МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}, \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2 - 26x\right|^{\log_5 12} + 26x \geqslant x^2 + 13^{\log_5\left(26x - x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = 12$, $BD = 13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $4 \leqslant x \leqslant 28$, $4 \leqslant y \leqslant 28$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8 - 6x}{3x - 2} \geqslant ax + b \geqslant 18x^2 - 51x + 28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3}; 2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY = \sqrt{3}$, $TX = \sqrt{2}$, $TZ = 2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

Осталось только проверить, что прямая не пересекается с гиперболой, для этого найдём потенциальные точки пересечения:

$\frac{8-6x}{3x-2} = ax+b \overset{x>\frac{2}{3}}{\Leftrightarrow} 8-6x = 3ax^2 - 2ax + 3bx - 2b \Rightarrow \cancel{3ax^3}$

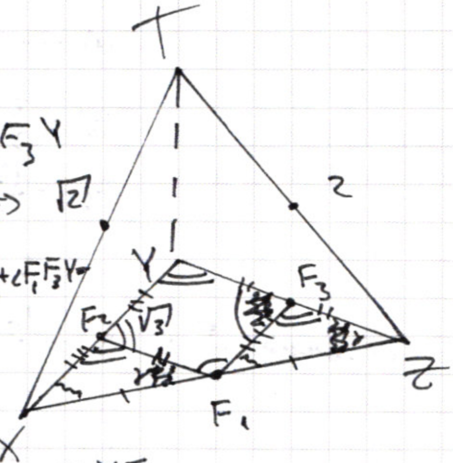
$\Rightarrow 3ax^2 + (3b+6-2a)x - 2b - 8 = 0$, дискр $D = (3b+6-2a)^2 + 12a(2b+8) =$

$= 9b^2 + 36 + 4a^2 + 36b - 24a + 12ab + 24ab + 96a = 9b^2 + 36 + 4a^2 + 36b + 72a + 36ab$

чтобы не было пересечений $D \le 0$ (или было одно)

Решим систему: $\begin{cases} 9b^2 + 36 + 4a^2 + 36b + 72a + 36ab \le 0 \\ 2a + 3b \ge 6 \\ 2a + b \ge -2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} (3b-6)^2 + (2a-18)^2 \le 18^2 - 36ab - 36 \\ 2a + 3b \ge 6 \\ 2a + b \ge -2 \end{cases}$



(7) (1) $F_1F_2F_3Y$ – описанный $\Rightarrow \angle F_2F_1F_3 = \angle F_1F_3Y$

(2) F_2F_1 – средняя лин. в $\triangle XYZ$, как и $F_1F_3 \Rightarrow$ $\boxed{2}$

$\Rightarrow (F_2F_1) \parallel (ZY) \wedge (F_1F_3) \parallel (XY) \Rightarrow \angle F_2F_1F_3 + \angle F_1F_3Y =$
$= 180^\circ$

(1)+(2) $\Rightarrow \angle F_2F_1F_3 = \angle F_1F_3Y = 90^\circ$ и $F_1F_3YF_2$ – прямоугольник $\Rightarrow \angle XF_2F_1$ прямой $= \angle F_2YF_3$ (при параллел.

~~(3) $\triangle XF_2$~~ прям

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(11) $x = 5\sqrt{5} - 9 \Rightarrow y = 45\sqrt{5} - 81 - 3 - 150 + 54\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$

