МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}, \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5 $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f\left(\frac{1}{y}\right) + f(y) = f\left(\frac{y}{y}\right) = f(1) = 0$

$f\left(\frac{1}{y}\right) = -f(y)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \Rightarrow f(x) - f(y) < 0$

$f(y) > f(x)$

Найдем значение функции f для всех натур чисел от 1 до 27?, учитывая $f(p) = [p/4]$ где p - простое:

$f(1) = 0$

$f(2) = 0$

$f(3) = 0$

$f(4) = f(2) + f(2) = 0$

$f(5) = 1.$

$f(6) = f(2) + f(3) = 0$

$f(7) = 1$

$f(8) = f(2) + f(4) = 0$

$f(9) = f(3) + f(3) = 0$

$f(10) = f(5) + f(2) = 1$

$f(11) = 2$

$f(12) = f(6) + f(2) = 0$

$f(13) = 3$

$f(14) = f(7) + f(2) = 1$

$f(15) = f(5) + f(3) = 1$

$f(16) = f(4) + f(4) = 0$

$f(17) = 4$

$f(18) = f(9) + f(2) = 0$

$f(19) = 4$

$f(20) = f(4) + f(5) = 1$

$f(21) = f(7) + f(3) = 1$

$f(22) = f(11) + f(2) = 2$

$f(23) = 5$

$f(24) = f(12) + f(2) = 0$

$f(25) = f(5) + f(5) = 2$

$f(26) = f(13) + f(2) = 3$

$f(27) = f(9) + f(3) = 0$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$f(y) > f(x) \quad (1)$

Значение функции:	0	1	2	3	4	5
Кол-во ~~от~~ натур аргументов, принадл. ~~нат~~ ~~из~~ $[3;27]$, при которых достигается это значение:	10	7	3	2	2	1.

Пусть $f(x)=0$ ~~(10 вариантов x)~~, тогда (1) выполнится для $f(y)>0$, т.е ~~f(y)≥~~ $f(y)$ равно 1 или 2 или 3 или 4 или 5.

Обозначим за n_k - кол-во пар. чисел x, y удовл. усл, где $f(x)=k$

$n_0 = 10\cdot(7+3+2+2+1) = 10\cdot 15 = 150.$

$n_1 = 7\cdot(3+4+1) = 7\cdot 8 = 56.$

$n_2 = 3\cdot(4+1) = 15$

$n_3 = 2\cdot 3 = 6$

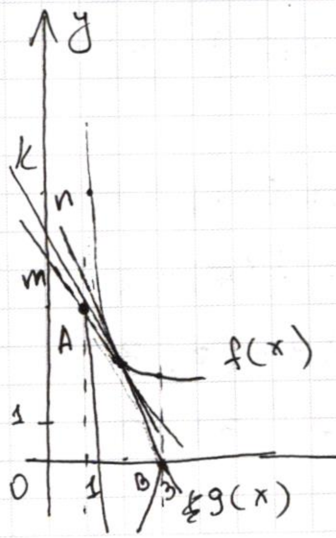
$n_4 = 2\cdot 1 = 2$

$n_5 = 1\cdot 0 = 0$

Тогда общее кол-во пар чисел $(x;y)$ $n = n_0+n_1+n_2+n_3+$
$+n_4+n_5 = 150+56+15+6+2 = 229$

Ответ: $n = 229$

№ 6 Построим функции $f(x) = \dfrac{4x-3}{2x-2}$ и $g(x) = 8x^2-34x+30$



x	1,1	2	3
f(x)	7	2,5	2,25

x	1	2	3
g(x)	4	−6	0

Отметим точки

A(1;4)

B(3;0)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Построим прямую m, через точку A и касающуюся функции $f(x)$ в точке x_m: $y = a_m x + b_m$

Построим прямую n, через точку B и касающуюся функции $g(x)$ в точке x_n: $y = a_n x + b_n$

Найдем ~~...~~ a_m:

