

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6}, \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x + |x^2 - 10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x - x^2)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC , повторно пересекает Ω в точке F . Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF , если известно, что $CD = \frac{15}{2}$, $BD = \frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leq x \leq 25$, $2 \leq y \leq 25$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x - 16}{4x - 5} \leq ax + b \leq -32x^2 + 36x - 3$$

выполнено для всех x на промежутке $[\frac{1}{4}; 1]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN . Известно, что $KL = 3$, $KM = 1$, $MN = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM . Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

23.

$$70x + |x^2 - 70x| \stackrel{\log_3 4}{\geq} x^2 + 5 \stackrel{\log_3 (70x - x^2)}{>}$$

$$0. 70x - x^2 > 0$$

$$7. 70x - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 - 70x < 0 \Rightarrow |x^2 - 70x| = 70x - x^2$$

$$2. 70x - x^2 + (70x - x^2) \stackrel{\log_3 4}{\geq} (70x - x^2) \stackrel{\log_3 5}{>}$$

$$(70x - x^2) \stackrel{\log_3 3}{+4} \stackrel{\log_3 (70x - x^2)}{> 5} \stackrel{\log_3 (70x - x^2)}{> 5}$$

$$3 \stackrel{\log_3 (70x - x^2)}{+4} \stackrel{\log_3 (70x - x^2)}{> 5} \stackrel{\log_3 (70x - x^2)}{> 5}$$

$$\text{Пусть } \log_3 (70x - x^2) = a$$

$$3^a + 4^a \geq 5^a$$

Пусть $a > 0$ у функций $3^a + 4^a$ и 5^a может быть не более одной точки пересечения (степенные экспоненциальные функции), пересекаться при $a = 2$ ($9 + 16 = 25$)

Пусть $a < 0$ может быть ещё одна точка пересечения:

$$\begin{cases} 3^a + 4^a = 5^a \\ a < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{3^{-a}} + \frac{1}{4^{-a}} - \frac{1}{5^{-a}} = 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4^a \cdot 5^a + 3^a \cdot 5^a - 3^a \cdot 4^a}{3^a \cdot 4^a \cdot 5^a} = 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20^a + 75^a = 72^a \\ a > 0 \end{cases}$$

Ф, т.к. $20^a < 72^a$ при $a > 0$, а если к 20^a прибавить 75^a (всегда больше 0), то $20^a + 75^a > 72^a$, а значит общих точек нет.

Значит, $3^a + 4^a \geq 5^a$ при $a \leq 2$.