$\Rightarrow y = 93\sqrt{5} - 234$

$93\sqrt{5} \geq 234 + 6$

$\Rightarrow 31\sqrt{5} \geq 78 + 6$

$\Rightarrow 5 \cdot 961 > 4900 + 560 \cdot 2 + 64 + \ldots$

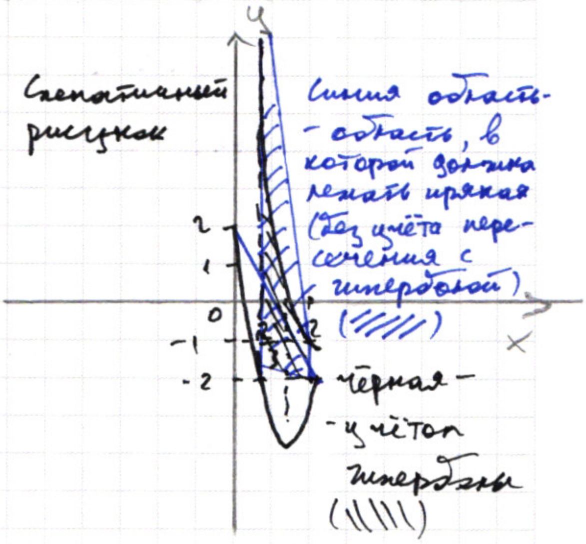
$\Rightarrow 4805 > 4900 + 1120 + 64$ — не верно, т.о. решение не подходит под ОДЗ

Ответ: $\varnothing$

(6) $\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax + b \geq 18x^2 - 51x + 28 \Leftrightarrow$

$\Rightarrow \underbrace{-2 + \frac{4}{3x-2}}_{\text{гипербола}}{}^{(1)} \geq \underbrace{ax+b}_{\text{прямая}}{}^{(2)} \geq \underbrace{18x^2 - 51x + 28}_{\text{парабола ветвями вверх}}{}^{(3)}$

Схематичный рисунок



Крайние точки: $x = \frac{2}{3}$ $\qquad x = 2$

$(1) \to \infty \qquad (1) = -1$

$(2) = \frac{2}{3}a + b \qquad (2) = 2a + b$

$(3) = \frac{18 \cdot 4}{9} - \frac{51 \cdot 2}{3} + 28 = 8 - 34 + 28 = 2 \qquad (3) = 18 \cdot 4 - 51 \cdot 2 + 28 = 72 - 102 + 28 = -2$

В точке $\frac{5}{6}$: $(3) = \frac{18 \cdot 25}{36} - \frac{51 \cdot 5}{6} + 28 = \frac{25}{2} - \frac{85}{2} + 28 = -2$ ⇒ т.о. вершина ~~середина~~ параболы находится в точке $\left(\frac{\frac{5}{6}+2}{2}; 28 - \frac{51^2}{4 \cdot 18}\right)$

$(1) = \frac{(8-5) \cdot 2}{5-4} = 6 > 2 > -2$, т.о. гипербола всё время находится над параболой

Т.к. парабола выпукла вниз, а прям лежит над ней, достаточно, чтобы крайние точки лежали над параболой (или на ней), т.е.:

$\frac{2}{3}a + b \geq 2 \wedge 2a + b \geq -2$

② $\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y-6x)^2=x(y-6)-(y-6) \\ y\geq 6x \\ 9x^2-18x+9+y^2-12y+36=45+36+9 \end{cases}$

~~ОДЗ~~ ОДЗ

$xy-6x-y+6\geq 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(y-6)\geq 0$

$\Rightarrow (x\geq 1 \wedge y\geq 6)\vee(x\leq 1\wedge y\leq 6)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-6x)^2=(x-1)(y-6) \\ y\geq 6x \\ (3x-3)^2+(y-6)^2=3^2\sqrt{10}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ((y-6)-(6x-6))^2=(x-1)(y-6) \\ y\geq 6x \\ (3x-3)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-6)^2-3(y-6)(6x-6)+(6x-6)^2=0 \\ y\geq 6x \\ (3x+3)^2+(y+6)^2=90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-6=\frac{18x-18\pm\sqrt{5(6x-6)^2}}{2} \\ y\geq 6x \\ (3x+3)^2+(y+6)^2=90 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y-6=9x-9\pm\sqrt{5}\cdot(6x-6) \\ y\geq 6x \\ (3x-3)^2+(y-6)^2=90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=9x-3+6\sqrt{5}x-6\sqrt{5} \\ y=9x-3-6\sqrt{5}x+6\sqrt{5} \end{array}\right. \\ y\geq 6x \\ (3x-3)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$

$9x-3+6\sqrt{5}x-6\sqrt{5}\geq 6x \Rightarrow 3x+6\sqrt{5}x-(3+6\sqrt{5})\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 1$

