МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам
✓

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2}, \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство
✓

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geqslant \left|x^2 + 18x\right|^{\log_{12} 13} - 18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = 8$, $BD = 17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, ✓ что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 24$, $1 \leqslant y \leqslant 24$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x + 11}{4x + 3} \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 - 30x - 17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB = 1$, $BD = 2$, $CD = 3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \quad (1) \end{cases}$$

(1) $2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$

$-\frac{2}{\sqrt{5}}\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$

$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\sqrt{1-\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2} = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ (2)

$t = tg\alpha \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}$, $\cos 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

(2) $\cancel{\sin 2\alpha \cdot \frac{2t}{1+t^2}}$

$\frac{2t}{1+t^2}\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\frac{1-t^2}{1+t^2} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

1. Если $\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$:

$\frac{2t}{1+t^2}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1-t^2}{1+t^2} = -\frac{1}{\sqrt{5}} \,\Big|\cdot\sqrt{5}\cdot(1+t^2)$

$4t+1-t^2 = -1-t^2$

$t = -\frac{1}{2}$

$tg\alpha = -\frac{1}{2}$

2. Если $\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\frac{2t}{1+t^2}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\frac{1-t^2}{1+t^2} = -\frac{1}{\sqrt{5}} \,\Big|\cdot\sqrt{5}\cdot(1+t^2)$

$4t+t^2-1 = -t^2-1$

$2t(t+2)=0$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$$\left[\begin{array}{l} tg\alpha=0 \\ tg\alpha=-2 \end{array}\right.$$

Всего 3 значения: $tg\alpha=0$, $tg\alpha=-2$, $tg=-\frac{1}{2}$.

Т.к по условию значений не меньше 3, то это они и есть

Ответ: $0; -2; -\frac{1}{2}$

N5

Т.к по усл-ю $f(p)=[p/4]$ при p-простом то

$f(2)=0$ $f(7)=1$ $f(17)=4$

$f(3)=0$ $f(11)=2$ $f(19)=4$

$f(5)=1$ $f(13)=3$ $f(23)=5$

$f(ab)=f(a)+f(b)$:

$f(1)=f(1)+f(1) \Rightarrow f(1)=0$

$f(4)=f(2)+f(2)=0$

$f(6)=f(2)+f(3)=0$

$f(8)=f(4)+f(2)=0$

$f(9)=f(3)+f(3)=0$

$f(10)=f(5)+f(2)=1$

$f(12)=f(4)+f(3)=0$

$f(14)=f(7)+f(2)=1$

$f(15)=f(5)+f(3)=1$

$f(16)=f(8)+f(2)=0$

$f(18)=f(9)+f(2)=0$

$f(20)=f(10)+f(2)=1$

$f(21)=f(7)+f(3)=1$

$f(22)=f(11)+f(2)=2$

$f(24)=f(12)+f(2)=0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)+f(y)-f(y)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\cdot y\right)-f(y)=$

$=f(x)-f(y)+f(1)=f(x)-f(y)$

$f\left(\frac{x}{y}\right)<0$

$f(x)-f(y)<0$

$f(x)<f(y)$

При $k\in[1;24]$, $k\in\mathbb{N}$

$f(k)=0$ 11 раз

$f(k)=1$ 7 раз

$f(k)=2$ 2 раза

$f(k)=3$ 1 раз

$f(k)=4$ 2 раза

$f(k)=5$ 1 раз

Значит $f(x)<f(y)$ возможно:

$\underset{f(x)=0}{11}\cdot(\underset{f(y)>0}{7+2+1+2+1})+\underset{f(x)=1}{7}\cdot(\underset{f(y)>1}{2+1+2+1})+2\cdot(1+2+1)+1\cdot(2+1)+2\cdot1=$

$=11\cdot13+7\cdot6+2\cdot4+1\cdot3+2=143+42+8+3+2=143+45+10=$

$=198$ раз

Ответ: 198

N 3

$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\geq|x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x$