$$a \leq 2 \Rightarrow \log_3 (70x - x^2) \leq 2$$

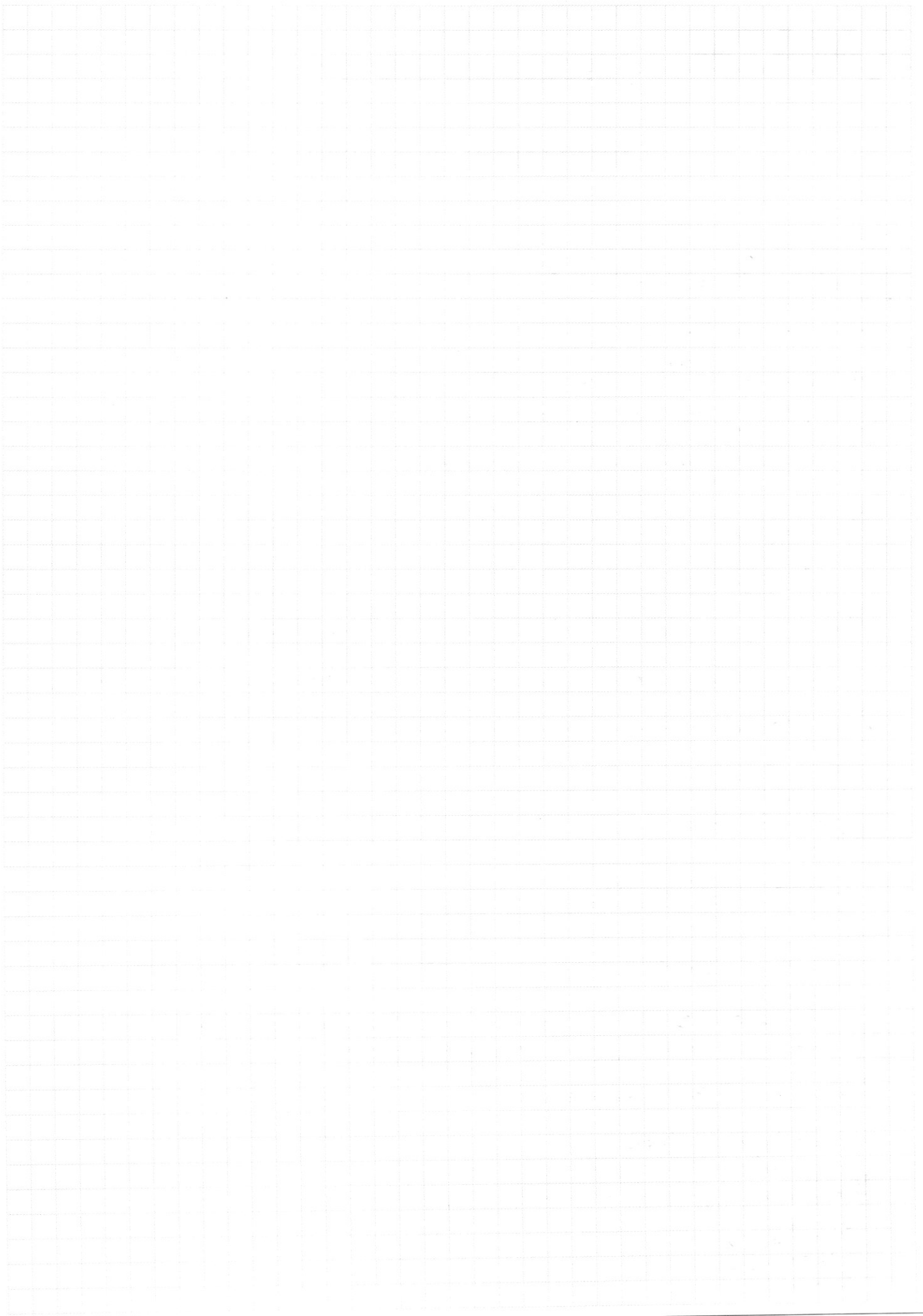
$$\log_3 (70x - x^2) \leq \log_3 9$$

Функция $y = \log_3 z$ возрастает на \mathbb{R}_+ , значит

$$70x - x^2 \leq 9 \Rightarrow$$

$$x^2 - 70x + 9 \leq 0$$

$$(2x - 9)(x - 7) \geq 0$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x \leq 7 \\ x > 9 \end{cases}$$

3. Укажите н. о. и м. о.:

$$\begin{cases} 70x - x^2 > 0 \\ \begin{cases} x \leq 7 \\ x > 9 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 70 \\ \begin{cases} x \leq 7 \\ x > 9 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x \leq 7 \\ 9 \leq x < 70 \end{cases}$$

Ответ: $(0; 7] \cup [9; 70)$.

27.

$$7.5 \sinh(2\alpha + 4/\beta) + \sinh 2\alpha = 2 \sinh(2\alpha + 2/\beta) \cdot \cos 2/\beta = -\frac{2}{5}$$

$$2 \cdot \left(-\frac{7}{\sqrt{5}}\right) \cdot \cos 2/\beta = -\frac{2}{5}$$

$$\frac{\cos 2/\beta}{\sqrt{5}} = \frac{1}{5}$$

$$\cos 2/\beta = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$2. \cos 2/\beta = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\sinh^2 2/\beta = 1 - \cos^2 2/\beta = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\sinh 2/\beta = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$$

