# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы $\alpha$ и $\beta$ удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant|x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности $\Omega$ и $\omega$ касаются в точке $A$ внутренним образом. Отрезок $AB$ – диаметр большей окружности $\Omega$, а хорда $BC$ окружности $\Omega$ касается $\omega$ в точке $D$. Луч $AD$ повторно пересекает $\Omega$ в точке $E$. Прямая, проходящая через точку $E$ перпендикулярно $BC$, повторно пересекает $\Omega$ в точке $F$. Найдите радиусы окружностей, угол $AFE$ и площадь треугольника $AEF$, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция $f$ определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел $a$ и $b$ из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа $p$ ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее $x$). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех $x$ на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина $P$ которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра $PQ$. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра $RS$. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3.

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2;$

О.Д.З.;

$\log_4(x^2+6x); \Rightarrow x^2+6x>0;$ всегда; $x(x+6)>0;$ $+ \; -6 \; - \; 0 \; +$

Т.к. $x^2+6x>0$;, необходимост модуля в правой части исчезает, т.е. его можно писать $x\in(-\infty;0)\cup(0,+\infty)$ из О.Д.З.;

$3^{\log_4(x^2+6x)} \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}-x^2-6x;$

$3^{\log_4(x^2+6x)} \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}-(x^2+6x).$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+(x^2+6x) \geq 4^{\log_4(x^2+6x)^{\log_4 5}}$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+4^{\log_4(x^2+6x)} \geq 4^{\log_4 5\cdot\log_4(x^2+6x)}.$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+4^{\log_4(x^2+6x)} \geq (4^{\log_4 5})^{\log_4(x^2+6x)}.$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+4^{\log_4(x^2+6x)} \geq 5^{\log_4(x^2+6x)};$

$\log_4(x^2+6x)=\alpha;$

при $\alpha<0;$

$3^\alpha+4^\alpha\geq5^\alpha;$ $\frac{1}{3^{|\alpha|}}+\frac{1}{4^{|\alpha|}}\geq\frac{1}{5^{|\alpha|}};$ $\frac{4^{|\alpha|}+3^{|\alpha|}}{12^{|\alpha|}}\geq\frac{1}{5^{|\alpha|}};$

$\frac{20^{|\alpha|}+15^{|\alpha|}}{12^{|\alpha|}}\geq1;$ при любом $|\alpha|$ это условие

выполняется, т.к. $20>12$ и $15>12$ и $\frac{20}{12}>1$; $\frac{15}{12}>1$ $|\alpha|>0;$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача 3 (продолжение)

при $\alpha > 0$;

$3^{\alpha} + 4^{\alpha} \geq 5^{\alpha}$; при $\alpha = 2$; Они образуют Пифагорову тройку $(3^2 + 4^2 = 25 = 5^2)$;

при $2 \leq \alpha \leq 2$ $3^{\alpha} + 4^{\alpha} \geq 5^{\alpha}$; выполняется при любых значениях $x$ при $\alpha > 2$ это условие больше не выполняется;

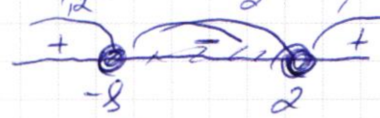
$\log_4$ $\alpha \in (-\infty; 2]$;

$\log_4 (x^2+6x) \in (-\infty; 2]$;

$x^2+6x \in [0; 16]$;

$0 < x^2+6x \leq 16$; $x^2+6x-16 \leq 0$; $D = 6^2+4 \cdot 16 = 100$

$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{2}$, $x_1 = 2$; $x_2 = -8$;



$x \in [-8; 2]$;

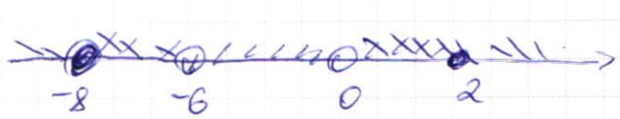
$x^2+6x > 0$; мы разбирали в О.Д.З.!

$\Downarrow$

~~$x \in (-6; 0)$;~~ $x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$;

Совмещаем оба неравенства;

$\Rightarrow$ ~~$x \in (-6; 0)$;~~



$\Rightarrow x \in [-8; -6) \cup (0; 2]$;

Ответ: $x \in [-8; -6) \cup (0; 2]$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2:

$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y-2-2x+2=\sqrt{x(3y-2)-(3y-2)}; \\ 3(x^2-2x+1)+\frac{1}{3}(9y^2-12y+4)-3-\frac{4}{3}=4; \end{cases}$

$\begin{cases} (3y-2)-2(x-1)=\sqrt{(x-1)(3y-2)} \\ 3(x-1)^2+\frac{1}{3}(3y-2)^2=\frac{4}{3}+7=\frac{25}{3}; \end{cases} \Rightarrow$

$a-2b=\sqrt{a}$

О.Д.З $\sqrt{a}$; $a>0$;

$x-1\geq 0$; $x\geq 1$; $3y-2\geq 0$; $y\geq\frac{2}{3}$

$3y-2=a$; $x-1=b$; $a\geq 0$; $b\geq 0$;

$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ 3a^2+\frac{1}{3}b^2=\frac{25}{3}; \end{cases}$ $\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ 9a^2+b^2=25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2-4ab+4b^2=ab \\ 9a^2+b^2=25; \end{cases}$

$\begin{cases} a^2-5ab+4b^2=0; \\ 9a^2+b^2=25; \end{cases}$ $\Rightarrow$ ~~$10a^2-5ab+5b^2=25$; $2a^2-ab+b^2=5$;~~

$a^2-5ab+4b^2=0$; $D=(5b)^2-4\cdot 4b^2=9b^2$;

$a=\frac{5b\pm\sqrt{9b^2}}{2}$; $a_1=\frac{5b+3b}{2}=4b$; $a_2=\frac{5b-3b}{2}=b$;

при $a=4b$;

$9\cdot(4b)^2+b^2=25$; $144b^2+b^2=25$; $145b^2=25$; $b^2=\frac{25}{145}=\frac{5}{29}$;

