МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geqslant |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 27$, $3 \leqslant y \leqslant 27$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax + b \geqslant 8x^2 - 34x + 30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1; 3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR = 2$, $QS = 1$, $PS = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. $3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-6 \\ x>0 \end{array} \right. \\ 3^{\log_4(x^2+6x)} + x^2+6x \geq 5^{\log_4(x^2+6x)} \end{cases}$$

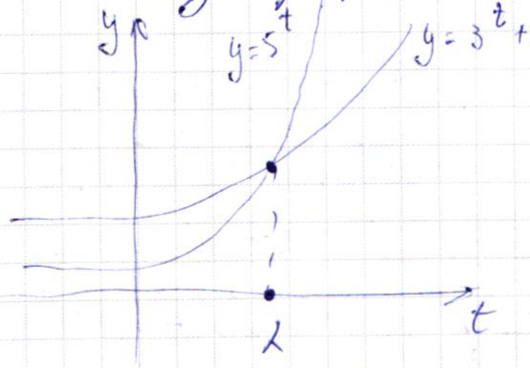
$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-6 \\ x>0 \end{array} \right. \\ 3^{\log_4(x^2+6x)} + 4^{\log_4(x^2+6x)} \geq 5^{\log_4(x^2+6x)} \end{cases}$$

Слева сумма показательных функций, а справа показательная функция $\Rightarrow$ они пересекаются в одной точке. Не сложно понять, что равенство происходит если $\log_4(x^2+6x)=2$

Пусть $\log_4(x^2+6x)=t$

$3^t+4^t \geq 5^t$

~~Построим~~ Если $t=1$ $3+4 \geq 5$ — истинна, можем построить эскиз графиков



Значит неравенство выполняется при $t \leq 2$

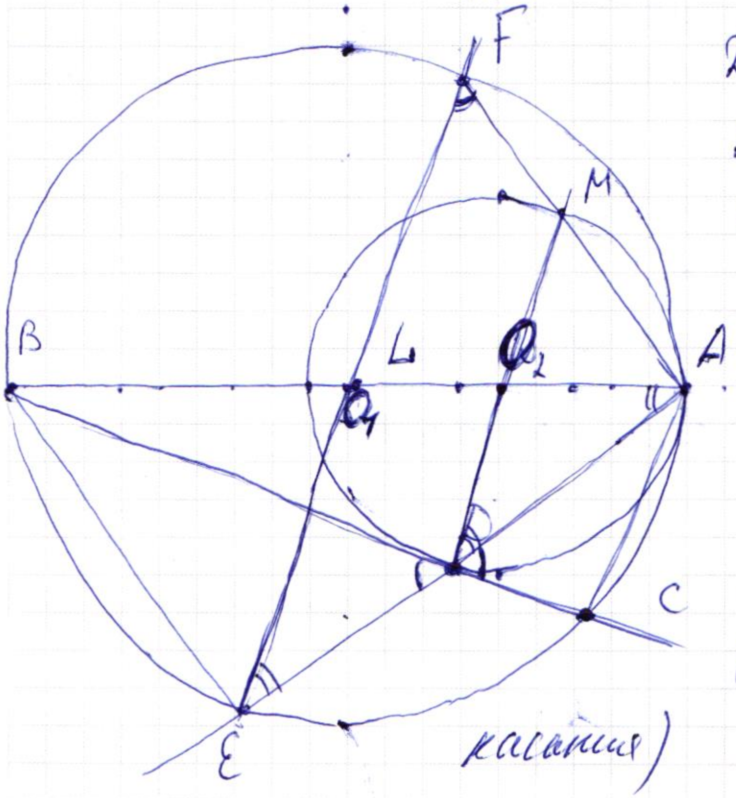
☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-6 \\ x>0 \end{array}\right. \\ \log_4(x^2+6x) \le 2 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-6 \\ x>0 \end{array}\right. \\ x^2+6x \le 16 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-6 \\ x>0 \end{array}\right. \\ -8 \le x \le 2 \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} -8 \le x < -6 \\ 0 < x \le 2 \end{array}\right.$

Ответ: $[-8; -6) \cup (0; 2]$

№5



Дано: окр $\Omega(O_1; O_1A)$; окр $\omega(O_2; O_2D)$
AB - диаметр; BC - касательная к ω и касается в D.
$EF \perp BC$
$CD = \frac{5}{2}$; $BD = \frac{13}{2}$
Найти: радиусы окр, $\angle AFE$, $S_{\triangle AFE}$
Пусть $EF \cap AB = L$
$O_2D \perp BC$ (радиус в точку касания)