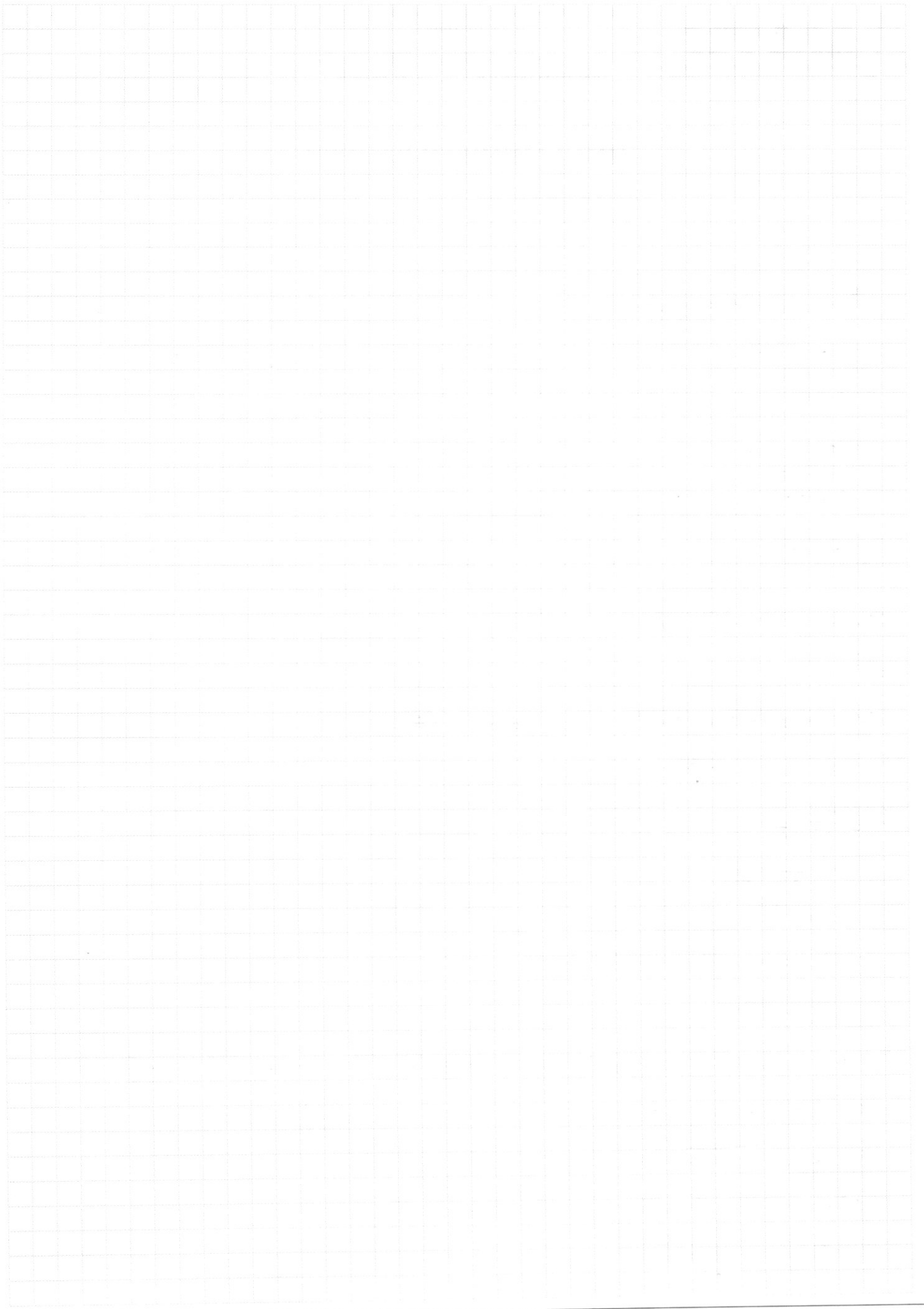
$$3. \sinh(2\alpha + 2/\beta) = \sinh 2\alpha \cos 2/\beta + \cos 2\alpha \sinh 2/\beta = \sinh 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} + \cos 2\alpha \cdot \left(\pm \frac{2}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{7}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5}$$

$$\sinh 2\alpha \pm 2 \cos 2\alpha + 7 = 0$$

$$\sinh 2\alpha \pm 2\sqrt{7 - \sinh^2 2\alpha} + 7 = 0$$

$$\sinh 2\alpha + 7 = \pm 2\sqrt{7 - \sinh^2 2\alpha}$$

$$1) \sinh 2\alpha + 7 = -2\sqrt{7 - \sinh^2 2\alpha}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left. \begin{aligned} -7 \leq \sin 2\alpha \leq 7 \Rightarrow 0 \leq \sin 2\alpha + 7 \leq 2 \\ \sqrt{7 - \sin^2 2\alpha} > 0 \Rightarrow -2\sqrt{7 - \sin^2 2\alpha} \leq 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sin 2\alpha + 7 = -2\sqrt{7 - \sin^2 2\alpha} \text{ только если обе части } = 0.$$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha = -1 \\ \sqrt{7 - \sin^2 2\alpha} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha = -1 \\ \sin 2\alpha = \pm 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = -1$$