$9x-3-6\sqrt{5}x+6\sqrt{5}\geq 6x \Rightarrow 3x-6\sqrt{5}x-(3-6\sqrt{5})\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 1 \\ \left[\begin{array}{l} y=9x-3+6\sqrt{5}x-6\sqrt{5} \\ y=9x-3-6\sqrt{5}x+6\sqrt{5} \end{array}\right. \\ (3x-3)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$

(1) $y=9x-3+6\sqrt{5}x-6\sqrt{5}$

$(3x-3)^2+(y-6)^2=90 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(3x-1-2+2\sqrt{5}x-2\sqrt{5})^2=10$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(x(3+2\sqrt{5})-(3+2\sqrt{5}))^2=10$

$\Leftrightarrow (x-1)(4+2\sqrt{5})=10$

$\Leftrightarrow x=1+\frac{10}{4+2\sqrt{5}}$

$\Leftrightarrow x=1+\frac{40-20\sqrt{5}}{16-20} \Leftrightarrow x=1-10+5\sqrt{5} \Leftrightarrow x=5\sqrt{5}-9>1$

(2) $y=9x-3-6\sqrt{5}x-6\sqrt{5}$

$(3x-3)^2+(y-6)^2=90 \Rightarrow$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(3x-1-2-2\sqrt{5}x+2\sqrt{5})^2=10$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(x(3-2\sqrt{5})-(3-2\sqrt{5}))^2=10$

$\Leftrightarrow x=1+\frac{10}{4-2\sqrt{5}} \Leftrightarrow x=1+\frac{40+20\sqrt{5}}{16-20}$

$\Leftrightarrow x=1-10-5\sqrt{5} \Leftrightarrow x=-9-5\sqrt{5}<1$

(не подходит)

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

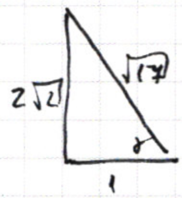
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 $\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin(2\alpha) = -\frac{2}{17} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ 2\cdot\sin\frac{2\alpha+4\beta+2\alpha}{2}\cdot\cos\frac{2\alpha+4\beta-2\alpha}{2} = -\frac{2}{17} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ 2\cdot\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos(2\beta) = -\frac{2}{17} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \cos(2\beta) = \frac{1}{\sqrt{17}} \end{cases}$

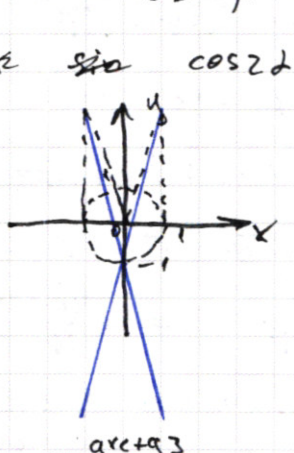
$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin2\alpha\cdot\cos2\beta+\cos2\alpha\cdot\sin2\beta \\ \left[\begin{array}{l} 2\beta = \arccos(\frac{1}{\sqrt{17}})+2\pi k_1,\ k_1\in\mathbb{Z} \\ 2\beta = \arccos(\frac{1}{\sqrt{17}})\cdot(-1)+2\pi k_2,\ k_2\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow$



$\gamma = \arccos\frac{1}{\sqrt{17}} = \arcsin\frac{\cancel{\sqrt{16}}\ 4}{\sqrt{17}} = \arcsin\frac{\cancel{2\sqrt{2}}\ 4}{\sqrt{17}}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}+\cos2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ 2\beta = \arccos(\frac{1}{\sqrt{17}})+2\pi k_1,\ k_1\in\mathbb{Z} \end{cases} \\ \begin{cases} \sin2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}+\cos2\alpha\cdot(-\frac{4}{\sqrt{17}}) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ 2\beta = -\arccos(\frac{1}{\sqrt{17}})+2\pi k_2,\ k_2\in\mathbb{Z} \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin2\alpha+\cos2\alpha\cdot4 = -1 \\ \sin2\alpha-\cos2\alpha\cdot4 = -1 \end{array}\right.$

