}} \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{13}} \Rightarrow \sin(\alpha + 2/3) \cos \alpha = 0$$

$$\sin(\alpha + 2/3) = 0$$

$$\sin \alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{13}} + \cos \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{13}} = 0 \quad | : \cos \alpha$$

$$\tan \alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{13}} = -\frac{1}{\sqrt{13}} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{4}$$

2) Если $\sin \alpha / 3 = -\frac{1}{\sqrt{13}} \Rightarrow \sin(\alpha + 2/3) - \sin \alpha / 3 = 0$

$$\cos \alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{13}} - \sin \alpha \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{13}}\right) = 0 \quad \& \sin \alpha \cos(\alpha + 2/3) = 0$$

$$\tan \alpha = -4$$

$$\frac{4}{\sqrt{13} + 1}$$

Ответ: 0; -4; -1/4

N2

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$$

ОДЗ: $3xy - 2x - 3y + 2 \geq 0$

$$\begin{cases} 9y^2 + 4x^2 - 12xy - 2x - 3y + 2 \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$$

$$9y^2 + 4x^2 - 12xy - 2x - 3y - 2 = 0$$

$$3(x-1)^2 + 3\left(y - \frac{2}{3}\right)^2 - 3 - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3} = 4$$

$$81x^2 - 162x + 81 = 81(x-1)^2$$

$$\begin{aligned} x(3y-2) - (3y-2) &= 0 \\ (3y-2)(x-1) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (3-15x)^2 \\ &- 4(2x-3) + 4x^2 \cdot 9 \\ &= 9 - 90x + 1225x^2 - 169x^2 + 42 \\ &= 8x \end{aligned}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

--

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)