$$2\alpha = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = -1$$

$$2) \sin 2\alpha + 7 = 2\sqrt{7 - \sin^2 2\alpha}$$

$$\left. \begin{aligned} -7 \leq \sin 2\alpha \leq 7 \Rightarrow 0 \leq \sin 2\alpha \leq 2 \\ 2\sqrt{7 - \sin^2 2\alpha} > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{нельзя возвести в квадрат.}$$

$$\sin^2 2\alpha + 2\sin 2\alpha + 7 = 4 - 4\sin^2 2\alpha$$

$$5\sin^2 2\alpha + 2\sin 2\alpha - 3 = 0$$

$$D = 4 + 60 = 64$$

$$\sin 2\alpha = \frac{-2 \pm 8}{10}$$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha = -1 & (\text{см. п. 3. 1)}) \\ \sin 2\alpha = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos 2\alpha = \pm \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \pm \frac{3}{4}$$

$$\pm \frac{3}{4} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{3}{4} = 0$$

$$\begin{cases} \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{3}{4} = 0 \\ \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{3}{4} = 0 \end{cases}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 8 \operatorname{tg} \alpha + 3 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha = 0 \\ 8 \operatorname{tg} \alpha - 3 + 3 \operatorname{tg}^2 \alpha = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \operatorname{tg}^2 \alpha - 8 \operatorname{tg} \alpha - 3 = 0 \\ 3 \operatorname{tg}^2 \alpha + 8 \operatorname{tg} \alpha - 3 = 0 \end{cases}$$

$$D = 64 + 36 = 100$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\pm 8 \pm 10}{6} = \frac{\pm 4 \pm 5}{3}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = \frac{7}{3} \\ \operatorname{tg} \alpha = -3 \\ \operatorname{tg} \alpha = -\frac{7}{3} \\ \operatorname{tg} \alpha = 3 \end{cases}$$

$$4. \sqrt{2} \cdot 3 \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = -1 \\ \operatorname{tg} \alpha = \pm 3 \\ \operatorname{tg} \alpha = \pm \frac{7}{3} \end{cases}$$

Ответ: $-3; -\frac{7}{3}; -1; \frac{7}{3}; 3$.

2 б.

$$a. x \neq \frac{5}{4}$$

$$7. \frac{76x - 76}{4x - 5} = \frac{76x - 20 + 4}{4x - 5} = 4 + \frac{4}{4x - 5} - \text{интервал}$$

$$f\left(\frac{7}{4}\right) = 4 - 1 = 3$$

$$f\left(\frac{7}{2}\right) = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