$4 = a_m + b_m \qquad b_m = 4 - a_m.$

$$a_m x_m + b_m = \frac{4x_m - 3}{2x_m - 2}$$

$(a_m x_m + 4 - a_m)(2x_m - 2) = 4x_m - 3$

~~$2a_m x_m^2 + x_m(4 - 4a_m) - 5 + 2a_m = 0$~~

$2a_m x_m^2 + x_m(4 - 4a_m) - 5 + 2a_m = 0$

$D = 16(1 - a_m)^2 - 4 \cdot 2a_m \cdot (2a_m - 5) = 16a_m^2 - 32a_m + 16 - 16a_m^2 +$
$+ 40a_m = 8a_m + 16 \qquad D = 0 \Rightarrow 8a_m + 16 = 0$

$a_m = -2.$

Найдем ~~...~~: a_n:

$$\left.\begin{aligned} &0 = 3a_n + b_n \qquad b_n = -3a_n \\ &a_n x_n + b_n = \frac{4x_n - 3}{2x_n - 2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 2a_n x_n^2 + x_n(-8a_n - 4) + 6a_n + 3 = 0.$

$D = 64a_n^2 + 64a_n + 16 - 4 \cdot 2a_n(6a_n + 3) = 16a_n^2 + 40a_n + 16$

$D = 0 \qquad 4a^2 + 10a_n + 4 = 0$

$D_a = 100 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 36.$

$a_1 = \frac{-10 + 6}{8} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2} \qquad a_2 = \frac{-10 - 6}{8} = \frac{-16}{8} = -2$

a_1 – не подходит, так как в этом случае прямая n коснется $f(x)$ не на промежутке $(1; 3]$ $\Rightarrow$

$a_n = a_z = -2$

Заметим что любая прямая k: $y = ax + b$, удовлетворяющая условию лежит между прямыми m и n (1)

~~т.е.~~ $\cancel{a_m \geq a \geq a_n \Rightarrow -2 \geq a \geq -2 \Rightarrow}$

$\cancel{a = -2.}$

~~Найдем возможные значения~~ $\cancel{b}$:

$\cancel{-2 + b \geq 4 \Rightarrow b \geq 6}$ ~~(для A)~~

$\cancel{3 \cdot (-2) + b \geq 0 \Rightarrow b \geq 6}$ ~~(для B)~~

~~Найдем точку касания с~~ $\cancel{f(x)}$:

Построим прямую z через точки A и B: $y_z = a_z x_z + b_z$

$\cancel{4 = x_z + b_z}$ $\quad \cancel{0 = 3x}$

$$\left.\begin{aligned} 4 &= a_z + b_z \\ 0 &= 3a_z + b_z \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow a_z = -2 \quad b_z = -6 \Rightarrow$ ~~Прямая~~ $\cancel{z \parallel m}$ ~~и~~

$z \parallel m$ и $z \parallel n$ так как $a_z = a_m = a_n$, но прямая m проходит через точку A, а прямая n через точку B $\Rightarrow$ прямые m, z, n – совпадают $\Rightarrow$ прямая k совпадает с прямыми m, z, n (из (1)) $\Rightarrow$

$a = a_z = -2 \quad b = b_z = 6.$

Ответ: сущ. единств пара чисел $(-2; 6)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

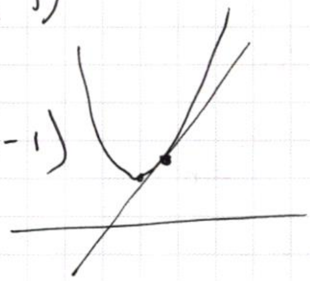
m.

$-2{,}6 \quad 0{,}2 \quad -1{,}8$

$y = a_m + b_m$

$a_m = \left(\frac{4x_m + 3}{2x_m - 2}\right)' = \frac{4(2x_m - 2) - 2(4x_m + 3)}{4(x_n - 1)^2} =$

$= \frac{8x_m - 8 - 8x_m + 6}{4(x_n - 1)^2} = \frac{-2}{4(x_m - 1)} = \frac{-1}{2(x_m - 1)}$