$b>0$; значит; $b_1=\sqrt{\frac{5}{29}}$; $a_1=4b_1=4\sqrt{\frac{5}{29}}$;

при $a=b$;

$9b^2+b^2=25$; $10b^2=25$; $b^2=\frac{25}{10}=\frac{5}{2}$; $b_2=\sqrt{\frac{5}{2}}$; $a_2=b_2=\sqrt{\frac{5}{2}}$;

при $a=4\sqrt{\frac{5}{29}}$ и $b=\sqrt{\frac{5}{29}}$,

$3y-2=4\sqrt{\frac{5}{29}}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Задача 2 (продолжение)

при $3y-2 = a_1 = 4\sqrt{\frac{5}{29}}$; $x-1 = b_1 = \sqrt{\frac{5}{29}}$;

$3y = 2 + 4\sqrt{\frac{5}{29}}$; $y_1 = \frac{2}{3} + \frac{4}{3}\sqrt{\frac{5}{29}}$; $x_1 = 1 + \sqrt{\frac{5}{29}}$;

при $3y-2 = a_2 = \sqrt{\frac{5}{2}}$; $x-1 = b_1 = \sqrt{\frac{5}{2}}$;

$3y-2 = \sqrt{\frac{5}{2}}$; $y_2 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{5}{2}}$; $x_2 = 1 + \sqrt{\frac{5}{2}}$;

**Ответ:** $\left\{1+\sqrt{\frac{5}{29}};\ \frac{2}{3}\left(1+2\sqrt{\frac{5}{29}}\right)\right\}$ и $\left\{1+\sqrt{\frac{5}{2}};\ \frac{1}{3}\left(2+\sqrt{\frac{5}{2}}\right)\right\}$

---

Задача №1;

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; & (1) \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin(2\alpha) = -\frac{8}{17}; & (2) \end{cases}$$

(2) $\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$; используем следующую тригонометрическую формулу;

$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$;

~~её можно~~

$2\sin\left(\frac{2\alpha+4\beta+2\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{2\alpha+4\beta-2\alpha}{2}\right) = -\frac{8}{17}$;

$2\underbrace{\sin(2\alpha+2\beta)}_{= -\frac{1}{\sqrt{17}}}\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$; $\frac{-2}{\sqrt{17}}\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$; $\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$;

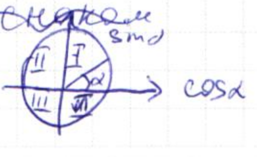
$\sin 2\beta = \pm\sqrt{1-\cos^2 2\beta} = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$ ~~(знак зависит от четверти где находится $2\beta$ (1-я или 4-я))~~;

~~(1) $\sin(2\alpha+2\beta) = \frac{1}{\sqrt{17}}$;~~

~~$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$;~~

знак зависит от того в какой четверти расположено. $2\beta$ в I-ой или в II-ой

~~вариант со знаком~~



# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~при $\sin 2B = -\frac{1}{\sqrt{17}}$;~~ Задача №1 (продолжение)

$\sin(2\alpha + 2B) = \sin 2\alpha \cos 2B + \sin 2B \cos 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha\cos 2B + \sin 2B(1 - 2\sin^2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$;

$\cancel{2\sin\alpha\cos\alpha\cos 2B + \sin^2(2B - 2\sin^2\alpha)}$

$2\sin\alpha\cos\alpha\cos 2B + \sin 2B(1 - 2\sin^2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \;\Big|:\cos^2\alpha$;

$2\operatorname{tg}\alpha\cos 2B + \sin 2B\left(\frac{1}{\cos^2\alpha} - \frac{2\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\right) = -\frac{1}{\sqrt{17}\cos^2\alpha}$; $\frac{1}{\cos^2\alpha} = \operatorname{tg}^2\alpha + 1$;

$2\operatorname{tg}\alpha\cos 2B + \sin 2B(\operatorname{tg}^2\alpha + 1 - 2\operatorname{tg}^2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)$;

$2\operatorname{tg}\alpha\cos 2B + \sin 2B(1 - \operatorname{tg}^2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)$;

при $\sin 2B = -\frac{1}{\sqrt{17}}$;

$2\operatorname{tg}\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}} - \frac{1}{\sqrt{17}}(1 - \operatorname{tg}^2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)$;

$\cancel{8\operatorname{tg}\alpha - 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = -1 - \operatorname{tg}^2\alpha \quad 8\operatorname{tg}\alpha = 0; \quad \operatorname{tg}\alpha = 0;}$

$\cancel{\text{при } \sin 2B = \frac{1}{\sqrt{17}};}$

$\cancel{\frac{8\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{17}} + \frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{\sqrt{17}}\operatorname{tg}^2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{\sqrt{17}}\operatorname{tg}^2\alpha}$

$8\operatorname{tg}\alpha - 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = -1 - \operatorname{tg}^2\alpha$; $8\operatorname{tg}\alpha = -2\operatorname{tg}^2\alpha$; $\operatorname{tg}\alpha = 0$;

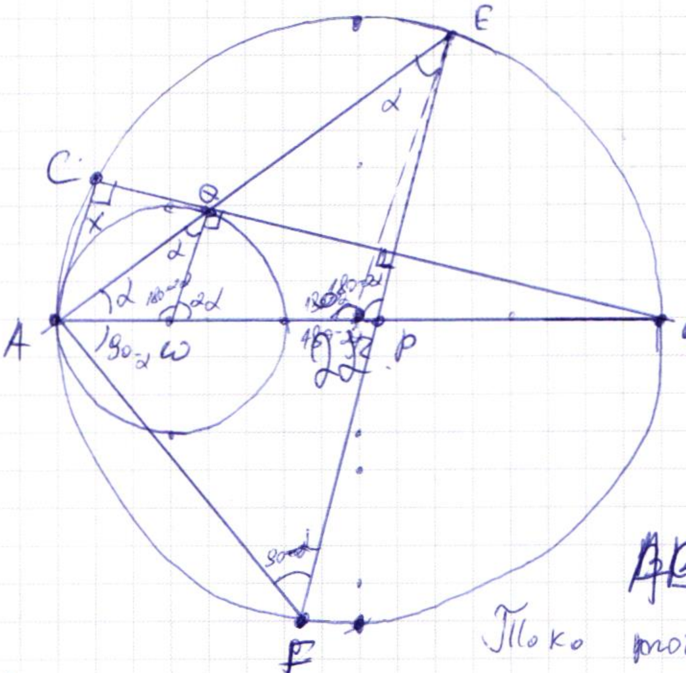
при $\operatorname{tg}\alpha \neq 0$; $8\cancel{\operatorname{tg}\alpha} = -2\operatorname{tg}\alpha$; $\operatorname{tg}\alpha = -4$;