$$f\left(\frac{3}{4}\right) = 4 - 2 = 2$$

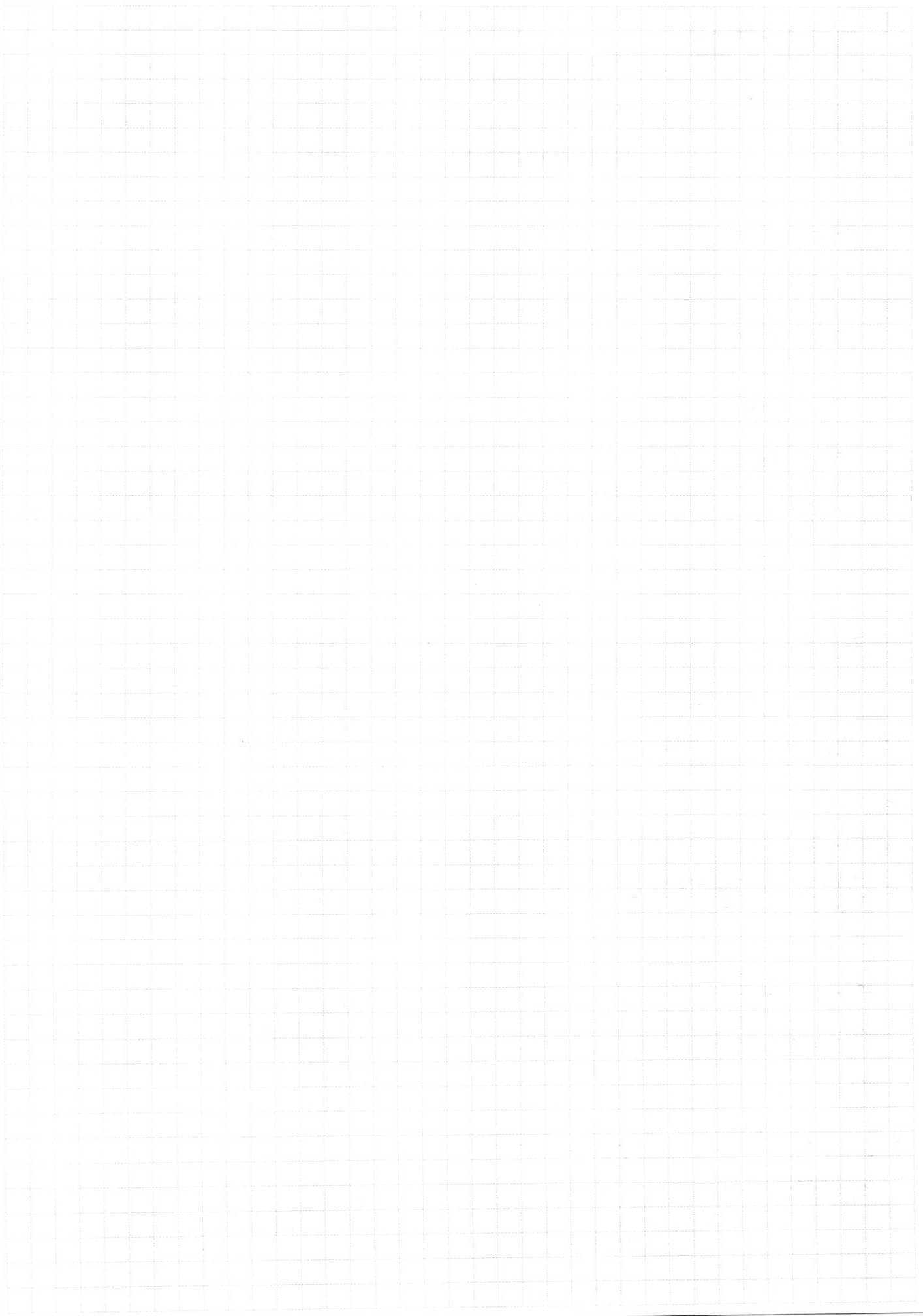
$$f(7) = 4 - 4 = 0$$

$$2. g(x) = -32x^2 + 36x - 3 \quad g\left(\frac{7}{4}\right) = -2 + 9 - 3 = 4$$

$$x_0 = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}; a < 0 \quad g\left(\frac{7}{2}\right) = -8 + 78 - 3 = 7$$

$$-g\left(\frac{3}{4}\right) = g(7) = -32 + 36 - 3 = 1$$

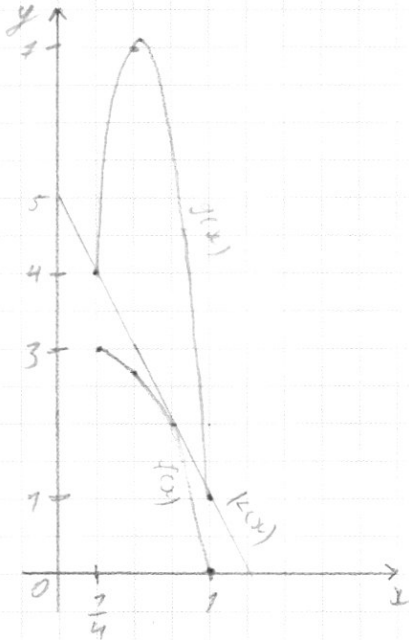
3. $k(x) = ax + b$ - линейная функция



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



4. На графике видно, что у $k(x)$ может быть только одно положение, удовлетворяющее условиям задачи $\begin{cases} k(x) \geq f(x) \\ k(x) \leq g(x) \end{cases}$. Прямая $k(x)$

должна пересекать $g(x)$ в точках $\frac{3}{4}$ и 1 , а также касаться $f(x)$ (то как раз достигается при $x = \frac{3}{4}$ (с. 4.5)). Значит, $k(x) = -kx + b$, значит $a = -k$; $b = 5$.

$$5. f'(x) = \frac{-76}{(4x-5)^2}$$

$$f'\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{-76}{(1-2)^2} = -4$$

$$k'(x) = -4$$

$$\left. \begin{array}{l} f\left(\frac{3}{4}\right) = 2 \\ k\left(\frac{3}{4}\right) = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow f\left(\frac{3}{4}\right) = k\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{3}{4}\right) = k'\left(\frac{3}{4}\right)$$

$\Rightarrow k(x)$ является касательной к $f(x)$ при $x = \frac{3}{4}$.