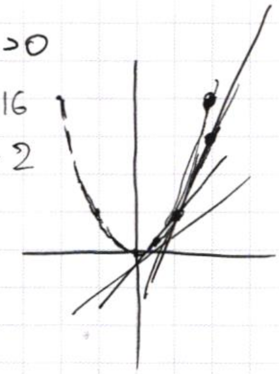


$a_m = \frac{-1}{2(x_m - 1)^2}$ $\qquad x_m = 1 - \frac{\sqrt{8a_m}}{4a_m}$

$8a_m + 16 > 0$

$8a_m > -16$

$a_m > -2$



$\frac{-7}{-4} = 1{,}75$

$y = x^2 \quad y' = 2x$

$y = ax + b$

$D = \frac{(4 - 4a_m)^2 - \sqrt{8a_m + 16}}{4a_m} =$

$= \frac{16 - 32a_m + 16a_m - \sqrt{\ }}{4a_m}$

$a_m x_m + b_m = \frac{4x_m - 3}{2x_m - 2}$ $\qquad a_m x_m + 4 - a_m = \frac{4x_m - 3}{2x_m - 2}$

$a_m x_m + (4 - a_m)$ $\qquad a_m(x_m - 1) + 4 = \frac{4x_m - 3}{2x_m - 2}$

$\cancel{a_m\left(1 - \frac{\sqrt{8a}}{4a_m}\right) = 4\left(1 - \right.}$

$(4 + a_m(x_m - 1))(2x_m - 2) = 4x_m - 3$

$\cancel{a_m\left(-\frac{\sqrt{8a}}{4a_m}\right) + 4 = \frac{4\left(1 - \frac{\sqrt{8a}}{4a_m}\right) - 3}{2\left(1 - \frac{\sqrt{8a}}{4a_m}\right) - 2}}$

$8x_m - 8 + 2a_m x_m(x_m - 1) - 2a_m(x_m - 1) = 4x_m - 3.$

$8x_m - 8 + 2a_m x_m^2 - 2a_m x_m - 2a_m x_m + 2a_m = 4x_m - 3.$

$2a_m x_m^2 + x_m(8 - 4a_m - 4) - 8 + 2a_m + 3 = 0.$

☑ черновик ☐ чистовик

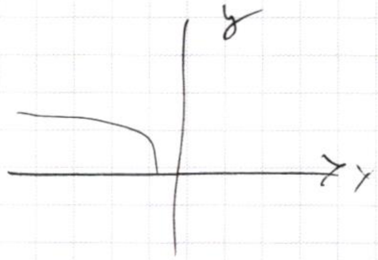
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$2a_m x_m^2 - 2a_m x_m + 8x_m - 8 - 2a_m x_m + 2a_m - 4x_m + 3 = 0$

$-4a_n x_n$



$\frac{4x-3}{2x-2}$.

-1

-5

$\frac{-23}{-12}$. $\frac{23}{12}$

x_n.

$0 = 3a_n + b_n$

$b_n = -3a_n$.

$a_n x - 3a_n = \frac{4x_n - 3}{2x_n - 2}$.

$a_n(x_n - 3)(2x_n - 2) = (4x_n - 3)$

$a_n(2x_n^2 - 2x_n - 6x_n + 6) = 4x_n - 3$

$2a_n x_n^2 - 8x_n a_n + 6a_n - 4x_n + 3 = 0$.

$2a_n x_n^2 + x_n(6 - 8a_n) - 4x_n + 3 = 0$

$D = 36 - 96a_n + 64a_n^2 - 4 \cdot 2a_n \cdot (4x_n$

$2a_n x_n^2 + x_n(-8a_n - 4) + 6a_n + 3$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2(\alpha+\beta)) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$2\sin(\alpha+2\beta)\cdot\cos(\alpha+2\beta)+2\sin\alpha\cos\alpha = -\frac{8}{17}$

~~$\sqrt{17} = -\frac{1}{2\ldots}$~~

~~$17 = \frac{1}{2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)}$~~

1 $2(\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha)(\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

2 $2(\sin\alpha\cos 2\beta+\cos\alpha\cdot\sin 2\beta)(\cos\alpha\cdot\cos 2\beta-\sin\alpha\cdot\sin 2\beta)+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = -\frac{8}{17}$

2 $2(\sin\alpha\cdot(\cos^2\beta-\sin^2\beta)+\cos\alpha\cdot 2\sin\beta\cdot\cos\beta)(\cos\alpha\cdot(\cos^2\beta-\sin^2\beta)-\sin\alpha\cdot 2\cos\beta\cdot\sin\beta)$
$+2\sin\alpha\cos\alpha = -\frac{8}{17}$