при $\sin 2B = \frac{1}{17}$;

$\frac{8\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{17}} + \frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{\sqrt{17}}\operatorname{tg}^2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{\sqrt{17}}\operatorname{tg}^2\alpha$; $8\operatorname{tg}\alpha = -2$; $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{1}{4}$;

Ответ: $\operatorname{tg}\alpha \in \left\{0; -4; -\frac{1}{4}\right\}$;

Задача № 1;




Точка P- пересечение EF и BC.

Т.к. угол $\angle APE = 180° - 2\alpha$, точка P и центр окружности $\Omega$ совпадают т.к. они имеют общую точку E и образуют одинаковый угол с отрезком AB (для окружности $\angle A\Omega E$);

Т.к. точка P и $\Omega$ совпадают;

Если $\triangle EAF$ - прямоугольных, $\angle EAF = 90°$;

$\triangle ABC$ подобен $\triangle \omega B Q$; $\frac{R\omega}{AC} = \frac{BQ}{BQ + CQ} = \frac{\frac{13}{2}}{9} = \frac{13}{18}$; $AC = \frac{18}{13} R\omega$;

$B\omega = 2R\Omega - R\omega$; $\angle ACB = 90°$;

$AC^2 + CB^2 = BA^2$; $\frac{324}{169} R\omega^2 + 9^2 = 4R\Omega^2$;

$AQ^2 + BQ^2 = B\omega^2$; $R\omega^2 + \frac{169}{4} = (2R\Omega - R\omega)^2$;

$$\begin{cases} \frac{324 R\omega^2}{169} + 81 = 4R\Omega^2; \\ \cancel{R\omega^2} + \frac{169}{4} = 4R\Omega^2 - 4R\Omega R\omega + \cancel{R\omega^2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{324}{169} R\omega^2 = 4R\Omega^2 - 81; \\ R\omega = \frac{13}{18}\sqrt{4R\Omega^2 - 81}; \end{cases}$$

$4R\Omega^2$

$\frac{169}{4} = 4R\Omega^2 - 4R\Omega \frac{13}{18}\sqrt{4R\Omega^2 - 81}$;

$4R\Omega^2 - \frac{169}{4} = \frac{26}{9}R\Omega\sqrt{4R\omega^2 - 81}$;

$16R\Omega^4 - 338R\Omega^2 + \frac{28561}{16} = \frac{676}{9}(4R\Omega^2 - 81)$;

$16R\Omega^2 - 338R\Omega^2 + \frac{28561}{16} = \frac{2704}{9}R\Omega^2 - 6084$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4 (продолжение):

$16\cancel{R}^2$ и $\frac{2R\Omega}{2R\Omega - R\omega} = \frac{18}{13}$ (из подобия;

$26R\Omega = 36R\Omega - 18R\omega$; $13R\Omega = 18R\omega$;

$R\omega = \frac{13}{18}R\Omega$; - $R\Omega = \frac{13}{13}\sqrt{4R\Omega^2 - 81}$;

$R\Omega^2 = 4R\Omega^2 - 81$; $3R\Omega^2 = 81$ $R\Omega^2 = 27$; $R\Omega = 3\sqrt{3}$;

$R\omega = \frac{13}{\cancel{18}} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{13\sqrt{3}}{6}$;

$\cos 2\alpha = \frac{R\omega}{2R\Omega - R\omega} = \frac{R\omega\ \frac{13}{18}R\Omega}{2R\Omega - \frac{13}{18}R\Omega} = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$;

$2\alpha = 60°$; $\alpha = 30°$;

$\angle AFE = 90 - \alpha = 90° - 30° = 60°$;

$EA = 2R\Omega\cos 30° = 2 \cdot 3\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9$;

$AF = 2R\Omega\cos 60° = 2 \cdot 3\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 3\sqrt{3}$;

$S = \frac{3\sqrt{3} \cdot 9}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$;

Ответ: $\angle AFE = 60°$;

$S_{\triangle AEF} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$;

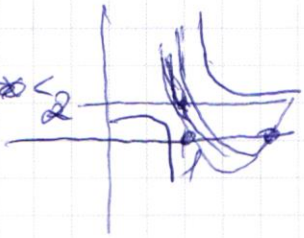
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача №3 в;

при ~~$x>1$~~;

$\frac{4x-3}{2x-2} = 2 + \frac{1}{2x-2}$;   при ~~$x$~~ < 2



$8 \cdot 1 - 34 + 30 = 4$;

при $x<1$; левая часть функции $\to -\infty$;

из того левая часть не ~~удов~~ удовлетворена ур-ю;

при $x=3$;   ~~ле~~ $2 + \frac{1}{2 \cdot 3 - 2} = 2\frac{1}{4}$;

$8 \cdot 3^2 - 34 \cdot 3 + 30 = 0$;

$b \in (0$,   $b > 1$ $a + b \geq 4$;

$3a + b$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6) $6^{\log_3 4} \geq 6^{\log_3 \frac{5}{4}}$

$6 + 6^{\log_3 4} \geq 6^{\log_3 4 + \log_3 \frac{5}{4}}$;

$6 + 6^{\log_3 4} \geq 6^{\log_3 4} \cdot 6^{\log_3 \frac{5}{4}}$;

~~$6 \geq 6^{\log_3 4}(6^{\log_3 5} - 1)$~~;