DM - диаметр малой окр $\Rightarrow \angle MAD = 90°$

$\left.\begin{array}{l} FE \perp BC \\ O_2D \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow O_2D \parallel EF$

Если мы продлеваем AD, то получаем точку E

$O_2A = O_2D \Rightarrow DO_2A$ - р/б $\Rightarrow \angle O_2DA = \angle O_2AD$

$O_2D \parallel O_1E \Rightarrow \angle MDA = \angle O_1EA$ (соотв. углы при $O_2D \parallel O_1E$ и сек AE) $\Rightarrow \angle O_1EA = \angle BAE \Rightarrow \triangle ELA$ - равнобедренный $\Rightarrow$ ~~O_1E~~ $EL = LA$

$\angle BEA = 90°$ (впи сан, опир на диаметр) $\Rightarrow \triangle BEA$ - прямоуголн

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow \angle ABE = 90° - \angle BAE = \angle BEL \Rightarrow \triangle BLE$ - р/б $\Rightarrow$
$\Rightarrow BL = EL = LA \Rightarrow L = O_1$

$\angle ADC = 90° - \angle MDA$

$\angle BCA = 90°$ (вписан. опир на диаметр) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle DAC = 90° - \angle ADC = \angle BAD \Rightarrow AD$ - биссектриса $\Rightarrow$
$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{13}{5}$; Пусть $AB = 13x$, тогда $AC = 5x$

$\triangle BCA, \angle C = 90°$: $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 12x = 9$

$x = \frac{3}{4}$

$AB = 13x = \frac{39}{4} = 9{,}75 \Rightarrow O_1A = \frac{39}{8}$

$O_2D \perp BC$
$AC \perp BC$ $\Big\} \Rightarrow O_2D \parallel AC$
$\angle ABC$ - общий
$\Big\} \Rightarrow \triangle O_2BD \sim \triangle ABC$ (по 2-м углам) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{O_2D}{AC}$

$AC = 5x = \frac{15}{4}$

$\frac{13}{18} = \frac{O_2D}{AC}$

$O_2D = \frac{13}{18} \cdot AC = \frac{13}{18} \cdot \frac{15}{4} = \frac{65}{24}$

$\angle AFE = \angle ADC$; ~~$\sin\angle ADC = \frac{AC}{DC} = \frac{15}{4}$~~

$tg\angle ADC = \frac{AC}{DC} = \frac{15}{4 \cdot \frac{5}{2}} = 1{,}5$

$\angle AFE = arctg\, 1{,}5$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$FE = AB = \frac{39}{4}$

~~$\sin\angle AFE$~~ $\frac{1}{\cos^2\angle AFE} = 1 + tg^2\angle AFE$

$\frac{1}{\cos^2\angle AFE} = 3,25$

$\frac{4}{13} = \cos^2\angle AFE$

$\cos\angle AFE = \frac{2\sqrt{13}}{13}$; $\sin\angle AFE = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

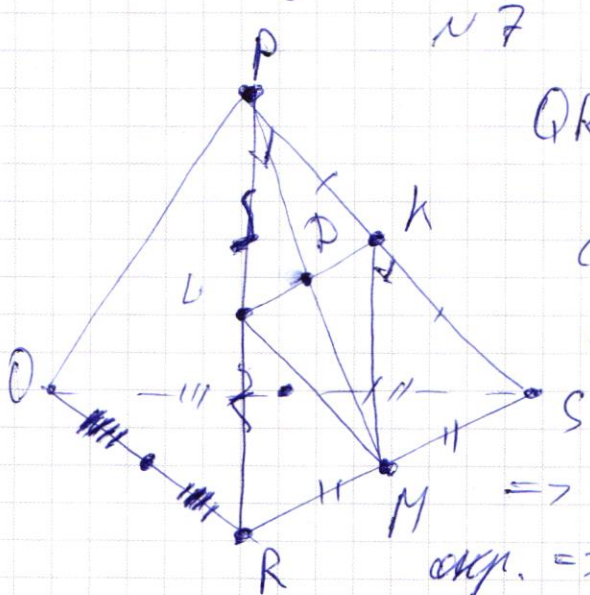
$FA = EF \cdot \cos\angle AFE = \frac{2\sqrt{13}}{13} \cdot \frac{39}{4} = \frac{3\sqrt{13}}{2}$

