МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. **[3 балла]** Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. **[4 балла]** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. **[5 баллов]** Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x \geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. **[5 баллов]** Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. **[5 баллов]** Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. **[5 баллов]** Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geqslant ax+b \geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. **[6 баллов]** Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{2}{17}$$

$$\begin{cases}\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{1}{17}\\ \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}\end{cases} \Rightarrow \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin^2 2\beta = 1-\frac{1}{17}=$$

$$=\frac{16}{17} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}\\ \sin 2\beta = -\frac{4}{\sqrt{17}}\end{array}\right.$$

1) $\sin 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$; $\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta =$

$=\frac{1}{\sqrt{17}}\sin 2\alpha + \frac{4}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\sin 2\alpha + 4\cos 2\alpha = -1$

$\sqrt{17}\sin(2\alpha+\operatorname{arctg} 4) = -1$; $\sin(2\alpha+\operatorname{arctg}4) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$$\left[\begin{array}{l}2\alpha+\operatorname{arctg}4 = \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)+2\pi n\\ 2\alpha+\operatorname{arctg}4 = -\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)+\pi+2\pi n\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\alpha = \frac{\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)-\operatorname{arctg}4}{2}+\pi n\\ \alpha = \frac{-\operatorname{arctg}4-\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)}{2}+\pi n\end{array}\right. ; \left[\begin{array}{l}\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)-\operatorname{arctg}4}{2}+\pi n\right)\\ \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(-\frac{\operatorname{arctg}4+\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)}{2}+\pi n\right)\end{array}\right.$$

~~$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(\arcsin(-\frac{1}{\sqrt{17}})-\operatorname{arctg}4$ tg~~

~~$\arcsin(-\frac{1}{\sqrt{17}}$~~

$$\left[\begin{array}{l}\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)-\operatorname{arctg}4}{2}\right)\\ \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(-\frac{\operatorname{arctg}4+\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)}{2}\right.\end{array}\right.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

1. $f(1\cdot 1) = f(1) = 2f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f\left(y\cdot\frac{1}{y}\right) = f(1) = 0 = f(y) + f\left(\frac{1}{y}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{y}\right) = -f(y) \Rightarrow$

$\Rightarrow f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y) < 0$

2. Заметим, что x и y принадлежат одному и тому же промежутку. Возьмем любую пару натуральных чисел $(a;b)$ $\in [1;28]$. Если $f(a) \neq f(b)$, то либо $f(a) < f(b)$ $\Rightarrow$ либо $f(a) > f(b)$

$\Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l}\text{либо } f(a) - f(b) < 0 \\ \text{либо } f(b) - f(a) < 0\end{array}\right\} \Rightarrow$ Из такой пары $(a;b)$ однозначно составляется пара $(x;y)$

3. Найдем значения $f(x)$:

$f(2) = 0$

$f(3) = 0;$

$f(4) = 2f(2) = 0$

$f(5) = 1$

$f(6) = f(2) + f(3) = 0$

$f(7) = 1$

$f(8) = f(4) + f(2) = 0$

$f(9) = 2f(3) = 0$

$f(10) = f(2) + f(5) = 1$

$f(11) = 2$

$f(12) = f(2) + f(6) = 0$

$f(13) = 3$

$f(14) = f(2) + f(7) = 1$

$f(15) = f(5) + f(3) = 1$

$f(16) = f(2) + f(8) = 0$

$f(17) = 4$

$f(18) = 2f(9) = 0$

$f(19) = 4$

$f(20) = f(4) + f(5) = 1$

$f(21) = f(7) + f(3) = 1$

$f(22) = f(2) + f(11) = 2$

$f(23) = 5$

$f(24) = f(4) + f(6) = 0$

$f(25) = 2f(5) = 2$

$f(26) = f(2) + f(13) = 3$

$f(27) = f(3) + f(9) = 0$

$f(28) = f(4) + f(7) = 1$

№5

4. Итого, значение 0 $f(x)$ на промежутке $[4;28]$, $x\in N$ принимает 9 раз, 1 – 8 раз, 2 – 3 раза, 3 – 2 раза, 4 – 2 раза, 5 – 1 раз