~~$6^{\log_3 4 (-\log_3 4}$~~

$6 \neq 1$ $\quad 6 + 6^{\log_3 4} \geq 6^{\log_3 4} 6^{\log_3 \frac{5}{4}}$;

$3^{\log_4 (x^2+6x)} >$

$3^{\log_4 (x^2+6x)} \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - (x^2+6x)$

$3^{\log_4 (x^2+6x)} + 4^{\log_4 (x^2+6x)} \geq 4^{\log_4 \frac{5}{4} \log_4 (x^2+6x)}$

$3^{\log_4 (x^2+6x)} + 4^{\log_4 (x^2+6x)} \geq 4^{\log_4 (\frac{5}{4})^{x^2+6x}}$

$\log_4$

$\frac{1}{3^{-\alpha}} + \frac{1}{4^{-\alpha}} = \frac{1}{5^{-\alpha}}$;

$\log_4(x^2+6x) = a$;

~~$3^a + 4^a \geq 10^{\log_5 a}$~~

$4^{\log_5 \frac{5}{4}}$

~~$3^a + 4^a \geq (a)^{\log_4 5 - \log_4}$~~

$4^a$

$3 \cdot 4$;

$\frac{20^{-\alpha} + 15^{-\alpha}}{12^{-\alpha}} \geq 1$

$\left(\frac{3}{5}\right)^\alpha + \left(\frac{4}{5}\right)^\alpha \geq 1$;

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times\, 34 \\ \hline 136 \\ +\,102\phantom{0} \\ \hline 1156 \end{array}$$

$\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right)^\alpha \geq 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^\alpha$;

$\alpha \log_4\left(\frac{4}{5}\right) \geq \log_4\left(1 - \left(\frac{3}{5}\right)^\alpha\right)$

$8x^2 - 34x + 30 \geq 0$;

$D = 34^2 - 4 \cdot 30 \cdot 8 = 1156 - 960 = 196 = 14^2$;

$x = \frac{34 \pm 14}{16}$; $\quad x_1 = 3$; $\quad x_2 = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$; $\quad \alpha(1 - \log_4 5) \geq$

$\frac{3^{\alpha+\Delta\alpha} + 4^{(\alpha+\Delta\alpha)}}{3^\alpha + 4^\alpha} \geq 5^{\Delta\alpha}$;

$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax + b \geq 8x^2 - 34x + 30$;

4) 3 $\quad 8x^2 - 34x + 30 \leq ax + b$;

$8x^2 - (34+a)x + 30 - b \leq 0$;

$D = (34+a)^2 - 8(30-b) \cdot 4 \geq 0$;

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\sin(2\alpha + 2B) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\sin(2\alpha + 2B) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{\sqrt{17}}$, $2\sin(2\alpha+2B)\cos 2B) = -\frac{8}{\sqrt{17}}$;

$\alpha^{\log_4 3} + \alpha \geq \alpha^{\log_4 5}$, $\cos 2B = \frac{4}{\sqrt{17}}$;

$\sin 2B$

$\sin(2\alpha + 2B + 2B) = \sin(2\alpha+2B)\cos 2B + \cos(2\alpha+2B)\sin 2B + \sin 2\alpha$

$\alpha^{\log_4 \frac{3}{4}} + 1 \geq \alpha^{\log_4 \frac{5}{4}}$.

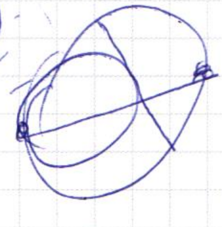
$2\sin(\alpha+B)\cos(\alpha+B) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\sin 2B = \pm\sqrt{1 - \cos^2 B} = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$;

$\sin 2\alpha \cos 2B + \cos 2B \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$,

$2\sin(\alpha+B)\cos(\alpha+B) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$;

$\sin 2\alpha = -\frac{8}{\sqrt{17}} - \sin(2\alpha + B + B)$

$4\sin(\alpha+B)\cos\alpha+B$



$-\frac{8}{\sqrt{17}}\cos 2B + \sin(2\alpha+4B)\cos 2B + \cos 2\alpha \sin 2B = -\frac{1}{\sqrt{17}}$, A

$\sin(a+b) + \sin(a-b) = 2\sin a\cos b$, $\alpha = 0{,}5$; $\alpha = 3$;

$-\frac{8}{\sqrt{17}}\cos 2B - \sin(2\alpha+4B)$ ~~cos~~ $\sin(2\alpha+2B) + \cos 2\alpha \sin 2B = -\frac{1}{\sqrt{17}}$;

$= 0$,

$\sin 2\alpha \cos 2B + \sin 2B \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$,

$3^{\log_4(x^2+6x)} + (x^2+6x) \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}$. $f(\alpha) = \alpha^{\log_4 \frac{3}{4}} + 1 - \alpha^{\log_4 \frac{5}{4}}$

$x < 0$,

$3^{\log_4(x^2+6x)} + 4^{\log_4(x^2+6x)} \geq 4^{\log_4(x^2+6x)^{\log_4 5}}$. $\alpha < 0$,

$3^{\log_4(x^2+6x)}$ $1{,}2^{0{,}5}$ $0 + 1 \geq 0 \geq 0$.

$x^2 + 6x := \alpha$; $1 \cdot \left(\frac{3^x + 4^x}{12^x}\right) 5^{5/x} \geq 1$

$3^{\log_4 \alpha} + \alpha \geq \alpha^{\log_4 5}$;

$3^{\frac{\log_3 \alpha}{\log_3 4}} + \alpha \geq \alpha^{\log_4 5}$; $\frac{1}{9}^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{16} \geq \frac{1}{25}$, $\alpha^{\log_4 3}$ $\alpha^{\log_4 \frac{3}{4}}$ $+ \alpha \geq \alpha^{\log_4 5}$; $625$ $20^x$;

$\alpha^{\frac{1}{\log_3 4}} + \alpha \geq \alpha^{\log_4 5}$ $\frac{265}{16 \cdot 9} \geq \frac{1}{25}$;

$\alpha^{\log_4 3} + \alpha \geq \alpha^{\log_4 5}$. $\alpha$ $\alpha^{\log_4 3} = \alpha^{\log_4(4 \cdot \frac{3}{4})} = \alpha \cdot \alpha^{\log_4 \frac{5}{4}}$;

$\alpha \cdot \alpha^{\log_4 \frac{3}{4}} + \alpha \geq \alpha \cdot \alpha^{\log_4 \frac{5}{4}}$. $\log_4 \frac{3}{4}\, \alpha^{\log_3 \frac{3}{4} - 1} - \log_4 \frac{5}{4}\, \alpha^{\log_4 \frac{5}{4} - 1} =$

$\frac{7}{12} \geq \frac{1}{5}$; $\alpha^{\log_4 \frac{3}{4}} + 1 \geq \alpha^{\log_4 \frac{5}{4}}$ | $\alpha^{\log_4 \frac{3}{4}}$, $= \left(\log_4 \frac{3}{4} - \log_4\right)\alpha^{\log_4 3 - 2} - \log 5 - \log 3$

$35$

$\boxed{\alpha^{\log_4 \frac{3}{4}}} + 1 \geq \alpha^{\log_4 \frac{5}{4}}$, $\alpha \geq 1$; $\log_4 5 - 1$;

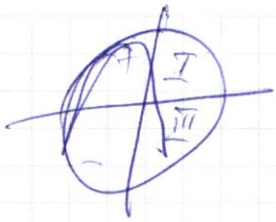
$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12} < \alpha \geq 1$; $1 + 1 \geq 4$;

$\frac{3^x + 4^x}{12^x}$ $\frac{1}{3}^{-x} + \frac{1}{4}^{-x}$, $2^{\log_4 \frac{3}{4}}$ $\alpha = 4$; $\frac{3}{4} + 1 \geq \frac{5}{4}$,

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$\cos 2B = \sqrt{\phantom{x}}\ \frac{\cancel{1}}{\sqrt{17}};$



$f(x) \neq f(y)$;

$3^{\log_4 (x^2+6x)} \geq 3^{\log_3 (x^2+6x)^{\log_4 5}}$

$\log_4 (x^2+6x) \geq \log_3 (x^2+6x)^{\log_4 \frac{5}{4}}$

$\log_4 (x^2+6x) \geq \log_{3} \frac{5}{4} (\log_3 (x^2+6x)$

$\sin(2\alpha + 2B) = -\frac{1}{\sqrt{17}};$

$3y-2x = \sqrt{3xy-2x-3y+2} = \sqrt{x(3y-2)-(3y-2)} = \sqrt{(x-1)(3y-2)};$

$x^2+6x>0;$

$x \in (-5$

$x \geq 1; \quad 3y-2 \geq 0 \quad y \geq \frac{2}{3};$

$3^{\log_4 (x^2+6x)} + 6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - x^2;$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4;$

$\cancel{3x(} \ 3x^2-6x+3 + 3y^2-4y+1=0;$

$3(x^2-2x+1) + y^2-2y+1+2y^2-2y=0$

$3(x-1)^2 + (y-1)^2 + 2y(y-1) = 0;$

$3(x-1)^2 + (y-1)(3y-1) = 0;$

$x^2+6x>0; \quad x \neq 0$

$x(x-6)= \quad \cancel{x \neq 6};$

$5 > x > 0$

$\cancel{\log_4 \frac{5}{4} - \log_4 4}$

$\log_4 (x^2+6x) \geq \frac{\log_4 \frac{5}{4}}{\log_4 3} \log_4 (x^2+6x)$

$x^{2} + 6 - 1 =$

$4 > 0; \quad x = 0;$

$3y-3-2x+2+1 = \sqrt{(x-1)(3y-2)};$

$\cancel{3y-2x = \sqrt{\phantom{x}}}$

$3^{\log_4 (x^2+6x)} + 6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - x^2.$

$3^{\log_4 (x^2+6x)} \geq (x^2+6x)^{\log_4 5 - \log_4 4}$

$1 \geq \log_3 \frac{5}{4};$

$3^{\log_4 (x^2+6x)} \geq (x^2+6x)^{\log_4 \frac{5}{4}};$

$17$

$3 \geq \frac{5}{4};$

$12 > 5;$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4;$

$3x^2-6x+3y^2-6y = 4-2y;$

$3x(x-2)+3y(y-2)+2y(y-2)=0;$

$(20-3)^2 = 400-120+9$

$\times \frac{120}{8}$

$f(3x)(x-2)+(3y+2)(y-2)=0;$

$f(ab) = f(a)+f(b). \qquad f(5) = f[5/4];$

$(30+4)^2 = 900+240+16 =$

$= 1256$

$- \frac{1256}{960}$
$\phantom{-}296$

$f(ab) = f(a)+f(b);$

$f(\frac{x}{y}) =$

$17^2;$

$18^2$

$4(x-3)$

$3x^2 - 34x + 30 = 0;$

$D = 34^2 - 4 \cdot 30 \cdot 8 = 1256 - 960 =$

$= 296; \quad 13^2, \quad 14^2,$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$b = 0,5 \quad b^{\log_3 4} : b^{-\log_3 \frac{5}{4}} = \frac{b^{\log_3 4}}{b^{\log_3 \frac{5}{4}}}$

$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin(a+b) + \sin(a-b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b + \sin(a-b) \cos b =$

$= 2\sin(a)\cos b)$; $= 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$;

$\begin{cases} a+b=\alpha; \\ a-b=\beta; \end{cases}$ $a = \frac{\alpha+\beta}{2}$, $b = \frac{\alpha-\beta}{2}$;

$3^{\log_4(x^2+6x)} \geq 3^{\log_3(x^2+6x)\log_3 5x}$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$; $3^{\frac{\log_3(x^2+6x)}{\log_3 4}}$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$; $\cos 2\beta = \frac{8}{\sqrt{17}}$; $(x^2+6x)^{\frac{1}{\log_3 4}} + (x^2+6x) \geq$

$\geq (x^2+6x)^{\log_4 5}$;

$2\beta = \cos^2 \quad 1 - 2\cos^2 2\beta = \frac{8}{\sqrt{17}}$; $x^2+6x = a$;

$1 - \frac{8}{\sqrt{17}}$ $\sin((2\alpha+2\beta)+2\beta) = \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \cos(\alpha+\beta)\sin 2\beta =$

$\sin(2\alpha+2\beta)$,

$2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)$; $\geq (x^2+6x)^{\log_4}((x^2+6x)^{\log_4\frac{5}{4}} - 1)$;

$a^{\frac{1}{\log_3 4}} + a \geq a^{\log_4 5}$; $|a^{\log}$

$\sin(2\alpha)\cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}} \Big| \cos 2\alpha$; $a^{\frac{1}{\log_3 4}} + a \geq a^{\frac{\log_3 5}{\log_3 4}}$;

$\tg 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}\cos 2\alpha}$;

3) $3^{\log_4(x^2+6x)} + 3^{\log_3(x^2+6x)} \geq 4^{\log_3(x^2+6x)}$ $a^{\frac{\log_3 \frac{5}{4}}{\log_3 4}} = b$.

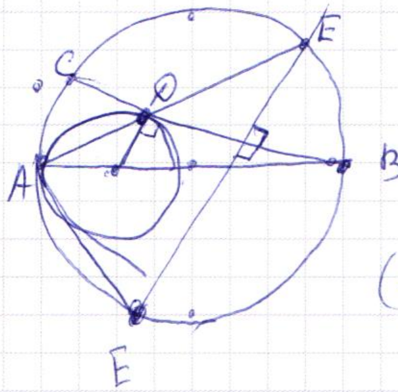
$3^{\log_4(x^2+6x)} + 3^{\log_3(x^2+6x)} \geq (3^{\log_3(x^2+6x)})^{\log_4 \frac{5}{4}}$ $b + b^{\log_3 4} \geq b^{\log_3 5}$,

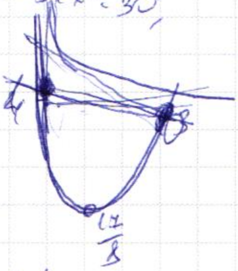
$b(1 + b^{\log_3 4 - 1}) \geq b^{\log_3 5}$,

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$f(p) = k(p) \cdot [P/4]$

$\frac{2Rr}{2R_\Omega - R\omega} = 16$ $8x^2 - 34x = 30$

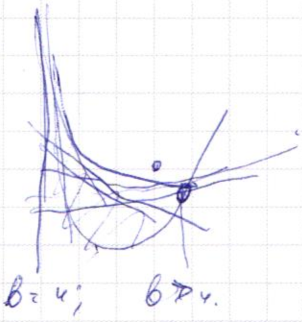



$(369)^2$

169
16

$b = 4$




$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax + b \geq 8x^2 - 34x + 30$; $2x - 2 \neq 0$; $x \neq 1$;

$2 + \frac{1}{2x-2} \geq ax + b \geq 8x^2 - 34x + 30$;

$\frac{4x-3}{\frac{9}{4}}$ $\frac{4 \cdot 3 - 3}{2 \cdot 3 - 2} = \frac{9}{4}$;

$8x^2 - 34x + 30 \leq ax + b$; $8x^2 - (34+a)x + 30 - b \leq 0$; $\frac{9}{4}$;

$D = (34+a)^2 - 4 \cdot 8 \cdot (30-b) = 1156 + 68a + a^2 - 960 + 32b =$

$8x^2 - 34x + 30 \geq 0$; $= 196 + 68a + 32b + a^2 \geq 0$;

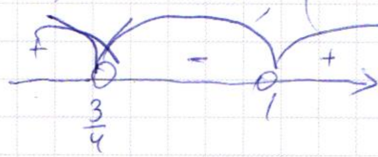
$8x^2 - 34x + 30 = 0$; $D = 1156 - 960 = 196$; $x = \frac{34 + 14}{16} = 3$

$x_2 = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$;

$x(3, \frac{5}{4}) < 0$;


$\frac{4x-3}{2x-2} \geq 0$; $(4x-3)(2x-2) > 0$; $(x - \frac{3}{4})(x-1) \geq 0$;

$1 + \frac{1}{2x-2}$;




$2(b2$

$8x^2 - 16$

$16x - 34 = 0$; $x = \frac{34}{16} = \frac{17}{8}$;

$(18(20-2)^2 = 400 - 80 + 4 = 324$.

$\frac{17}{8}$; $2,15$

$2\frac{1}{8}$; $2^1$

$ax + b \geq$ $a > 0$;

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{\sqrt{17}}$; $\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$;

$\sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

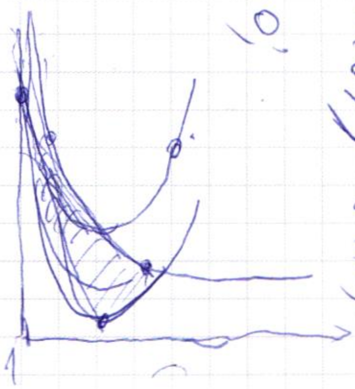
$2\sin\alpha\cos\alpha + \underset{\cos 2\alpha}{}\sin 2\beta(1-2\sin^2\alpha)) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$; $|\cos^2\alpha$;

$\frac{2\sin\alpha}{\cos\alpha} + \sin 2\beta\left(\frac{1}{\cos^2\alpha} - 2\operatorname{tg}^2\alpha\right) = -\frac{1}{\sqrt{17}\cos^2\alpha}$;

$2\operatorname{tg}\alpha + \underset{\cos 2\beta}{\sin 2\beta}(\operatorname{tg}^2\alpha + 1 - 2\operatorname{tg}^2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}(1+\operatorname{tg}^2\alpha)$

$f(a\,b) = f(a) + f(b)$; $f(x)$;

$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 0$;



$8 \times 9 = 72$;

$34 \cdot 3 = 102$;

$\sin(2\alpha+2\beta)$

$72 - 102 + 30 = 0$;

$2\sin 2\alpha \sin 2\beta +$

$x=3$; $1 + \frac{1}{4} = 0$

$2\alpha$ $\quad 2\alpha\ \pi$;

$\alpha = \pi$; $\quad \operatorname{tg}\pi = \frac{\sin\pi}{\cos\pi} = 0$;

$8\operatorname{tg}\alpha = 2$;

$4x-3$ $\quad \frac{17}{8}$;

$x=3$;

$0$ $\quad x = 1$;

$8$

$8 = 34 + 30 = 4$;

$\frac{4x-3}{2x-2}$ $\quad 8x^2 - 22x \pm 22x + 30 = 4x(4x-$

$4x-3$ $\quad \cancel{8x^2} - 32x(4x-3) - 28x + 30$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

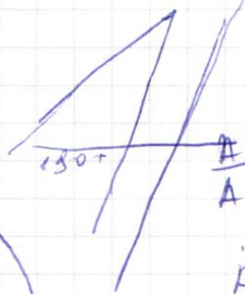
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

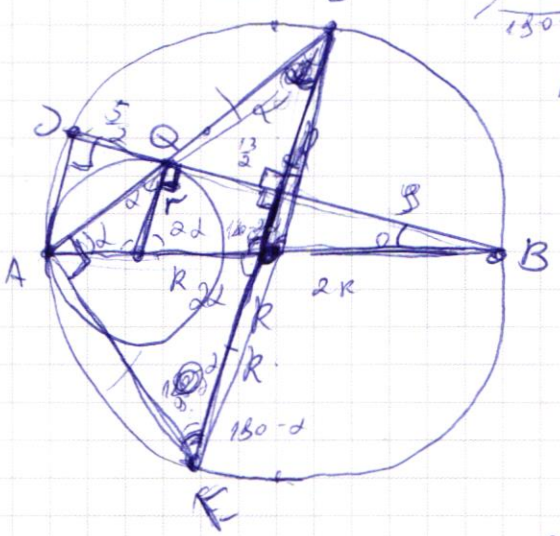
# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\frac{AD}{AE} = \frac{r}{R}$;

$AE = AD\,\frac{R}{r}$;

$DE = AE - AD = AD\left(\frac{R}{r} - 1\right)$;




$AD^2\left(\frac{R}{r} - 1\right) = \frac{5}{2}\cdot\frac{13}{2}$.

$\cos 2\alpha = \frac{r}{2R - r}$;

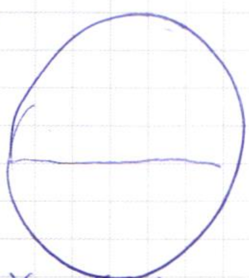
$AD^2 = 2r^2 + 2r^2\cos 2\alpha = 2r^2\left(1 + \frac{r}{2R - r}\right) = \frac{4r^2 R}{2R - r}$;

$\frac{4rR}{2R - r}\cdot(R - r) = \frac{65}{4}$;

$4rR\,\frac{R - r}{2R - r} = \frac{65}{4}$;

$\alpha$

$2\alpha = 90$; $\alpha = 45^\circ$



$\frac{13}{2r} = \frac{9}{x}$; $x = \frac{18}{13}r$;

$x^2 + 9^2 = 4R^2$;

$\left(\frac{18}{13}\right)^2 +$

$(2R - r)^2 + 9^2 = 5^2$;

$r^2 = (2R - r)^2$;

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{4x-3}{2x-2} = 1$. в $a+b \geq 4$;

$x = 3$;

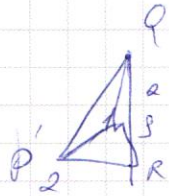
$f(ab) = f(a) + f(b)$

$2 + \frac{1}{2x-2}$;

$2\frac{1}{4} \geq 3a+b$;

$3a+b \geq 0$;

$2 + \frac{1}{\frac{1}{4}}$;



$a+b \geq 4$;

$2\frac{1}{4} \geq 3a+b \geq 0$; $3a \geq -b$; $b \geq -3a$;

$b \leq 2\frac{1}{4} - 3a$; $b \in$

$b \geq 4-a$;

$b \geq 3a$; $3a \geq 4-a$; $4a \geq 4$; $a \geq 1$;

$-a \leq -1$;

$-3a \leq -3$;

$b \geq -3 \cdot 1 - 4$; $a \geq 1$;

$b = 3$; $b \geq -3$;

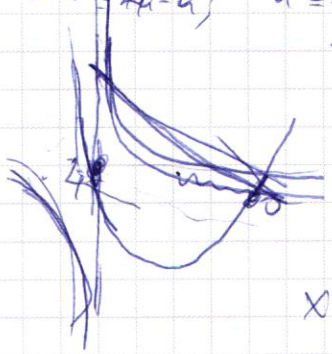
$b \geq -3$; $b \geq -3$;

$b \geq -3$;

$b \leq 2\frac{1}{4} - 3 = -1\frac{1}{4}$;

$3a < 4a - a$; $a \leq 1$; $-a \geq -1$;

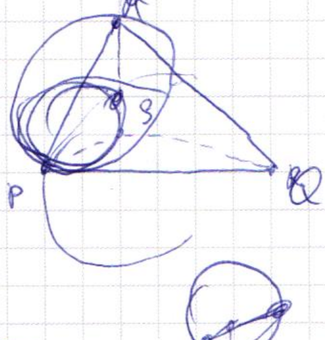
$-3a \geq -4$;

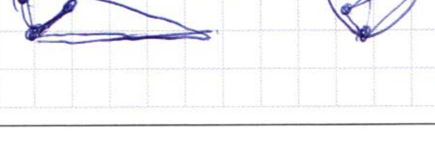


при $x \geq 1$;

$x \in ($;

$x \in (-\infty; 1)$;





☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$\frac{145}{10} \Big| \frac{5}{29}$

$\sqrt{x(3y-2)-(3y-2)}=\sqrt{(x-1)(3y-2)}$; $x>1$; $y>\frac{2}{3}$;