Ответ: $(-4; 5)$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin(2\alpha + 2/3) = \sin(2(\alpha + 1/3)) = 2\sin(\alpha + 1/3)\cos(\alpha + 1/3) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$(x - 22y)^2 = 2xy - 72y - x + 6$$

$$x^2 - 24xy + 74y^2 = 2xy - 72y - x + 6$$

$$x^2 - 26xy + x$$

$$23 - 70x - x^2 > 0$$

$$70x + (70x - x^2) \log_3 4 > x^2 + 5 \log_3 (70x - x^2)$$

$$70x + (70x - x^2) \log_3 4 > x^2 + (70x - x^2) \log_3 5$$

$$70x - x^2 + (70x - x^2) \log_3 4 > (70x - x^2) \log_3 5$$

$$x^2 - 72x + 36 + 36y^2 - 36y - 36 - 45 = 0$$

$$(x - 6)^2 + 36y^2 - 36y + 9 = 90$$

$$(6y - 3)^2$$

$$(x - 6)^2 + (6y - 3)^2 = 90$$

$$\frac{76x - 76}{4x - 5} = \frac{76x - 20 + 7}{4x - 5} = 4 + \frac{4}{4x - 5}$$

$$-32x + 36x - 3$$

$$x_0 = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$$

$$\sin \alpha + \sin \frac{\alpha}{3} = 2 \sin \frac{\alpha + 1/3}{2} \cos \frac{\alpha - 1/3}{2}$$

$$\begin{matrix} 30 & & 30 \\ 45 & & 45 \\ & & 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \end{matrix}$$

$$\frac{\sqrt{12}}{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\sin 30 + \sin 60 = 2 \sin 45 \cos (-15) = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 15 = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{2} = \frac{\sqrt{2\sqrt{3}+4}}{2}$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2} \sqrt{5} \sin 2\alpha + \sqrt{5} - 2\sqrt{1-\sin^2 2\alpha} = 0$$

$$\sin(\alpha + 1/3) = \sin \alpha \cos 1/3 + \sin 1/3 \cos \alpha$$

$$\begin{matrix} 30 & 30 \\ & \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \end{matrix}$$

$$x(70-x) > 0$$

$$x(x-70) < 0$$

$$0 < x < 70$$

$$\sin(2\alpha + 2/3) = \sin 2\alpha \cos 2/3 + \sin 2/3 \cos 2\alpha$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{5} = \sin 2\alpha \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{2}{5} \cdot \cos 2\alpha$$

$$-\sqrt{5} = \sin 2\alpha \cdot \sqrt{5} + 2 \cos 2\alpha$$

$$2 \sin(2\alpha + 2/3) \cdot \cos 2/3 = -\frac{2}{5}$$

$$-\frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \cos 2/3 = -\frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \cos 2/3 = \frac{1}{5}$$

$$\cos 2/3 = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad \sin^2 2/3 = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\sin 2/3 = \pm \frac{2}{5}$$

$$\sqrt{3+1} \quad \sqrt{205+7}$$

$$3 + 7\sqrt{3} = 20\sqrt{3} + 9$$

$$4 + 10\sqrt{3} = 10\sqrt{3} + 7$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 30 = 2\cos^2 15 - 1$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = 2\cos^2 15$$

$$\frac{\sqrt{3}+2}{4} = \cos^2 15$$

$$\sin(2\alpha + \pi/3) = -\frac{7}{\sqrt{5}} \quad \sin(2\alpha + \pi/3) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5} \quad \text{tg } \alpha = ?$$

$$\sin(2\alpha + \pi/3) + \sin 2\alpha = 2 \sin(2\alpha + \pi/3) \cdot \cos(\pi/3) = -\frac{2}{5}$$

$$-\frac{2}{\sqrt{5}} \cos \pi/3 = -\frac{2}{5}$$

$$\frac{\cos \pi/3}{\sqrt{5}} = \frac{1}{5}$$

$$\cos \pi/3 = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin^2 \pi/3 = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\sin \pi/3 = \pm \frac{2}{\sqrt{5}} = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin(2\alpha + \pi/3) = \sin 2\alpha \cos \pi/3 + \cos 2\alpha \sin \pi/3 = \sin 2\alpha \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} + \cos 2\alpha \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin 2\alpha - 2 \cos 2\alpha + 7 = 0$$