$EA = EF \cdot \sin\angle AFE = \frac{3\sqrt{13}}{13} \cdot \frac{39}{4} = \frac{9\sqrt{13}}{4}$

$S_{\triangle AFE} = \frac{1}{2} \cdot AF \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{13}}{2} \cdot \frac{9\sqrt{13}}{4} = \frac{27 \cdot 13}{16}$

Ответ: радиус большой $\frac{39}{8}$; радиус маленькой $\frac{65}{24}$; $\angle AFE = \operatorname{arctg} 1,5$; $S_{\triangle AFE} = \frac{27 \cdot 13}{16} = \frac{351}{16}$

№ 7



$QR = 2$; $QS = 1$; $PS = \sqrt{2}$

Если сфера проходит через точки P, L, K, M и они лежат в одной пл-сти $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ около $PLMK$ можно описать окр. $\Rightarrow \angle LMK + \angle LPK = 180°$
$MK \parallel PL \Rightarrow \angle KML + \angle MLP = 180°$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KML = \angle MLP = \angle LPK = \angle PKM = 90° \Rightarrow$ ⊾ $LPKM$ - ~~четырех~~ угольник прямоугольник

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$LK \parallel PS; BM \cap LK = D$

№5

Для любых чисел выполняет $f(ab) = f(a) + f(b)$ т.е. любое целое непростое число можно разложить на простые множители, и функция от них будет принимать не отрицательные значения, ~~если~~ $\frac{x}{y}$ не целое, например $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$, ~~то~~ ~~можно разложить~~, значит в ~~этом~~ этих ~~промежутк~~ промежут-~~как~~ для x и y таких значений нет.

Ответ: 0

$$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = 2\cdot\sin(2\alpha + 2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{8}{17} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{17}$$

$$\cos 2\beta = \frac{4\sqrt{17}}{17}$$

$$\sin 2\beta = \pm\frac{\sqrt{17}}{17}$$

Если $\sin 2\beta = \frac{\sqrt{17}}{17}$:

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = \sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha$$

$$\frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha} \cdot \frac{4\sqrt{17}}{17} + \frac{\sqrt{17}}{17} \cdot \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{8tg\alpha}{1+tg^2\alpha} + \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} + 1 = 0$$

$$\frac{8tg\alpha + 1 - tg^2\alpha + 1 + tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} = 0$$

$8tg\alpha = -2$

$tg\alpha = -\frac{1}{4}$

Если $\sin 2\beta = -\frac{\sqrt{17}}{17}$:

$$\frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha} \cdot \frac{4\sqrt{17}}{17} - \frac{\sqrt{17}}{17} \cdot \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{8tg\alpha}{1+tg^2\alpha} - \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} + 1 = 0$$

$$\frac{8tg\alpha - 1 + tg^2\alpha + 1 + tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} = 0$$

$\underline{tg^2\alpha + 4tg\alpha = 0}$

$$\left[\begin{array}{l} tg\alpha = 0 \\ tg\alpha = -4 \end{array}\right.$$

Если ~~значений~~ 3, то $tg\alpha = \frac{1}{4}$

~~Ответ~~: $-\frac{1}{4}; 0; \frac{1}{4}$

Ответ: $-4; 0; -\frac{1}{4}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №6 (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$$

$$\sin 2\alpha = \cancel{\frac{1+tg\alpha}{1}}\ \frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha} \qquad \cos 2\alpha = \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{2\cdot tg 30^\circ}{1+tg^2 30^\circ} = \frac{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{2\sqrt{3}\cdot 3}{3\cdot 4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1-tg^2 30}{1+tg^2 30^\circ} = \frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cancel{\frac{2tg30\alpha}{1+tg^2 30\alpha}\cdot\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}} +$$

$$81 \quad 27+64 \geq 125$$

$$3+4 \geq 5$$

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4} \geq \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{16} \geq \frac{1}{25}$$

$$\frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha}\cdot\frac{1-tg^2\beta}{1+tg^2\beta} + \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}\cdot\frac{2tg\beta}{1+tg^2\beta} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

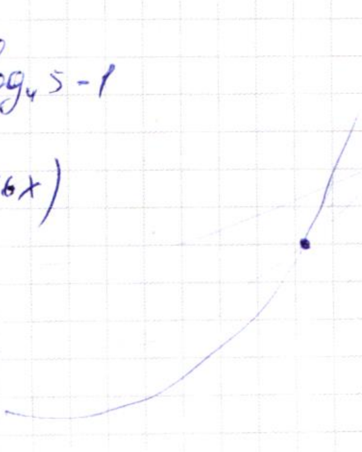
3.