~~sin2α⇋x~~ ~~sin~~ $\cos2\alpha \leftrightharpoons x$ $\sin2\alpha \leftrightharpoons y$, тогда $\left[\begin{array}{l} y+4x=-1 \\ y-4x=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1-4x \\ y=4x-1 \end{array}\right.$



$\left[\begin{array}{l} 2\alpha = \mathrm{arctg}\,3+2\pi k_1,\ k_1\in\mathbb{Z} \\ 2\alpha = -\mathrm{arctg}\,3+2\pi k_2,\ k_2\in\mathbb{Z} \\ 2\alpha = -\frac{\pi}{2}+2\pi k_3,\ k_3\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \alpha = \frac{\mathrm{arctg}\,3}{2}+\pi k_1,\ k_1\in\mathbb{Z} \\ \alpha = \frac{-\mathrm{arctg}\,3}{2}+\pi k_2,\ k_2\in\mathbb{Z} \\ \alpha = -\frac{\pi}{4}+\pi k_3,\ k_3\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{tg}\frac{\mathrm{arctg}\,3}{2} \vee \mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{tg}(-\frac{\mathrm{arctg}\,3}{2}) \vee \mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{tg}(-\frac{\pi}{4})$ Ответ: $\{\mathrm{tg}\frac{\mathrm{arctg}\,3}{2};\ -\mathrm{tg}\frac{\mathrm{arctg}\,3}{2};\ -1\}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(3) $|x^2-26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x-x^2)}$ по ОДЗ $\Leftrightarrow$

$(-x^2+26x)^{\log_5 12} \geq x^2-26x+13^{\log_5(26x-x^2)}$, $z \leftrightharpoons 26x-x^2$ $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow z^{\log_5 12} \geq -z + 13^{\log_5 z} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5^{\log_5 z \log_5 12} \geq -5^{\log_5 z} + 13^{\log_5 z} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow z^{\log_5 12} + z \geq 13^{\log_5 z} \Leftrightarrow z^{\log_5 12} + z^{\log_5 5} \geq 5^{\log_5 13 \log_5 z}$

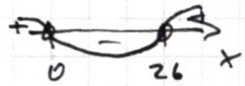
$\Leftrightarrow z^{\log_5 12} + z^{\log_5 5} \geq z^{\log_5 13} \Leftrightarrow z^{\log_5 12 - \log_5 13} + z^{\log_5 5 - \log_5 13} \geq 1$

$\Leftrightarrow z^{\log_5 \frac{12}{13}} + z^{\log_5 \frac{5}{13}} \geq 1$

ОДЗ

$26x-x^2>0$

$\Leftrightarrow (x-26)\cdot x<0$



$\Leftrightarrow \begin{cases} x<26 \\ x>0 \end{cases}$

$\frac{12}{13}<1 \Rightarrow \log_5\frac{12}{13}<0 \Rightarrow z^{\log_5\frac{12}{13}}$ строго монотонно - убывающая

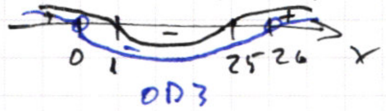
$\frac{5}{13}<1 \Rightarrow z^{\log_5\frac{5}{13}}$ - строго монотонно убывающая

$\Rightarrow z^{\log_5\frac{5}{13}} + z^{\log_5\frac{12}{13}}$ - строго монотонно - убывающая

Т.о. $z^{\log_5\frac{12}{13}} + z^{\log_5\frac{5}{13}}$ принимает значение 1 в одной точке - 5^2: $5^{2\log_5\frac{12}{13}} + 5^{2\log_5\frac{5}{13}} = \left(\frac{12}{13}\right)^2 + \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169} + \frac{25}{169} = \frac{169}{169} = 1$

А для $z<5^2$ т.о. $z^{\log_5\frac{5}{13}} + z^{\log_5\frac{12}{13}} > 1$

Т.е. $26x-x^2 \leq 5^2 \Leftrightarrow x^2-26x+25 \geq 0 \Leftrightarrow (x-25)(x-1) \geq 0$