1. $2(\sin\alpha\cos\alpha\cdot\cos^2\beta-\sin^2\alpha\sin\beta\cos\beta+\cos^2\alpha\sin\beta\cdot\cos\beta-\sin^2\beta\cdot\cos\alpha\cdot\sin\alpha)$
$= -\frac{1}{\sqrt{17}}$

1. $2(\sin\alpha\cos\alpha(\cos^2\beta-\sin^2\beta)+\sin\beta\cos\beta(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

~~2. $2(\sin\alpha\cos\alpha(\cos^2\beta-\sin^2\beta)^2-$~~

$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

2. $2(\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\cos^2 2\beta-\sin^2\alpha\sin 2\beta\cos 2\beta+\cos^2\alpha\cdot\sin 2\beta\cdot\cos 2\beta-\sin^2 2\beta\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha) = -\frac{8}{17}$

$2(\sin 2\alpha\cdot\cos^2 2\beta-\sin^2\alpha\cdot\sin 4\beta+\cos^2\alpha\cdot\sin 4\beta-\sin^2 2\beta\sin 2\alpha) = -\frac{8}{17}$

~~$\sin 2\alpha(\cos^2 2\beta-\sin^2 2\beta)+\sin 4\beta(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha) = -\frac{8}{17}$~~

$\cos 2\beta(-\frac{1}{\sqrt{17}}-\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha)-\ldots\ldots+\ldots-\sin 2\beta(-\frac{1}{\sqrt{17}}-2\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta)=$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\beta-\frac{\sin 4\beta\cdot\cos 2\alpha}{2}-\sin^2\alpha\cdot\sin 4\beta+\cos^2\alpha\cdot\sin 4\beta+\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\sin 2\beta+$
$\frac{\sin 4\beta}{2}\cdot\cos 2\beta = -\frac{4}{17}$

$\sin 4\beta(-\frac{\cos 2\alpha}{2}-\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\frac{\cos 2\beta}{2})+\frac{1}{\sqrt{17}}(\sin 2\beta-\cos 2\beta) = -\frac{4}{17}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

2
$$\begin{cases} 3y-2x = \sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$$9y^2-12xy+4x^2 = 3xy-2x-3y+2.$$

$$\begin{cases} 9y^2-15xy+4x^2+2x+3y-2=0. \quad |\cdot 3 \\ 3x^2+3y^2-6x-4y-4=0 \end{cases}$$