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + x^2+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}$$

$$(x^2+6x)^{\log_4 3} + x^2+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}$$

$$\cancel{x^2+6x}\quad (x^2+6x)^{\log_4 3-1} + 1 \geq (x^2+6x)^{\log_4 5-1}$$

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 4^{\log_4(x^2+6x)} \geq 5^{\log_4(x^2+6x)}$$



$$2\cdot 5^2 = 3^2+4^2 - 2\cdot\cos\cdot 3\cdot 4$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

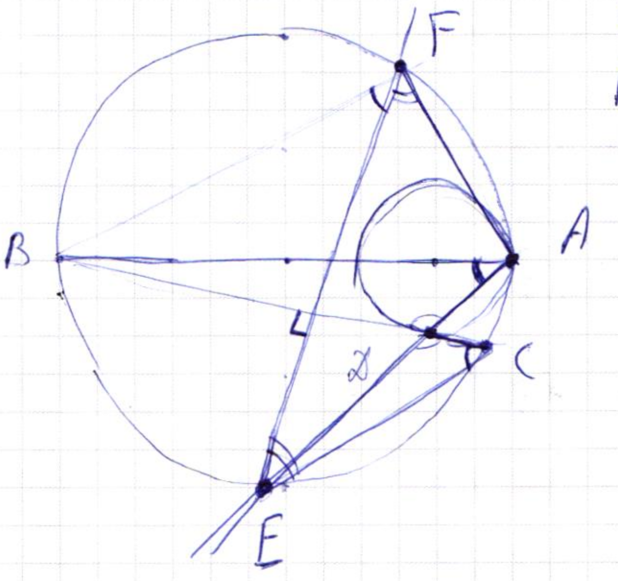
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$CD = \frac{5}{2}$ $\quad R - ?$

$BD = \frac{13}{2}$ $\quad \angle AFE - ?$

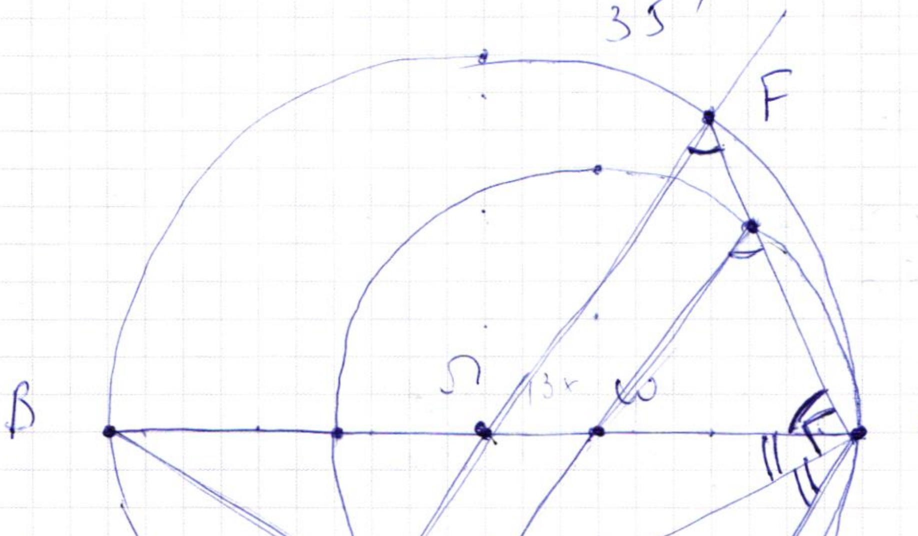
$S_{\triangle AEF} - ?$



$$\frac{CD}{BD} = \frac{EC}{AB} = \frac{ED}{AD}$$

2
27
13
8 1

$\frac{27}{35}$ 1



$\underline{X = \frac{3}{4}}$

$69x - 25x$

$144x =$

$12x = 9$

$x = \frac{3}{4}$

$CD \cdot BD = ED \cdot AD$

$$\frac{CD}{AD} = \frac{ED}{BD}$$

$$\frac{\sin}{\cos} = \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2}\left(\cos 4\beta + \cos(4\alpha + 4\beta)\right) = -\frac{8}{16}$$