Ответ: $(0;1] \cup [25;26)$

(5) $f(ab)=f(a)+f(b) \Rightarrow f(p\cdot\frac{1}{p}) = f(p)+f(\frac{1}{p})$, $p\in\mathbb{N} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(1) = f(p)+f(\frac{1}{p}) \Leftrightarrow [\frac{1}{4}] = f(p)+f(\frac{1}{p}) \Leftrightarrow 0 = f(p)+f(\frac{1}{p})$

$\Leftrightarrow f(\frac{1}{p}) = -f(p) \Rightarrow$

$\left(f(\frac{x}{y}) = f(x)+f(\frac{1}{y}) = f(x)-f(y) \right) \Rightarrow \left(f(\frac{x}{y})<0 \Leftrightarrow f(x)-f(y)<0 \right.$

$\Leftrightarrow f(x) < f(y) < 0$

Найдём все $f(x')$, где ~~$1 \le x \le 28$~~ $1 \le x' \le 28$ и $x' \in N$

$f(1)=0$
$f(2)=0$
$f(3)=0$
$f(4)=f(2)+f(2)=0+0=0$
$f(5)=1$
$f(6)=f(2)+f(3)=0+0=0$
$f(7)=1$
$f(8)=f(4)+f(2)=0+0=0$
$f(9)=f(3)+f(3)=0+0=0$
$f(10)=f(2)+f(5)=0+1=1$
$f(11)=2$
$f(12)=f(6)+f(2)=0+0=0$
$f(13)=3$
$f(14)=f(7)+f(2)=1+0=1$
$f(15)=f(5)+f(3)=1+0=1$
$f(16)=f(8)+f(2)=0+0=0$
$f(17)=4$
$f(18)=f(9)+f(2)=0+0=0$
$f(19)=4$
$f(20)=f(10)+f(2)=1+0=1$
$f(21)=f(7)+f(3)=1+0=1$
$f(22)=f(11)+f(2)=2+0=2$
$f(23)=5$
$f(24)=f(12)+f(2)=0+0=0$
$f(25)=f(5)+f(5)=1+1=2$
$f(26)=f(13)+f(2)=3+0=3$
$f(27)=f(9)+f(3)=0+0=0$
$f(28)=f(14)+f(2)=1+0=1$

В таблице:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	x'
0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	3	1	1	0	4	0	$f(x')$

19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	x'
4	1	1	2	5	0	2	3	0	1	$f(x')$

Кол-во x'' для которых $f(x'')=y'$ (при x'' от 4 до 28 включительно)

0	1	2	3	4	5	y'
9	8	3	2	2	1	кол-во $g(y')$

Тогда

$\underset{y_1}{\underset{\shortparallel}{f(x)}} < \underset{y_2}{\underset{\shortparallel}{f(y)}} \Rightarrow y_1 < y_2$ будет выполняться в таком количестве случаев: $\sum\limits_{y_1=0}^{5}(y_i \sum\limits_{y_2=y_1+1}^{5} g(y_2)) = 9\cdot(8+3+2+2+1)+8\cdot(3+2+2+1)+$

$+\cancel{2}3\cdot(2+2+1)+2\cdot(2+1)+2\cdot1+1\cdot0 = 9\cdot16+8\cdot8+3\cdot5+2\cdot3+2 =$

$=144+64+15+6+2 = 144+70+17 = 214+17 = 231$

Ответ: 231

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2.4a$

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad 12^{\log_5 z}\geq -5^{\log_5 z}+13^{\log_5 z}$ $\quad 2 \quad -2$

$a=2.4$

$12^{\log_5 z}+5^{\log_5 z}\geq 13^{\log_5 z}$ $\quad \frac{5}{3} \quad 2.4\cancel{x}+b$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta+\sin 2\beta\cdot\cos(2\alpha+2\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$ $\quad \frac{3\cdot 4}{5}=$

$4.8+b=-2 \quad b=-6.8$

$2\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha+\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad \left(\frac{12}{13}\right)^{\log_5 z}+\left(\frac{5}{13}\right)^{\log_5 z}\geq 1$ $\quad -\frac{b}{2a}=\frac{24}{10}$

$\frac{8-12}{6-2}=-1 \quad 72-102+28=-2$

$8-34+28=2$ $\quad ax^2+bx+c=0$

$\frac{b^2}{4a}+-\frac{b^2}{2a}+c=-\frac{b^2}{4a}+c$

$2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)\cos 2\beta+\sin 2\beta$

$\sqrt{(x-1)\cdot(y-6)}=(y-6x)$ $\quad -4$ $\quad 8-6x=3ax^2+3xb-2ax-2b$

$25+144=169$

$9x^2-18x+9+y^2-12y+36=90$ $\quad 36+34+10$??