$$\cancel{6y^2-15xy-x^2+8x+7y+2=0.}$$

$$\cancel{6y^2-12xy+1-x^2+8x+7y+1=0.}$$

$$27y^2-45xy+12x^2+6x+9y-6=0$$

$$3x^2+3y^2-6x-4y-4=0$$

$$24y^2-45xy+9x^2+0+13y-2=0.$$

5. $\dfrac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30.$ $(1;3]$

72
102

$y = \dfrac{4x-3}{2x-2}$

x	0	1	1,1	2	3
y	1,5	–	7	2,5	2,25

$y = 8x^2-34x+30$

x	1	2	3
y	4	–6	

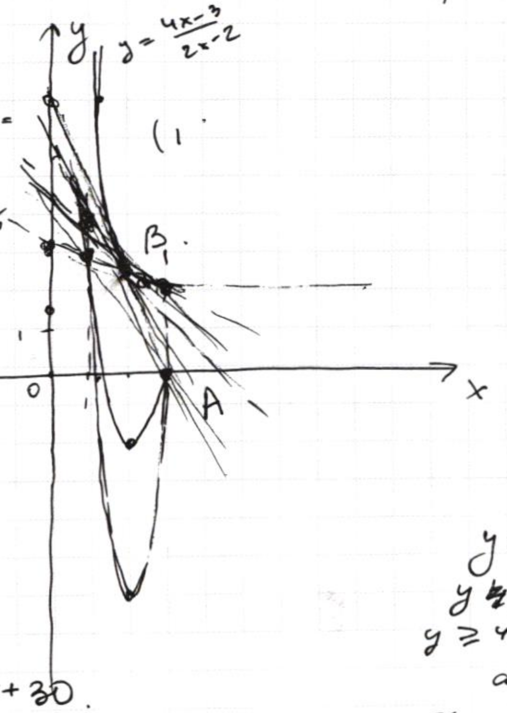
8
34
30

$4{,}4-3=1{,}4$ $\quad \dfrac{1{,}4}{0{,}2}$

$\dfrac{8-3=5}{2}$ 0,2 $\quad \dfrac{1{,}4}{0{,}2}=\dfrac{7}{1}=$

$\dfrac{5}{2}$ $\quad \cancel{3,5}$ 7

$\dfrac{12-3=9}{4}=2{,}25$



$\dfrac{37}{18}$

$$\begin{array}{r} 72 \\ -102 \\ +30 \\ \hline 0 \end{array}$$

$4 \cdot 8 =$

$$\begin{array}{r} 32 \\ -64 \\ +30 \\ \hline 32 \\ -34 \\ \hline -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ -68 \\ +30 \\ \hline -6 \end{array}$$

34
3
102

$\dfrac{9}{4} = 2{,}25$

$y=ax+b.$

$y\ \cancel{4} = a+b$

$y \geq 4$

$a+b \geq 4.$

$y = 3a+b$

$3a+b \geq 0.$

$ax+b = 8x^2-34x+30.$

$a = 16x-34$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(1) = 0$

$f(2) = 0$

$f(3) = 0$

$f(4) = f(2)+f(2) = 0$

$f(5) = 1$

$f(6) = f(2)+f(3) = 0$

$f(7) = 1$

$f(8) = f(4)+f(4) = 0$

$f(9) = f(3)+f(3) = 0$

$f(10) = f(5)+f(2) = 0+1=1$

$f(11) = 2$

$f(12) = f(6)+f(2) = 0+0=0$

$f(13) = 3$

$f(14) = f(7)+f(2) = 1+0=1$

$f(15) = f(5)+f(3) = 1$

$f(16) = f(4)+f(4) = 0$

$f(17) = 4$

$f(18) = f(9)+f(2) = 0$

$f(19) = 4$

$f(20) = f(10)+f(2) = 1$

$f(21) = f(7)+f(3) = 1$

$f(22) = f(11)+f(2) = 2$

$f(23) = 5$

$f(24) = f(6)+f(4) = 0+0$

$f(25) = f(5)+f(5) = 2$

$f(26) = f(13)+f(2) = 3$

$f(27) = f(9)+f(3) = 0$

$306 + 15 = 321$

$321 + 6 = 327$

$327 + 2 = 329$

$10 + 5 + 11 = 26.$

кол-во ч.

10 ~~13~~ $- 0$

$7 - 1$

$3 - 2$

$2 - 3$

$2 - 4$

$1 - 5$

25

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$x(x+6)>0$

$\overset{+}{}\ \ \underset{-6}{\circ}\ \ \overset{-}{}\ \ \underset{0}{\circ}\ \ \overset{+}{}$

$3=a+b$

$b=\cancel{a3}\ 3-a$

$y=\frac{4x-3}{2x-2}=ax+b$

$\frac{4x-3}{2x-2}=ax+3-a$

$4x-3=2ax^2+6x-2ax-ax-6+2a$

$4x-3=2ax^2+x(6-2a-a)-6+2a$

$2ax^2+x(2-3a)-3+2a=0.$

$\left(\frac{4x-3}{2x-2}\right)'=\frac{4(2x-2)-2(4x-3)}{4x^2-8x+4}=\frac{8x-8-8x-6}{4x^2-8x+4}=\frac{\cancel{-14}\ 2}{4(x^2-2x+1)}=$

$\cancel{=\frac{1-4}{(x-1)^2}}$

$-\frac{4}{x-1}=a \quad \Longrightarrow (1;3]$ доп a $(-\infty;-2]$

$-4=ax-a$

$-\frac{4}{2}=-2 \quad x=\frac{-4+a}{a}=1-\frac{4}{a}$

$-\frac{1}{2(x-1)^2}=a \quad (1;3]$ доп a

$a\in(-\infty;\cancel{-2}\ -\frac{1}{8}]$

$-1=a(2x^2+4x+2)$

$y=kx+m$

$4=k+m$

$0=3k+m$

$4=-2k$

$k=-2.$

$m=6$

$\cancel{k}\ a\geq-2$

$a\in[-2;-\frac{1}{8}]$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin 4\beta\left(\frac{-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{2}-\frac{2\sin^2\alpha}{2}+\frac{2\cos^2\alpha}{2}+\frac{\cos^2\beta-\sin^2\beta}{2}\right)\ldots$