$9y^2-12yx+4x^2=3xy-2x-3y+2$;

$3(x^2-2x+1)+3y^2-6y+3+2y-6=4$;

$3(x-1)^2+3(y-1)^2+\cancel{2y-3}\ \cancel{-4}$;

$25b^2-4\cdot4b2$

$3y-2-2x+2$

$(3y-2)-2(x-1)=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$

$1{,}5y=2$ $\quad \frac{2}{1{,}5}=\frac{4}{3}$

$3x(x-1)+3x-3+y(3y-2)+2y-\frac{4}{3}=0$

$(x-1)(3x-3)$

$3(x-1)^2$ ; $\frac{(3y-2)^2}{3}=\frac{9y^2-12y+4}{3}$; $\times\frac{36}{9}$ $\quad (40-4)9=$ $=360-36$

$3(x-1)^2$

$\times\frac{16}{9}$ $\quad 160(10-1)=$ $=160-16$

$a-2b=\sqrt{ab}$

$9a^2+6ab+b^2-6ab=16$; $\quad 9a^2+b^2=16$;

$(3a+b)^2-6ab$;

$a-2b=$

$2a^2-ab+b^2=5$

$D=b^2-4\cdot2\cdot(b^2-5)=$
$=b^2-8b^2+40=40-7b^2$

$a=1$; $b=4$;

$1-8=\sqrt{4}=2$;

$a^2=\frac{16}{9}$; $\quad b^2=9$;

$7+\frac{4}{3}=25$

$9a+b$ $\quad 2a^2-ab+b^2=5$;

$9a^2+b^2=25$;

$a=\frac{4}{3}$; $\quad b=3$

$9a^2+6ab+b^2-6ab=$

$\frac{4}{3}-b$;

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

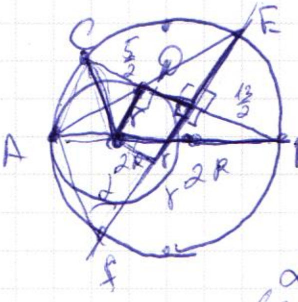
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»**

ШИФР

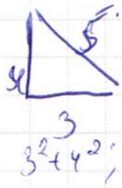
(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА




$(2R-r)^2+r^2=\frac{13^2}{2^2}$

$4R^2-4Rr=\frac{169}{4}$




$3^2+4^2$

$\alpha^{\log_4 3}+\alpha\geq\alpha^{\log_4 \frac{5}{4}}$

$4^{\log_4 3 \log_4 \alpha}+\alpha\geq\alpha^{\log_4 5}$

$3^x+4^x\geq\sqrt{3^x\cdot4^x}=$
$=3^{\frac{x}{2}}\cdot4^{\frac{x}{2}}$

$3^{\log_4\alpha}+\alpha\geq\alpha^{\log_4 5}$

$3^{\log_4\alpha}=\alpha^{\log_4 3}$

$3^{\log_4\alpha}\geq\alpha(\alpha^{\log_4\frac{5}{4}}-1)$

$3^{\log_4\alpha}+4^{\log_4\alpha}=5^{\log_4\alpha}$

$3^x+2\cdot3^{\frac{x}{2}}\cdot4^{\frac{x}{2}}+4^x-2\cdot3^{\frac{x}{2}}$

$3^{\log_4\alpha}$ $\left(4\cdot\frac{3}{4}\right)^{\log_4\alpha}$

$3^x+4^x\geq5^x$

$x=2$

$\cancel{3^{\log_4 x+\log_4(x+6)}+x(x+6)\geq(x^2+6x}$

$3^{\log_4\alpha}$ $3^{\frac{\log_3\alpha}{\log_3 4}}$

$\log_a b=\frac{\log_b b}{\log_b a}=\frac{1}{\log_b a}$

$3^x+3^x+4x^x$ $x>0$

$x=2,\ x=3$

$x=4$

$\alpha^{\log_4 3}+\alpha\geq\alpha^{\log_4 5}$

$3+4\geq5$

$x=2$

$\alpha^{\log_4 3}+\alpha^{\log_4 4}\geq\alpha^{\log_4 5}$

$\alpha^{\log_a b_1}-\alpha^{\log_a b_2}$

$\alpha^{\log_4(4-1)}+\alpha^{\log_4 4}\geq\alpha^{\log_4(4+1)}$

$x=2$

$\alpha^{\log_4(4-1)}+\alpha^{\log_4 4}\geq\alpha^{\log_4 5}-\alpha^{\log_4 3}$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

$\frac{5}{4}$

$\alpha^{\log_4 4}\geq\alpha^{\log_4 2}$

$\alpha^{\log_4\frac{5+3}{2}}\geq\alpha^{\log_4 3}\left(\alpha^{\log_4\frac{5}{3}}-1\right)$

$3^x\ln3+4^x\ln4=5^{-x}\ln5$

$\alpha\geq\alpha^{\log_4 2}\left(\alpha^{\log_4\frac{5}{2}}-\alpha^{\log_4\frac{3}{2}}\right)$

$27+64\geq125$

$3^x+4$ $5^x$

$\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x\geq1$

$\left(\frac{3+5}{2}\right)^x$

$5^x\ln5$

$x=10$

$\frac{3^{10}+4^{10}}{5^{10}}\geq10$

$3^x+\frac{3^x+4^x}{2}$

$3^x\ln3+4^x\ln4<5^{-x}\ln5$

$x=-\frac{1}{3}$

$x=1$

$3^x\log_5 3+4^x\log_5 4<5^{-x}$

$3+4\geq5$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$169 \times 169$

$(170-1)^2 = 28900 - 340 + 1 = 28561.$

$\cancel{170}\ 100$

$17$

$\dfrac{2R\Omega}{2R\Omega - R\Omega} = \dfrac{18}{13}$

$25^2 = 625$

$26 R\Omega = 36 R\Omega -$

$676 \times 4$

$2704$

$6760 - 676 = 6084$

☑ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)



(Нумеровать только чистовики)

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)