Кол-во пар $(x;y)$ = Кол-во пар $(a;b)$, $a\in N$, $b\in N$; $a\in[4;28]$, $b\in[4;28]$ – Кол-во пар $(a;b)$, при которых $f(a)=f(b)$ =

$$= C_{25}^2 - C_9^2 - C_8^2 - C_3^2 - C_2^2 - C_2^2 - C_2^1 = \frac{25\cdot 24}{2} - \frac{9\cdot 8}{2} - \frac{8\cdot 7}{2} - \frac{3\cdot 2}{2} - 1 - 1 - 0 = 25\cdot 12 - 36 - 28 - 3 - 2 = 300 - 69 =$$

$= 231$

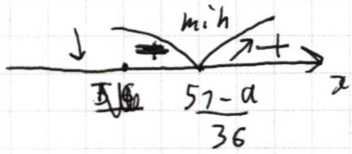
Ответ: 231

№6

1. $18x^2 - 51x + 28 \le ax + b$

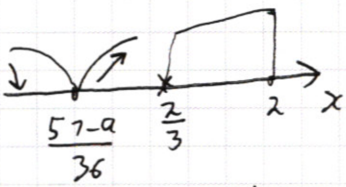
$f(x) = 18x^2 - (51+a)x + 28 - b \le 0$

$f' = 36x - 51 - a$;



1). $\frac{51-a}{36} \le \frac{2}{3}$

$153 - 3a \le 72$; $a \ge 27$



$\Rightarrow f_{max}$ при $x = 2$ $\Rightarrow$ если $f(2) \le 0$, то $f(x) \le 0$ при $x \in [\frac{2}{3}; 2]$

$f(2) = 72 - 102 - 2a + 28 - b \le 0$

$2a \ge -2 - b$; $a \ge -1 - \frac{b}{2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

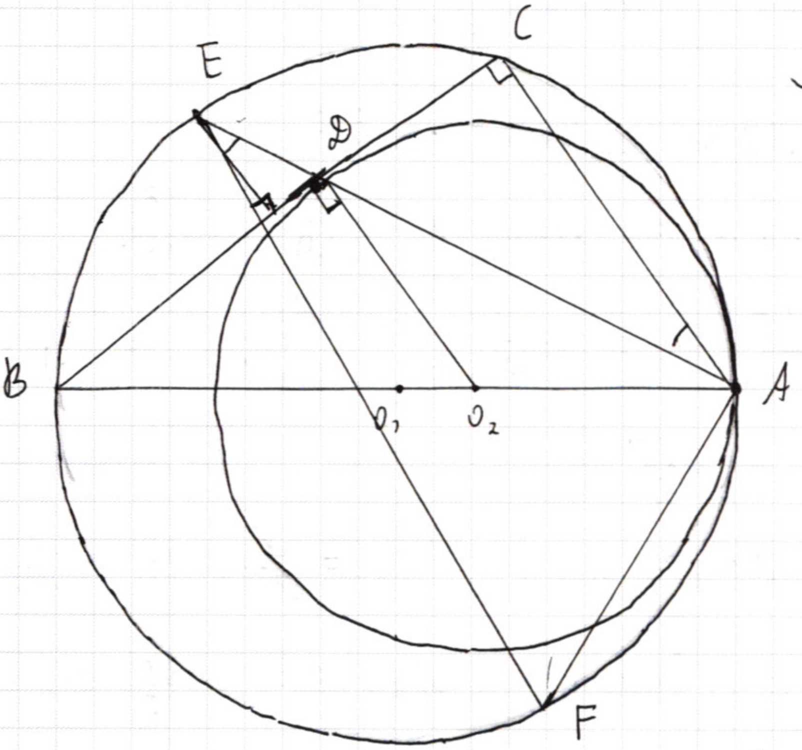
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



1. $\Omega(O_1; R)$ $\omega(O_2; r)$

$\Omega \cap \omega = A$; AB – диаметр, $BC \cap \omega = D$; $C \in \Omega$; $E \in \Omega$; $EF \perp BC$; $F \in \Omega$

2. $O_2A = r \Rightarrow BO_2 = 2R - r$; $DO_2 = r$; $BD = 13 \Rightarrow$

$\Rightarrow (2R - r)^2 = r^2 + 169$

$\angle BCA = 90^\circ$ (AB – диаметр) $\Rightarrow AC \parallel O_2D \Rightarrow$ по т. Фалеса

$\frac{BD}{DC} = \frac{BO_2}{O_2A} = \frac{2R - r}{r} = \frac{13}{12}$; $24R - 12r = 13r$;

$r = \frac{24}{25}R$; $2R - r = \frac{13}{12}r \Rightarrow \frac{169}{144}r^2 = r^2 + 169$