$\sin 4\beta\left(\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha+\cos 2\beta}{2}\right)+\frac{1}{\sqrt{17}}(\sin 2\beta-\cos 2\beta)=-\frac{4}{17}$

$\sin 4\beta\left(\frac{\cos 2\alpha}{2}+\frac{\cos 2\beta}{2}\right)+\frac{1}{\sqrt{17}}\sin 2\beta-\cos 2\beta)=-\frac{4}{17}$

$\sin 2\beta\cdot\cos 2\beta(\cos 2\alpha+\cos 2\beta)+\frac{1}{\sqrt{17}}(\sin 2\beta-\cos 2\beta)=-\frac{4}{17}$

~~$\sin 2\beta(\cos 2\beta\cos 2\alpha+\frac{1}{\sqrt{17}})-\cos 2\beta($~~

A $0=3a+b.$ $b=-3a$

$\frac{4x-3}{2x-2}=ax+b.$

$\frac{4x-3}{2x-2}=a(x-3)$

$4x-3=2(x-1)(a(x-3))$

$4x-3=2a(x^2-3x-x+3)$

$4x-3=2ax^2-8ax+6a$

$2ax^2-x(8a+4)+6a+3=0.$

$D=(8a+4)^2-4\cdot 2a\cdot(6a-3)=0.$

$64a^2+64a+16-36a^2+24a=0.$

$28a^2+88a+16=0.$

$7a^2+22a+4=0$

$D=22^2-4\cdot7\cdot4=372=(2\sqrt{91})^2$

$a_1=\frac{-22\pm2\sqrt{91}}{14}$

64
-36
28

372 | 4
36 | 93 | 3
12 | 93 | 31
0

22
22
44
44
464
112
372

16
7
112

$\cancel{\frac{4x-3}{2x-2}} = ax+b$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [p/4]$

p прост.

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$!

$f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right)$

$x \neq y \Rightarrow$

$f\left(\frac{x}{x}\right) = f(1) = 0.$

$f\left(\frac{1}{y}\right) < -\frac{f}{1}(x)$

$f\left(\frac{1}{y}\right)$ - отриц

$f\left(\frac{1}{y+1}\right) + f\left(\frac{y+1}{1}\right) = f(1)$

$f\left(\frac{1}{y}\right) = 0 - f(y)$

$f\left(\frac{1}{y}\right) - f(y)$

$f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) < 0$

$f(x)$

3 5 7 11 13 17 19 23

$f(3) = 0$

$f(5) = 1$

$f(7) = 1$

$f(11) = 2$

$f(13) = 3$

$f(17) = 4$

$f(19) = 4$

$f(23) = 5$

$f(1) = 0$

$f(4) = f(2) + f(2)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y) < 0$. — больший.

$10 \cdot 15 = 150$

$a\left(1 - \frac{\sqrt{8a}}{4a}\right) + b \le \frac{4\left(1 - \frac{\sqrt{-8a}}{4a}\right) + 3}{2\left(1 - \frac{\sqrt{-8a}}{4a}\right) - 2}$

$ax_0 + b \le \frac{4x_0 + 3}{2x_0 - 2}$

$x_0 = 1 + \frac{\sqrt{1}}{0{,}5} = 3$

$x_0 = 1 + \frac{\sqrt{-8a}}{4a}$ больший

$x = \frac{4a + \sqrt{-8a}}{4a} =$

$-1 = 2ax^2 - 4ax + 2a$

$2ax^2 - 4ax + 2a + 1 = 0$

$D = 16a^2 - 4 \cdot 2a(2a+1) =$

$= 16a^2 - 16a^2 - 8a = -8a$

$-1 \neq 4ax^2 - 8ax + 4a$

$4ax^2 - 8ax + 4a + 1 = 0$

$D = 64a^2 - 4 \cdot 4a(4a+1) =$

$= 64a^2 -$

$x_0 =$

$\cancel{4 + 2a > 0}$

$\cancel{2a > -4}$

$\cancel{a > -2}$

(1) $a \cdot 1 + b \ge 4$ при $x = 1$

(2) $3a + b \ge 0$

(3)

$y > 4$

$y = ax + b$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)