$\begin{cases}5^{\log_{12}(x^2+18x)}+12^{\log_{12}(x^2+18x)}\geq\left(12^{\log_{12}(x^2+18x)}\right)^{\log_{12}13}\\ x^2+18x>0\end{cases}$

$\begin{cases}5^{\log_{12}(x^2+18x)}+12^{\log_{12}(x^2+18x)}\geq\left(12^{\log_{12}13}\right)^{\log_{12}(x^2+18x)}\\ x^2+18x>0\end{cases}$

$t=\log_{12}(x^2+18x)$

$5^t+12^t \geq 13^t \quad |:13^t$ т.к $13^t>0$

$\left(\frac{5}{13}\right)^t+\left(\frac{12}{13}\right)^t \geq 1$

$\left(\frac{5}{13}\right)^t$ - убывающая относительно t т.к $\frac{5}{13}<1$

$\left(\frac{12}{13}\right)^t$ - убыв-я относит. t т.к $\frac{12}{13}<1$

$\left(\frac{5}{13}\right)^t+\left(\frac{12}{13}\right)^t \geq 1$ ~~на~~ имеет не более 1 корня

$t=2$

$\left(\frac{5}{13}\right)^2+\left(\frac{12}{13}\right)^2=\frac{25+144}{169}=1 \Rightarrow \left(\frac{5}{13}\right)^t+\left(\frac{12}{13}\right)^t \geq 1$ при $t \leq 2$

$\log_{12}(x^2+18x) \leq 2$

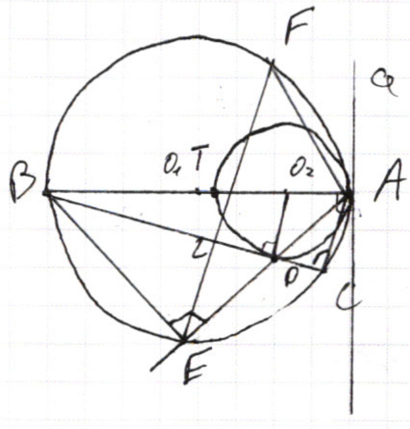
$\begin{cases} x^2+18x \leq 144 \\ x^2+18x>0 \end{cases}$

$\begin{cases} (x+24)(x-6) \leq 0 \\ x(x+18)>0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \in [-24;6] \\ x \in (-\infty;-18) \cup (0;+\infty) \end{cases}$

$x \in [-24;-18) \cup (0;6]$

Ответ: $[-24;-18) \cup (0;6]$



N4

Пусть радиусы окружностей Ω и ω равны R и r

Пусть $AB \cap \omega = T$

$BT = 2R - \cancel{2}\, 2r$

O_1 - центр ~~Ω~~ Ω

O_2 - центр ω

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$O_2D \perp BD$ по опр-ю кас-й

$BO_2 = 2R - r$, $O_2D = r$

По т. Пифагора $BO_2^2 = O_2D^2 + BD^2$

$4R^2 - 4Rr + r^2 = r^2 + 17^2$

$4R^2 - 4Rr = 17^2$ (1)

$\angle BEA = \angle BCA = 90^\circ$ т.к. вписан. угол опирается на диам.

~~По т. Пифагора~~ $\cancel{BA^2 = BC^2 +}$

$\Rightarrow O_2D \parallel AC$ по признаку парал-х прямых

По т Фалеса $\cancel{\frac{BO_2}{O_2A} = \frac{BD}{DC}}$ $\frac{BO_2}{BD} = \frac{O_2A}{DC}$

$\frac{2R-r}{17} = \frac{r}{8}$

$16R - 8r = 17r$

$R = \frac{25}{16} r$

(1) $4R^2 - 4rR = 17^2 \Rightarrow 4R(R-r) = 17^2$

$\cancel{4R(R-r) = 17^2}$

$\cancel{R \cdot 4 \cdot \frac{9}{8} r = 17^2}$

$\cancel{\frac{25}{8} r \cdot \frac{9}{8} r = 17^2}$

$\cancel{r = \frac{17 \cdot 8}{5 \cdot 3} = \frac{136}{15} = 9\frac{1}{15}}$

$\cancel{R = \frac{25}{8} r = \frac{25}{8} \cdot \frac{17 \cdot 8}{5 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 17}{3} = \frac{85}{3} = 28\frac{1}{3}}$