$\frac{25}{144}r^2 = 169$; $\frac{5}{12}r = 13$; $r = \frac{13 \cdot 12}{5} = \frac{156}{5}$; $R = \frac{25}{24}r =$

$= \frac{13 \cdot 12 \cdot 5}{24} = \frac{65}{2}$; $AC^2 = 4R^2 - 25^2 = 13^2 \cdot 25 - 25^2 = 25 \cdot 12^2$

(прямоуг. $\triangle ABC$); $AD^2 = AC^2 + DC^2 = 25 \cdot 12^2 + 12^2 = 12^2 \cdot 26 \Rightarrow AD = 12\sqrt{26}$

(прямоуг. $\triangle ACD$)

№ 4

$BD \cdot DC = ED \cdot AD$ (степень точки) $\Rightarrow ED = \frac{BD \cdot DC}{AD} =$

$= \frac{13 \cdot 12}{12\sqrt{26}} = \frac{13}{\sqrt{26}} = \cancel{13} \frac{\sqrt{26}}{2} \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{26}}{2} \cdot 25$

3. т. синусов: $\frac{AE}{\sin\angle AFE} = 2R = 65 \Rightarrow \sin\angle AFE = \frac{AE}{65} =$

$= \frac{\sqrt{26} \cdot 25}{2 \cdot 13 \cdot 5} = \frac{5}{\sqrt{26}} \Rightarrow \angle AFE = \arcsin\frac{5}{\sqrt{26}}$

4. $\left.\begin{matrix} EF \perp BC \\ AC \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow AC \parallel EF \Rightarrow \angle CAD = \angle AEF \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\angle AEF = \sin\angle CAD = \frac{CD}{AD} = \frac{12}{12\sqrt{26}} =$

$= \frac{1}{\sqrt{26}}$; т. синусов: $\frac{AE}{\sin\angle AFE} = \cancel{\frac{1}{\sin\angle CAD}} \frac{AF}{\sin\angle AEF} \Rightarrow$

$\Rightarrow AF = AE \cdot \frac{\sin\angle AEF}{\sin\angle AFE} = \frac{\sqrt{26}}{2} \cdot 5$

Пусть $\angle AEF = \alpha$; $\angle AFE = \beta$; $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{26}}$; $\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{26}} =$

$= \sin\beta \Rightarrow \alpha + \beta = 90°$; $\Rightarrow S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} AF \cdot AE = \frac{26}{8} \cdot 125 =$

$= \frac{13 \cdot 125}{4} = \frac{1625}{4}$

Ответ: $V_w = \frac{156}{5}$; $R_л = \frac{65}{2}$; $\angle AFE = \arcsin\frac{5}{\sqrt{26}}$;

$S_{\triangle AFE} = \frac{1625}{4}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

1. $y-6x=\sqrt{y(x-1)-6(x-1)}=\sqrt{(y-6)(x-1)}$

$9x^2+y^2-18x-12y=(3x-1)^2-1+(y-6)^2-36=45;$

$(3x-1)^2+(y-6)^2=82$

2. Пусть $y-6=t$; $x-1=z$, тогда

$y-6+6-6x=t-6z=\sqrt{tz}$

$t^2-12tz+36z^2=tz$

$t^2-13tz+36z^2=0$

$t^2+36z^2=13tz \quad (1)$

3. $3x-1=3z+2$;

$(3z+2)^2+t^2=82$

$t^2=82-(9z^2+12z+4)=78-9z^2-12z$

t^2 в (1): $78+27z^2-12z=13tz$

$78^2+27^2z^4+12^2z^2+2\cdot78\cdot27z^2-24\cdot78z-24\cdot27z^3=$

$=169z^2(78-9z^2-12z)=169\cdot78z^2-169\cdot9z^4-169\cdot12z^3$

$9(169+81)z^4+12(169-54)z^3+z^2(-78\cdot115+144)-$

$-24\cdot78z+78^2=0$

$9\cdot250z^4+12\cdot115z^3-6(115\cdot13-24)z^2-24\cdot78z+78^2=0$

$3\cdot125z^4+2\cdot115z^3-1471z^2-4\cdot78z+78\cdot13=0$

$375z^4+230z^3-1471z^2-312z+1014=0$

№3

$26x - x^2 = t > 0$; $t_{max} = 13^2$;

$t^{\log_5 12} + t - 13^{\log_5 t} \geqslant 0$

$\log_5 12 > \frac{3}{2} = \log_5 \sqrt{125}$, т.к. $12 > \sqrt{125}$

$\Rightarrow t^{\log_5 12} > t^{\frac{3}{2}}$;

$t^{\frac{3}{2}} + t \geq 2\sqrt{t^{\frac{5}{2}}} = 2t^{\frac{5}{4}}$;

$13^{\log_5 t} \leq 2t^{\frac{5}{4}} = 13^{\log_{13} 2t^{\frac{5}{4}}}$

$\log_5 t \leq \frac{5}{4} \log_{13} 2t$

$t^{\log_5 72} + t - 73^{\log_5 t} \geq 0$

$\cancel{72 + 5 - 73 > 0}$

$\cancel{\log_5 72 \log t \quad t}$

$\cancel{\log_5 72 \, t^{\log_5 72 - 1} + 1} - \ln 73 \cdot 73^{\log_5 t} \cdot \frac{1}{\ln 5 \cdot t}$

$\log_5 72 = \frac{\log_t 72}{\log_t 5}$; $t \in [0; 73^2]$

$\cancel{\log_5 73^2 :}$

$f(t) \to min \Rightarrow 73^{\log_5 t} \to max$; $73^{\log_5 t} \leq \frac{3}{2} t$

$\cancel{\log_5 t \leq \log_{73} t}$

$\log_5 72 > \frac{3}{2}$;

$\log_{5} t \leq \log_{73} \left(\frac{3}{2} t\right) = \log_{73} \frac{3}{2} + \log_{73} t$;

$5^{\frac{3}{2}} = \sqrt{125} < 72$

$73^{\log_5 t} \leq \frac{3}{2} t$;

$\frac{3}{2} t -$

$\left(73^{\log_{5} t}\right)' = \ln 73 \cdot \frac{73^{\log_{5} t}}{\ln 5 \cdot t} - \frac{3}{2} =$

$= \ln \frac{73}{5} < 7$; $73'$

$t^{\frac{3}{2}} + t \geq 2 t^{\frac{5}{4}}$

$73^{\frac{4}{5}} \vee 5$;

$\cancel{13^4 \to 5^5}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

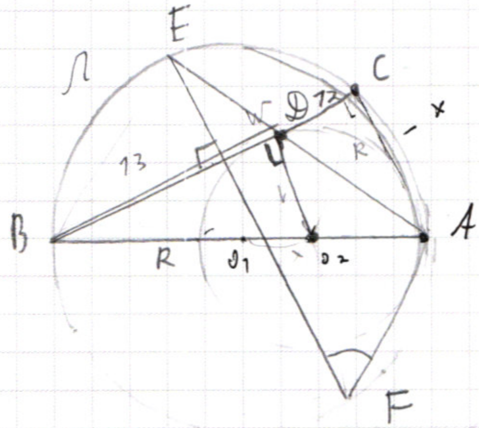
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4 - 2 - 1 - 6

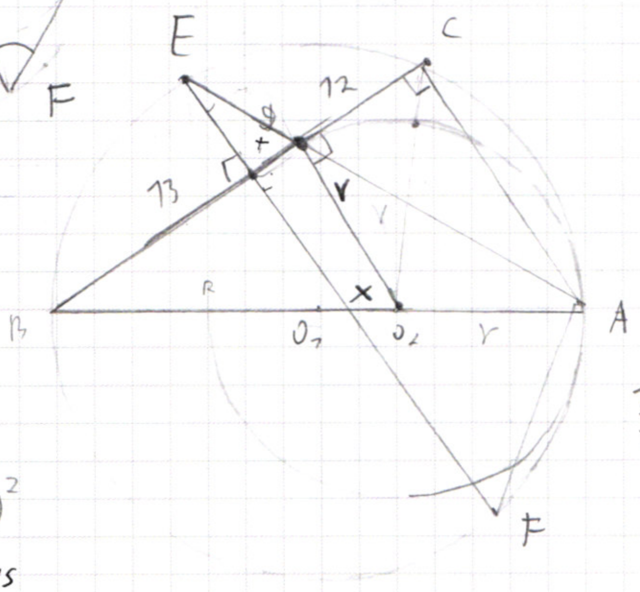
$\cancel{t^2 + 144 = R^2}$

$$\begin{cases} t \cancel{+} 6z = \sqrt{tz} \\ t^2 + (3z+2)^2 = 82 \end{cases}$$

$x^2 = 4R^2 - 144$



$AC^2 = 4R^2 - 625$



$13 \cdot 125 = 1300 +$

$+ 13 \cdot 25$

$250 + 75$

325

1625

$x = R - r$

$$\frac{13}{12} = \frac{2R - r}{r}$$

(1) $169 + r^2 = (2R - r)^2$

$169 - 54 = 115$

$115 \cdot 13 - 24$

$1150 + 3 \cdot 115 = 1495 - 24 = 1471$

$330 + 15$

345

$78 \times 4 = 312$

$78 = 2 \cdot 39 = 2 \cdot 3 \cdot 13^2$

78×13: $234 + 78 = 1014$

$\cancel{375 \cdot 46 + 230 \cdot 8 - 1497.2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}$

$\cancel{9x^2+y^2-75}$ $\quad 9x^2-78x+\cancel{1}7+y^2-72y+36=45+\cancel{8x}+3\cancel{7}$

$(3x-7)^2+(y-6)^2=82;$

$xy-y=y(x-7)-6(x-7)=\sqrt{(y-6)(x-7)}$

$y-6=t;\quad y=t+6;\qquad t+6-6x=\sqrt{t(x-7)}$

$x-7=z;\qquad \begin{cases} t-6z=\sqrt{tz} \\ (3z+2)^2+t^2=82 \end{cases},\quad t^2-72tz+36z^2=tz;$

$82-(3z+2)^2+36z^2=73tz$

$169t^2z^2$

$t\to max$

min

$\cancel{\#}\; t^{\log_5 72}+t-73^{\log_5 t}\geq 0$

$\log_5 73^2-$

$(26x-x^2)'=26-2x;\; x^*=73;\quad 73^2;\quad 73$

$\log_5 t=\dfrac{\log_{73} t}{\log_{73}5}=\dfrac{2}{\log_{73}5}$

$\log_5 72\cdot t^{\log_5 72-7}+7-73^{\log_5 t}\cdot \ln 73\cdot\dfrac{1}{\ln 5\, t}$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f\left(x\cdot\frac{7}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{7}{y}\right)=f(x)-f(y)$

$\cancel{f(0)=0};\quad f(7)=0;\quad f(7\cdot x)=f(7)+\cancel{f(x)}=\cancel{f(x)}$

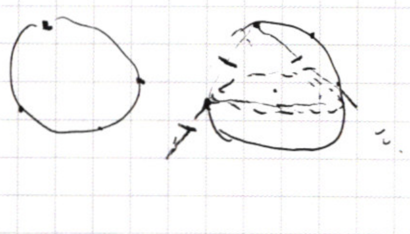
$f(x^2)=2f(x)\quad;\quad f\left(\frac{7}{y}\cdot y\right)=0=f(y)+f\left(\frac{7}{y}\right);$

$f(x)=f(y)\quad;\quad f(2)=0;\quad f(3)=0;$

$ax+b\geq 78x^2-57x+28;$

$78x^2-(57+a)x+28-b\leq 0$

$ax+b\leq\dfrac{8-6x}{3x-2};\qquad 8-6x-3ax^2+2ax-3bx+2b\geq 0$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2\alpha+2\beta = z$; $|\cos z| = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin(\cancel{\sin} z + 2\beta) = \sin z \cos 2\beta + \cos z \sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = \dots$

$\sin 2\alpha(\cos 4\beta + 1) + \sin 4\beta \cos 2\alpha =$;

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$; $\cos^2\alpha = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2}$;

$\frac{\sin 2\alpha \cos^2 2\beta}{2} + 2\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha = z$

$\cos 2\beta \left(\frac{\sin 2\alpha \cos 2\beta}{2} + 2\sin 2\beta \cos 2\alpha\right) = \frac{\cos 2\beta}{2}\left(\sin(2\alpha+2\beta) + 3\sin 2\beta \cos 2\alpha\right) + =$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{2}{17}$;

$-\frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \cos 2\beta = -\frac{1}{17}$; $\cos 2\beta = \frac{1}{17}$; $\sin$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta = -\frac{2}{\sqrt{17}}$

$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{-\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}$; $\cancel{\sin\frac{\alpha}{2}}$ $2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1 = \cos\alpha$;

$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{\cos\alpha+1}{2}}$

$\cos^2\frac{\alpha}{2} + \sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{\cos\alpha+1}{2} + \sin^2\frac{\alpha}{2} = 1$;

$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos 2}{2}}$; $\operatorname{tg}\frac{t}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)