$\cancel{\cos 4\beta}$

$$2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$$

$$\cos 2\beta \cdot \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{4}{17}$$

$$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \qquad \sin = \pm\frac{\sqrt{17}}{17}$$

2β

$$\cos 2\beta = \frac{4\sqrt{17}}{17}$$

$$\sin 2\alpha \cdot \frac{4\sqrt{17}}{17} + \frac{\sqrt{17}}{17}\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin 2\alpha \cdot 4\sqrt{17} + \sqrt{17}\cdot\cos 2\alpha = -\sqrt{17}$$

$$\frac{2\,tg\alpha}{1+tg^2\alpha}\cdot 4\sqrt{17} \cdot \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} + \sqrt{17} = 0$$

$$\frac{8\,tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} + \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} + 1 = 0$$

$$\frac{8\,tg^2\alpha + 1 - tg^2\alpha + 1 + tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} = 0$$

$$8\,tg\alpha + 2 = 0 \qquad tg\alpha = -\frac{1}{4}$$

$$\cos 2\beta = \frac{4\sqrt{17}}{17}$$

$$\boxed{\sin 2\beta = \pm\frac{\sqrt{17}}{17}}$$

$$4\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = 1$$

$$8\sin\alpha\cdot\cos x + 1 - 2\sin^2\alpha = 1$$

$$\sin^2\alpha - 4\sin\alpha\cdot\cos\alpha = 0$$

$$\left[\begin{array}{l}\sin\alpha = 0\\ \sin\alpha - 4\cos\alpha = 0\end{array}\right.$$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$(3y-2)x - (3y-2)$ $\quad (3y-2x) \geq 0$

$(3y-2)(x-1)$

$3xy - 2x - 3y + 2 = 9y^2 - 12xy + 4x^2$

$9y^2 - 15xy + 2x + 3y - 2 + 4x^2 = 0$

$f(a) + f(b) = \left[\frac{ab}{4}\right]$ $\quad$ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

$\left[\frac{a}{4}\right] + \left[\frac{b}{4}\right] = \left[\frac{ab}{4}\right]$ $\quad$ 23,

$x \cdot \frac{1}{y} = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = \left[\frac{x}{y4}\right]$

$\left[\frac{x}{4}\right] + \left[\frac{1}{4y}\right] = \left[\frac{x}{4y}\right]$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

$\cancel{f\left(\frac{x}{y}\right) = \left[\frac{x}{4y}\right] < 0}$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = \left[\frac{x}{4}\right] + \left[\frac{1}{4y}\right] < 0$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) < 0$

$\frac{3}{3}$

3, 5

$(4x-3)(2x-2) = 8x^2 - 20x + 6$

$8x^2 - 8x - 6x + 6$

$8x^2 - 14x + 6$

289·2

$34 \cdot 34$: 136, 102, 1156

1156 − 30 = 966

196

$30 \cdot 8$

$16 \cdot 15$

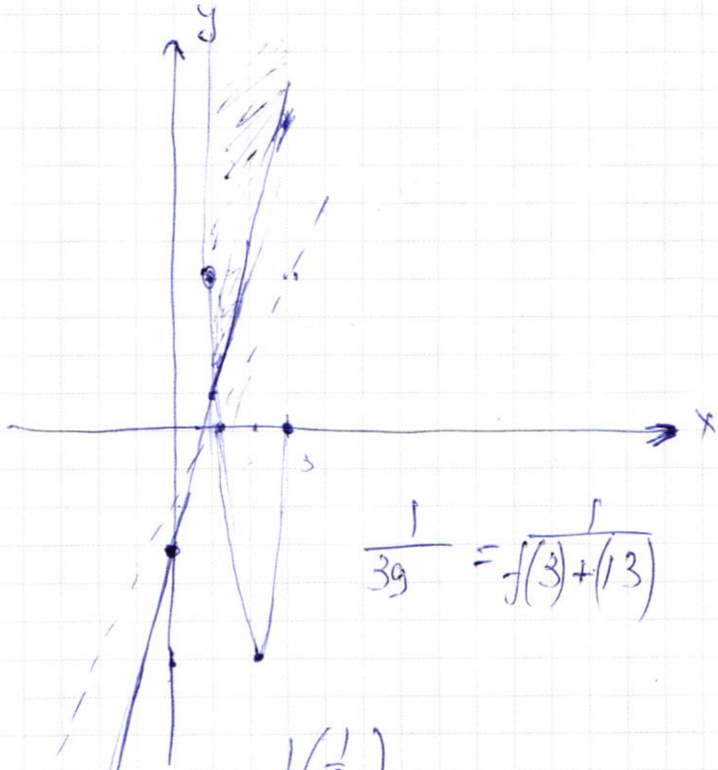
$34^2 - 30 \cdot 4 \cdot 8$

$34^2 - 30 \cdot 32$

$2\sqrt{2}$

14

$\frac{+34 \pm 14}{16} = \frac{20}{16} = \frac{10}{8}$ $\frac{24}{8}$



$\frac{34}{16} = \frac{17}{8}$

$\frac{289}{8} - \frac{17 \cdot 34}{8} + 30$

$-\frac{289}{8} + \frac{240}{8}$

$-\frac{49}{8}$

$\frac{1}{39} = \frac{1}{f(3) + f(13)}$

$f\left(\frac{1}{9}\right)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\sqrt{3}x-\sqrt{3}\right)^2-3+\left(\sqrt{3}y-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2-\frac{4}{3}=4$$

$$\sqrt{3}\cdot 2\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}\quad \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$3(x-1)^2-3+3\left(y-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{4}{3}=4$$

$$3x^2-6x+3-3$$

$$3(x-1)^2-3$$

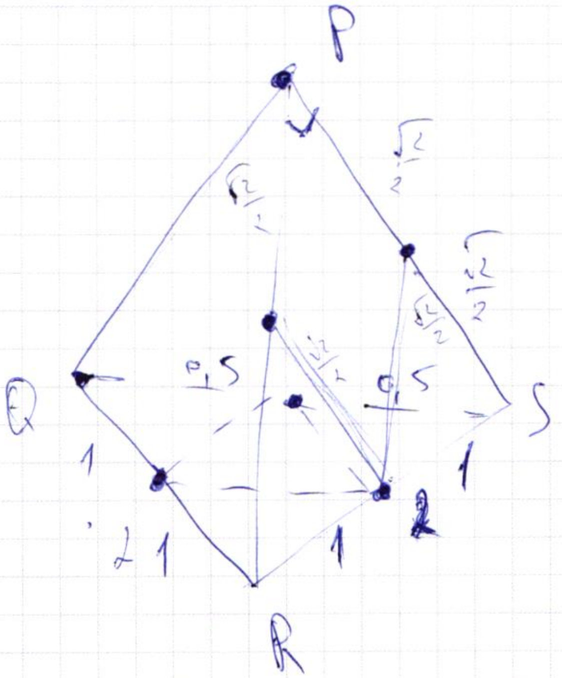
$$3y^2-4y+\frac{4}{3}-\frac{4}{3}$$

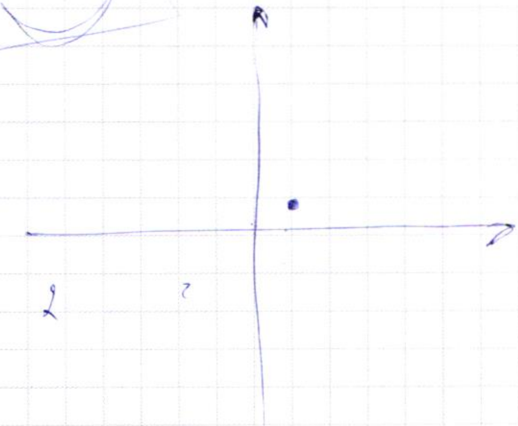
$$\left(\sqrt{3}y-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2-\frac{4}{3}$$

$$9(x-1)^2-9+(3y-2)^2-4=12$$

$$\cancel{(9x-9}\quad 9(x-1)^2+(3y-2)^2=25$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$$

$$\begin{cases}(3y-2x)^2=(x-1)(3y-2)\\ 9(x-1)^2+(3y-2)^2=25\end{cases}$$

$$(3(x-1)+3y-2)^2-2(3y-2x)^2=25$$

$$(3x-3+3y-2)^2-2(3y-2x)^2=25$$

$$(3x+3y-5)^2-2(3y-2x)^2=25$$