~~По т. Пифагора~~ $\cancel{\triangle ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 =}$

$\frac{25}{4} r \cdot \frac{9}{16} r = 17^2$

$r = \frac{17 \cdot 8}{5 \cdot 3} = \frac{136}{15} = 9\frac{1}{15}$

$R = \frac{25}{16} r = \frac{25}{16} \cdot \frac{17 \cdot 8}{5 \cdot 3} = \frac{17 \cdot 5}{6} = \frac{85}{6} = 14\frac{1}{6}$

По св-ву впис. углов $\angle ABE = \angle AFE$

Ответ: $R = 14\frac{1}{6}$; $r = 9\frac{1}{15}$

№2

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)-2(y-1)=\sqrt{(x-2)(y-1)} \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=25 \end{cases}$$

$a=x-2$

$b=y-1$

$$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ a^2+9b^2=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2-4ab+4b^2=ab \\ a^2+9b^2=25 \\ a-2b\geq 0 \end{cases} \ominus$$

$$\begin{cases} a^2+9b^2=25 \\ 5b^2+5ab=25 \\ a\geq 2b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+9b^2=25 \\ b^2+ab=5 \\ a\geq 2b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+9\cdot(5-ab)=25 \\ b^2+ab=5 \\ a\geq 2b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2-9ab+20=0 \\ a\geq 2b \end{cases} \qquad D=81b^2-80$$

$$\begin{cases} a=\frac{9b\pm\sqrt{81b^2-80}}{2} \\ a\geq 2b \\ b^2\geq \frac{80}{81} \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №6

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(ab) = f(a)+f(b)$

$\cancel{f(0) = f(a)+f(0)}$

$f(a) = f(a)+f(1)$

$f(1) = 0$

$f(a\cdot\frac{1}{a}) = f(a)+f(\frac{1}{a})$

$0 = f(a)+f(\frac{1}{a})$

$f(1\cdot\frac{1}{y}) = f(1)+f(\frac{1}{y})$

$f(p) = [p/4]$

f

$x \in [1; 24]$

$y\ [1; 24]$

$f(x/y) < 0$

$f(x\cdot\frac{1}{y}) = f(x)+f(\frac{1}{y}) = f(x)-f(y)$

$f(x) < f(y)$

$f(2)=0$ $\quad f(13)=3$ $\quad f(\frac{1}{2})=0$

$f(3)=0$ $\quad f(17)=4$

$f(5)=1$ $\quad f(19)=4$

$f(7)=1$ $\quad f(23)=5$ $\quad 4x+3$

$f(11)=2$

$f(1)=0$ $\quad f$

$f(4)=f(2)+f(2)=0$

$f(6)=f(2)+f(3)=0$

$f(8)=f(2)+f(4)=0$

$f(9)=f(3)+f(3)=0$

$f(10)=f(2)+f(5)=1$

$f(12)=f(6)+f(2)=0$

$f(14)=f(7)+f(2)=1$

$f(15)=f(3)+f(5)=1$

$0 - 10 \quad 1-7$

$2-2 \quad 3-1 \quad 4-2 \quad 5-1$

$12x+11 \geq (4x+3)(ax+b)$

$\cancel{85}$

$130-30-a+4b+68 \leq 0$

$32-a+4b \leq 0$

$a \geq 4b+32$

$\leq -4b-32$

$ax \leq 4bx+32x$

-33

$\frac{-22}{-8}$

$1 \leq b-a \leq -8+30-17$

$1 \leq b-a \leq 5$

$\cancel{1+a} \leq b$

$1+a$

$a \leq -12$

$a \geq 4a+36$

$\frac{12x+11}{4x+3} \leq ax+b \leq -8x^2-30x-17$

$3+\frac{2}{4x+3} \leq ax+b$

$x \in [-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}]$

$\frac{12x+11-4ax^2-3ax-4bx-3b}{4x+3} \leq 0$

$\frac{4ax^2+(3a+4b-12)x+3b-11}{4x+3} \geq 0$

$8\cdot\frac{121\cdot 9}{16} - (30+a)\cdot\frac{(3a+4b)^2}{9} + b+17 \leq 0$

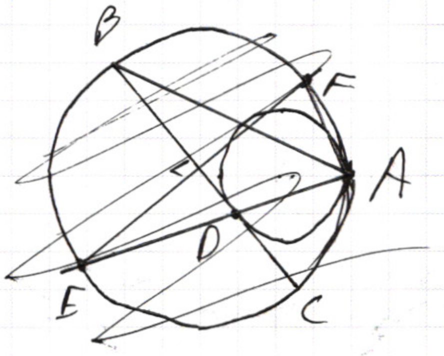
$8\cdot\frac{9}{16}+(30+a)$

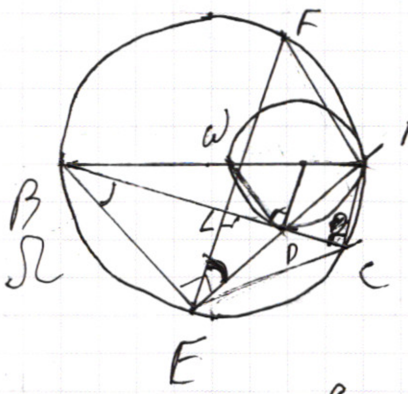
$65-(30+a)\cdot\frac{7}{2} + b+17 \leq 0 \quad a>0$

$8x^2+(30+a)x+b+17 \leq 0$

$8\cdot\frac{11^2}{16} - (30+a)\frac{11}{4}+b+17 \leq 0$

$121\cdot 4-(30+a)11+4b+68 \leq 0$





r, R

$CD = 8$

$BD = 17$

$\angle AFE$

S_{AEF}

$8x^2+30x+ax+b+17 \le 0$

$\begin{cases} \frac{121}{2} - \frac{330+11a}{4} + b + 17 \le 0 \\ \frac{9}{2} - \frac{90+3a}{4} + b + 17 \le 0 \end{cases}$

$\frac{R}{R-r} = \frac{25}{17}$

$242 - 330 - 11a + 4b + 68 \le 0$

$18 - 90 - 3a + 4b + 68 \le 0$

$17R = 25R - 25r$

$25r = 8R$

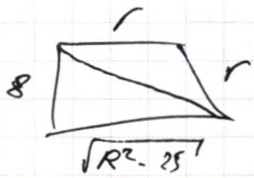
$R = \frac{25}{8} r$

$BD^2 = R^2 - 2Rr + r^2 - r^2 = R(R-2r) = \frac{25}{8} r \cdot \frac{9}{8} r$

$BD = \frac{15}{8} r$

$17 = \frac{15}{8} r$

$\begin{cases} 4b \le 11a + 20 \\ 4b \le 3a + 4 \\ 3 + \frac{2}{4x+3} \le ax + b \end{cases}$



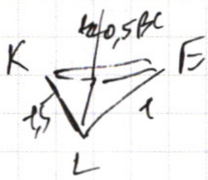
$\sqrt{R^2 - 25}$

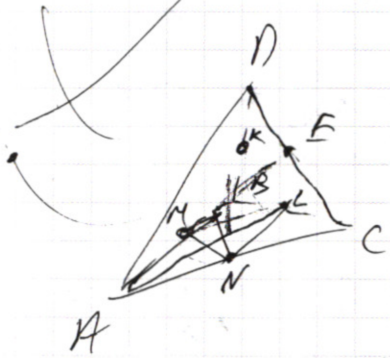
$a > 0$

$a < 0$

$3 + \frac{2}{-11+3} \le -\frac{11a}{4} + b$

$R^2 - 25 + 64 = R^2 + 39$





$AB = 1$

$BD = 2$

$CD = 3$

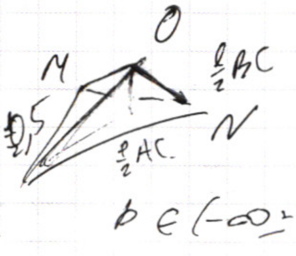
$MN = \frac{1}{2} B$

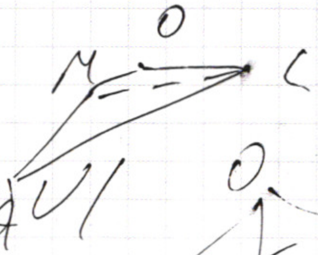
$(R-2r) \cdot R = 17^2$

$R^2 - 2rR - 17^2 = 0$

$D = r^2 + 17^2$

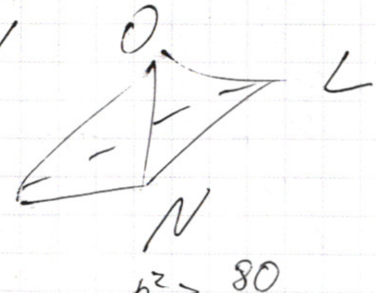
$R = r \pm \sqrt{r^2 + 17^2}$





$-\frac{11}{12} \quad -\frac{3}{4}$

$b \in \left(-\infty; -\frac{4\sqrt{5}}{9}\right]$



ab

$5 - b^2 \ge 2b^2$

$5 \ge 3b^2$

$b > 0$

$0 < b \le \sqrt{\frac{5}{3}}$

$\sin \quad \sin$

$AM \cdot AN \cdot \sin A = \frac{1}{2} AL(AM + AN) \sin$

$ab \le 2b^2$

$5 - b^2 \le 3b^2$

$b^2 \ge \frac{5}{3} \quad b < 0 \quad b \le -\sqrt{\frac{5}{3}}$

$b^2 \ge \frac{80}{81}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{3+4+5+5+5+5+6} = 33$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$

$-\frac{2}{\sqrt{5}}\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$

$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\quad = \sin 2\beta = \pm\sqrt{1-\frac{4}{5}}$

$\cos 2\beta = \cos^2\beta - \sin^2\beta = \frac{1-tg^2\beta}{\cos^2\beta} = \frac{1-tg^2\beta}{1+tg^2\beta}$

$2\cos^2\beta - 1 = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{1-tg^2\beta}{1+tg^2\beta}$

$\cos^2\beta = \frac{2+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$

$1-2\sin^2\beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$2+2t^2 = \sqrt{5} - \sqrt{5}tg^2\beta$

$\sin^2\beta = \frac{\sqrt{5}-2}{2\sqrt{5}}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha =$

$2\sin x\cos y = \sin(x+y) + \sin(x-y)$

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$

$\sin 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha}$

$\frac{\frac{2\sin\alpha}{\cos\alpha}}{\frac{1}{\cos^2\alpha}}$

$tg\beta = 1 \quad \cos\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$1 - \frac{1-2tg^2+tg^4}{1+2tg^2+tg^4} = \frac{4tg^2}{1+2tg^2+tg^4} = \frac{2tg}{1+tg^2}$

$\pm\sqrt{\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}} = \pm\sqrt{\frac{(\sqrt{5}-2)^2}{1}} = \pm(\sqrt{5}-2)$

$2-\sqrt{5}$

$\sqrt{5}-2$

$= \frac{2t}{1+t^2}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1-t^2}{1+t^2} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\frac{4t}{1+t^2} + \frac{1-t^2}{1+t^2} = -1$

$4t+1-t^2+1+t^2=0$

$4t=2$

$t=\frac{1}{2}$

$\frac{4t}{1+t^2} - \frac{1-t^2}{1+t^2} = -1$

$4t+t^2-1+t^2+1=0$

$2t^2+4t=0$

$2t(t+2)=0$

$x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}$

$x^2+9y^2-4x-18y=12$

$(x-2)^2+9(y-1)^2 = 25$

$x-2y=\sqrt{(x-2)(y-1)}$

$a-2b=\sqrt{5-b^2}$

$a^2+4ab+4b^2=5-b^2$

$a^2+\cancel{20}-4b^2+4b^2=5-b^2$

$a^2+b^2=-15$

$x^2-4xy+4y^2=xy-x-2y+2$

$x^2-5xy+4y^2+x+2y-2=0$

$a^2-4ab+4b^2=ab$

$a^2-5ab+4b^2=0$

$5b^2+5ab=25$

$b^2+ab=5$

$a^2+45-9ab=25$

$a^2-9ab+20=0$

$D=81b^2-80$

$a=\frac{9b\pm\sqrt{}}{2}$

$5-b^2$

$D\in[-\sqrt{5};\sqrt{5}]$

$x \geq 2y$

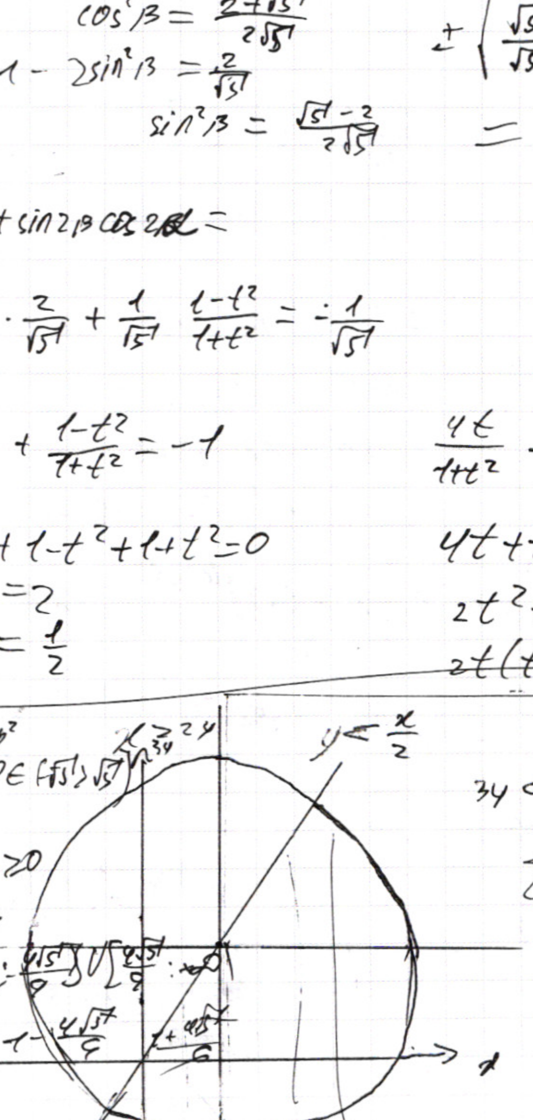
$81b^2-80\geq 0$

$b^2\geq\frac{80}{81}$

$b\in(-\infty;-\frac{4\sqrt{5}}{9}]\cup[\frac{4\sqrt{5}}{9};+\infty)$

$y-1$

$y\in \quad 1-\frac{4\sqrt{5}}{9} \quad 1+\frac{4\sqrt{5}}{9}$



$y<\frac{x}{2}$

$3y<\frac{3}{2}x$

$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ a^2+9b^2\geq 25 \end{cases}$

$a^2+9b^2\geq 2\sqrt{3ab}\geq 2\sqrt{3}(a-2b)$

$\frac{25}{2\sqrt{3}}\geq a-2b$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(x-2)^2+9(y+1)^2-25=0$

$(x-2)^2-16+9(y-1)^2-9=0$

$(x-2-4)(x-2+4)+9\cdot(y-1+1)(y-1-1)=0$

$(x-6)(x+2)+9y(y-2)=0$

$x-2y=x-2-2y+2=(x-2)-2(y-1)=\sqrt{(x-2)(y-1)}$

$$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ a^2+9b^2=25 \end{cases}$$

$a-2b\le\frac{a+b}{2}$

$2a-4b\le a+b$

$a\le 5b$

$$\begin{cases} a^2-4ab+4b^2=ab \\ a^2+9b^2=25 \end{cases}$$

$AC=\sqrt{R^2-25^2}=$

$AD^2=R^2-25^2+8^2$

$=R^2-33\cdot 17$

$17^2\cdot 5^2-33\cdot 17$

$=\frac{17}{9}\cdot\left(\frac{17\cdot 25-33\cdot 9}{9}\right)=$

$=425-297=\frac{128}{9}\cdot 17$

$t+t^{\log_5 12}\sqrt{t}\ge t^{\log_5 12}$

$t^{1+\log_5 12}+t>t^{\log_{12}13\cdot\log_5 12}$

$t^{1+\log_5 12}+t>t^{\log_5 13}$

$t(t^{\log_5 12}+1)>t^{\log_5 13}$

$\log_t(t+t^{\log_{12}5})$

$ab-2b^2=b\sqrt{b^2-5}$

b^2-5-2b

$-b^2-5=b\sqrt{b^2-5}$

$4,25$

$\frac{17^2\cdot 5^2}{3^2}-25^2$

$25\left(\frac{17^2-15^2}{3^2}\right)=$

$\frac{b^4+10b^2+25}{b^2}=b^2-5=25\,\frac{22\cdot 12}{3^2}=$

$b^4+10b^2+25=b^4-5b^2$

$=\frac{50\cdot 11\cdot 4}{3}=$

$5b^2=25$

$b=\pm\sqrt{5}$

$\frac{200\cdot 11}{3}$

$\frac{2200}{3}$

$5b^2+5ab=25$

$5(b^2+ab-5)=0$

$D=a^2+20$

$b=$

$ab=a^2-4ab+4b^2$

$b^2+ab=5$

$b(a+b)=5$

$a=4$

$a=\frac{5-b^2}{b}$

$b^2=5-ab$

$a^2+45-9ab=25$

$a^2-9ab+20=0$

$D=81b^2-80$

$a^2+20=9ab$

$ab=\frac{a^2+20}{9}$

$3a-6b=\sqrt{a^2+20}$

$\frac{5-b^2}{b}=\sqrt{5-b^2}$

$\frac{(5-b^2)^2}{b^2}=(5-b)^2$

$25-10b^2+b^4=25b^2-10b^3+b^4$

$10b^3-35b^2+25=0$

$2b^3-7b^2+5=0$

$(b-1)(2b^2-5b-5)=0$

$D=25+40=65$

$\log_{12}5>$

$\left(\frac{5}{13}\right)^t+\left(\frac{12}{13}\right)^t=1$

$5^t+12^t=13^t$

$25+144$

$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\ge(x^2+18x)^{\log_{12}13}-18x$

$x(x+18)>0$

$x>0$

$x<-18$

$13^{\log_{12}(x^2+18x)}$

$\left(12^{\log_{12}5}\right)^{\log_{12}(x^2+18x)}=\left(12^{\log_{12}(x^2+18x)}\right)^{\log_{12}5}=(x^2+18x)^{\log_{12}5}-\log$

$5^t+12^t\ge 13^t \quad |:13^t$

$\left(\frac{5}{13}\right)^t+\left(\frac{12}{13}\right)^t\ge 1$

$0\ge t^{\log_{12}13}-t^{\log_{12}5}-t$

$0\ge(x^2+18x)^{\log_{12}13}-(x^2+18x)^{\log_{12}5}-x^2-18x$

$t+t^{\log_{12}5}\ge t^{\log_{12}5}$

$t^1\cdot t^{\log_{12}5-1}$

$x^2+18x\ge(x^2+18x)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)