$-2a$

$3 \quad 3\cdot3-2 \quad 2\cdot6 \quad 18x^2-51x+30=9x^2-18x$ $\quad \Rightarrow 3ax^2+(3b+6)x-2b-8=0$

$(3x-3)^2+(y-6)^2=3^2\cdot\sqrt{10}^2$ $\quad 9(x-1)^2+(y-6)^2-9-36=$

$\Rightarrow 6x^2-17x+10=0$ $\quad 3\cdot3 \quad 9\cdot1$ $\quad 9(x^2-2x+1)$ $\quad =45$

$y^2+36x^2-12xy=xy-6x-y+6$ $\quad (x-3)(x+1)$ $\quad (3b+6-2a)^2+4\cdot3a\cdot(2b+8)$

$\Rightarrow z=\sqrt{xy}$ $\quad \underline{(x-2)(6x-5)}$ $\quad 3^2(x-1)^2-6(x-1)(y-6)^2+(y-8)^2=90-$

$(y-6x)^2=\quad xy-y+6-6x=y(x-1)+6(1-x)=(y-6)(x-1)=$ $\quad -6(y-6)^2$

$=(y-6x)^2 \quad x=\frac{5}{6}$ $\quad \frac{3\cdot2}{}=6$ $\quad (3x-3y+6)^2=90-6y^2+12xy\cdot6-$

$|x^2-26x|^{\log_5 12}\geq x^2-26x+13^{\log_5(26x-x^2)}$ $\quad (3x-y+3)^2+6(y-6x)^2=90$

$\Leftrightarrow (26x-x^2)^{\log_5 12}\geq 13^{\log_5(26x-x^2)}-(26-x^2)$

$26x-x^2\leq 169 \quad 13^{\log_{13}(26x-x^2)\log_5 12}\geq 13^{\log_5(26x-x^2)}-13^{\log_{13}(26x-x^2)}$

$9b^2+36+4a^2-12ab+36b-24a+$

$13\cdot2$ $\quad +24ba+96a$

$\Rightarrow 13^{\log_{13}(z)\log_5 12}-13^{\log_5 z}+13^{\log_{13} z}\geq 0$ $\quad 6x^2-17x+10$

$1-13^{\frac{\log_5 z}{\log_5 12\log_{13} z}}+13^{\frac{\log_{13} z}{\log_{13} z\log_5 12}}\geq 0$ $\quad 18x^2-51x+30$

$\Rightarrow 1-13^{\log_{12} z\log_{13} z}+13^{\log_5 12}\geq 0$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

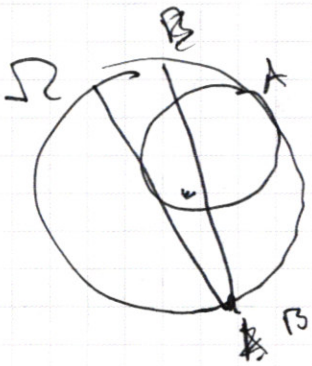
$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51x+28$

- гипербола - парабола $\sin\gamma\cos^2 4 - \sin\gamma$.