$$\sqrt{5} \sin 2\alpha + 2\sqrt{5} \cos 2\alpha = -\sqrt{5}$$

$$\sin 2\alpha + 2 \cos 2\alpha = -1$$

$$\sin 2\alpha + 7 = 2\sqrt{7 - \sin^2 2\alpha}$$

$$\sin 2\alpha + 2 \cos 2\alpha + 7 = 0$$

$$\sin^2 2\alpha + 2 \sin 2\alpha + 7 = 2 - 2 \sin^2 2\alpha$$

$$\sin 2\alpha + 2(\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha) + 7 = 0$$

$$3 \sin^2 2\alpha + 2 \sin 2\alpha - 7 = 0$$

$$\sin 2\alpha + 2(1 - 2 \sin^2 2\alpha)$$

$$p = 7$$

$$\sqrt{7}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{-2 \pm 7}{6}$$

$$\sin 2\alpha + 7 + 2\sqrt{7 - \sin^2 2\alpha} = 0$$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha = -7 \times \\ \sin 2\alpha = \frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha + 7 = -2\sqrt{7 - \sin^2 2\alpha}$$

$$7 > 0 \quad 5 < 0$$

$$\cos 2\alpha = \pm \frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$\sin 2\alpha = -7 \Rightarrow \cos 2\alpha = 0$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{-7}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} = -\frac{7}{\sqrt{5}}$$

$$2\alpha = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$\text{tg } \alpha = -1$$

✓

$$\begin{cases} x-72y = \sqrt{2xy-72y-x+6} \\ x^2+36y^2-72x-36y=45 \end{cases}$$

$$\frac{36y^2}{\frac{32-87}{4}}$$

$$x^2-72x+36y^2-36y-45=0$$

$$y = \frac{-4 \pm 2\sqrt{5}}{8} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{5}}{8} = \frac{-2 \pm \sqrt{5}}{4}$$

$$P = 744 - 744y^2 + 744y + 720$$

$$P = 72 + 744 - 720$$

$$= -744y^2 + 744y + 324 = -4(36y^2 - 36y + 81) = -36(4y^2 - 4y + 9) =$$

$$x-72y = \sqrt{2y(x-6) - (x-6)}$$

$$x-72y = \sqrt{(2y-1)(x-6)} \quad |2y-1|(x-6) \geq 0$$

$$\begin{cases} 2y \geq 1 & x \geq 6 \\ 2y \leq 1 & x \leq 6 \end{cases}$$

$$(x-6)^2 + 36y^2 - 36y = 81$$

$$x^2 - 24xy + 744y^2 = 2xy - 72y - x + 6$$

$$x^2 - 26xy + 744y^2 + 72y + x - 6 = 0$$

$$y = -32x^2 + 36x - 3$$

$$y(1) = -32 + 36 - 3 = 1$$

$$y(\frac{7}{4}) = -2 + 9 - 3 = 4$$

$$y(\frac{7}{2}) = -8 + 18 - 3 = 7$$

$$x_0 = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$$

$$4 + \frac{4}{4x-5} = -5x+5 \quad -20x^2 + 29x - 9 = 0$$

$$-5x+7 = \frac{4}{4x-5}$$

$$70x^2 - 19x + 9 = 0$$

$$(-5x+7)(4x-5) = 4$$

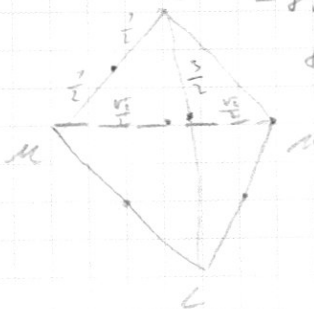
$$-8x^2 + 4x + 20x - 5 = 4$$

$$-8x^2 + 24x - 9 = 0 \quad y = -2x+5$$

$$8x^2 - 24x + 9 = 0$$

LM-?

$$(1; 5) \approx 6$$



$$y = -kx + 5$$

$$7 = -k + 5$$

$$x^2 - 72x + 3(36y^2 - 36y + 9) = 90$$

$$(x-6)^2 + 9(4y^2 - 4y + 1) = 90$$

$$(x-6)^2 + 9(2y-1)^2 = 90$$

$$(x-6)^2 + 36(y - \frac{7}{2})^2 = 90$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)