$-2+\frac{2}{3x-2} = -2+\frac{1}{1.5x-1} \geq ax+b \geq$ $2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot$

$\cdot\cos(4\beta) = -\frac{2}{17}$

~~2sin...~~



3.6 14.2

$\cos(2\beta) = \frac{1}{\sqrt{17}}$

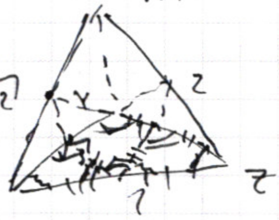
3 42+12

$\sin(\gamma+4) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(\gamma+24)+\sin\gamma_1 = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

9.2 14.2

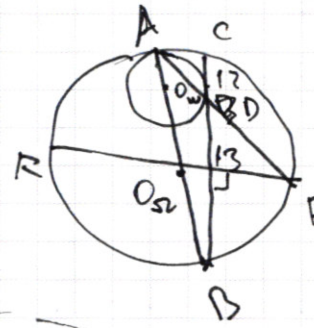
$\sin\gamma\cos 24 +$
$+\cos\gamma\sin 24\sqrt{2}$



$\beta = \pm\arccos(\frac{1}{\sqrt{17}})\cdot\frac{1}{2}+\pi k$

7.4

$\cos(\frac{\alpha+\beta}{2})\sin(\alpha+\beta)$



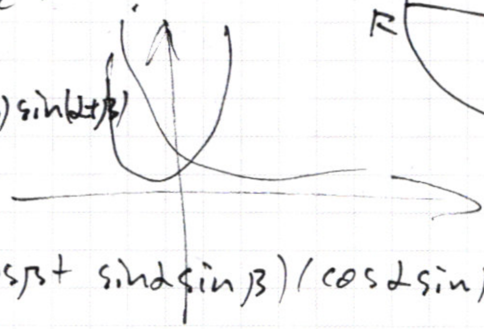
6 3

36 + 14

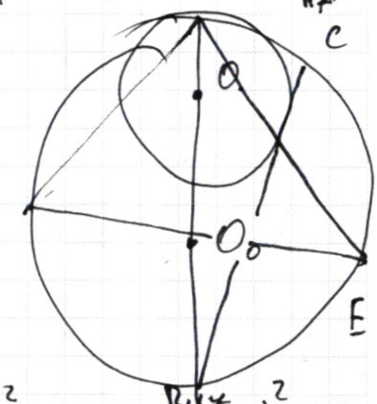
$\sin(2\alpha+\arccos(\frac{1}{\sqrt{17}})$

3/6

12 + 42



$\cos(\alpha-\beta)\sin(\alpha+\beta)$



$(\cos(\alpha)\cdot\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta)/(\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cdot\cos\beta$

3.

$f(a\cdot 1) = f(a)$ $\frac{1}{2}\cos^2\alpha\cdot\sin 2\beta + \frac{1}{2}\sin^2\beta\cdot\sin 2\alpha +$
$f(a\cdot 2) = f(a)$
$f(a\cdot 3) = f(a)$ $\frac{1}{2}\sin^2\alpha\cdot(2\cos^2\beta) + \frac{1}{2}\cos^2\alpha(2\sin^2\beta)$
$f(a\cdot 5) = f(a)+1$

$3^2\cdot\sqrt{2}^2x^2 \quad 3\cdot 17x + (\frac{17}{2\sqrt{2}})^2 + 28$

$(3\sqrt{2}x - \frac{17\sqrt{2}}{4}) + 28 - \frac{17^2}{8}$

$f(a\cdot 5)$ $\frac{51}{36}$

1 –

$f(a\cdot 2)$

~~$f(a\cdot 2)+f(a\cdot 3) = f(a\cdot 6) = 2f(a)$~~ $f(a\cdot 6)$ $\sin(180°) + \sin(90°) = 1$

2-sin 1

$f(a\cdot 4) =$ $f(\frac{1}{p}) + f(p) = f(1) \Rightarrow f(p) = -f(\frac{1}{p})$

$f(a\cdot 5) =$ $f(\frac{x}{y}) < 0 \Rightarrow f(x) + f(\frac{1}{y}) < 0 \Rightarrow f(x) - f(y) < 0$

$\Rightarrow f(x) < f(y)$

$\sin(90°) + \sin(45°) = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin(45°) + \sin(45°) = \sqrt{2}$

$\sin(90°) + \sin(90°) = 2$ ~~2-sin~~

$2\cdot\sin(45°)\cdot\cos(0)$

$2\cdot\sin(90°)\cdot\cos(0°) = 2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА