МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2}, \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geqslant \left|x^2 + 18x\right|^{\log_{12} 13} - 18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = 8$, $BD = 17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 24$, $1 \leqslant y \leqslant 24$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x + 11}{4x + 3} \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 - 30x - 17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB = 1$, $BD = 2$, $CD = 3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №3.

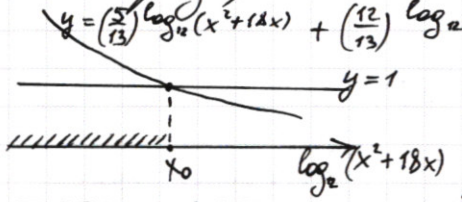
$$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geqslant |x^2+18x|^{\log_{12}13} - 18x \iff \begin{cases} 5^{\log_{12}(x^2+18x)} \geqslant 13^{\log_{12}(x^2+18x)} - (x^2+18x) \\ x^2+18x>0 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x^2+18x>0 \\ 5^{\log_{12}(x^2+18x)} + 12^{\log_{12}(x^2+18x)} \geqslant 13^{\log_{12}(x^2+18x)} \end{cases} \Big| : 13^{\log_{12}(x^2+18x)} > 0$$

$$\iff \begin{cases} x^2+18x>0 \quad (2) \\ \left(\frac{5}{13}\right)^{\log_{12}(x^2+18x)} + \left(\frac{12}{13}\right)^{\log_{12}(x^2+18x)} \geqslant 1 \quad (1) \end{cases}$$

Р/м нер-во (2): $x^2+18x>0 \iff x(x+18)>0 \iff x\in(-\infty;-18)\cup(0;+\infty)$

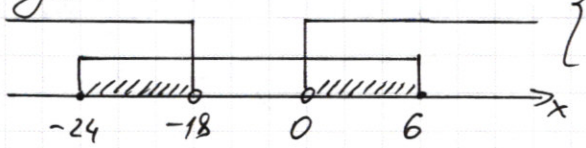
Р/м нер-во (1): $\left(\frac{5}{13}\right)^{\log_{12}(x^2+18x)}$ монотонно убывает на своей обл. опред., $\left(\frac{12}{13}\right)^{\log_{12}(x^2+18x)}$ монотонно убывает на своей обл. опред., 1 – постоянная $\Rightarrow$ эскиз графика нер-ва:



$\Rightarrow \log_{12}(x^2+18x) \leqslant x_0$. Пусть $\log_{12}(x^2+18x)=t$, тогда методом подбора при $t=2$: $\left(\frac{5}{13}\right)^2+\left(\frac{12}{13}\right)^2=1$ – верно

$$\Rightarrow \log_{12}(x_*^2+18x_*) \leqslant 2 \iff \begin{cases} x_*^2+18x_* \leqslant 144 \\ x_*^2+18x_*>0 \end{cases} \iff \begin{cases} (x+24)(x-6)\leqslant 0 \\ x(x+18)>0 \end{cases}$$

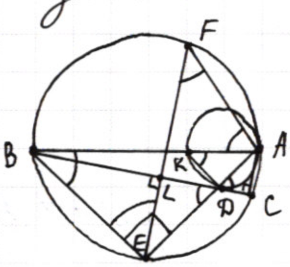
$\iff$



$\Rightarrow x\in[-24;-18)\cup(0;6]$

Ответ: $x\in[-24;-18)\cup(0;6]$

Задание №4.



Дано: $\Omega(O;R)$, $\omega(O_1;r)$, $\Omega\cap\omega=A$, AB – диаметр Ω, $BC\cap\omega=D$, $AD\cap\Omega=E$, $FE\perp BC$, $F\in\Omega$, $CD=8$, $BD=17$, $BC\cap EF=L$

Найти: r, R, $\angle AFE$, S_{AFE}

Решение: 1) $AB \cap \omega = K$, проведём DK

2) $\angle AFE = \angle EBA$ (впис. угл., опир. на AE)

3) AK - диаметр ω, т.к. $K \in AB$, AB - диаметр Ω, A - точка касания

4) $\angle BEA = 90°$ (опир. на AB), $\angle KDA = 90°$ (опир. на AK)

5) Р/м $\triangle BEA$ и $\triangle KDA$: $\angle BEA = \angle KDA$, $\angle BAE$ - общий $\Rightarrow \triangle BEA \sim \triangle KDA$ (по 2 углам) $\Rightarrow \angle DKA = \angle EBA$

6) $\angle BCA = 90°$ (опир. на AB)

7) $\angle ADC = \angle AKD$ (по теореме об угле между касат. и хордой) $= \angle BDE$ (вертик.)

8) В $\triangle BED$: $\angle EBD = 90° - \angle BDE$, в $\triangle BLE$: $\angle BEL = 90° - \angle EBD \Rightarrow \angle BEL = \angle BDE = \angle BAF$ (опир. на BF)

9) $\angle DKA + \angle KAD = 90°$, $\angle DKA = \angle BAF \Rightarrow \angle EAF = 90° \Rightarrow EF$ - диаметр $\Rightarrow$
$\Rightarrow EF \cap BA = O \Rightarrow OB = OE = OF = OA = R$

10) $OB = OE = OF = OA$, $\angle BEA = 90°$, $\angle EAF = 90° \Rightarrow EBFA$ - прямоуг. $\cancel{\Rightarrow}$ $\cancel{\Rightarrow}$

11) $\angle LED = 90° - \angle EDB$, $\angle KAD = 90° - \angle EDB \Rightarrow \angle LED = \angle KAD \Rightarrow \angle BAC = 2\angle KAD$

12) $\dfrac{DC}{AC} = tg\angle DAC$, $\dfrac{BC}{AC} = tg\, 2\angle DAC \Rightarrow \dfrac{8}{tg\angle DAC} = \dfrac{25(1 - tg^2\angle DAC)}{2tg\angle DAC}$
$\Rightarrow tg\angle DAC = \dfrac{3}{5} \Rightarrow AC = \dfrac{40}{3}$, $AB = \dfrac{85}{3}$, $AD = \dfrac{8\sqrt{34}}{3}$, $R = \dfrac{85}{6}$

13) Р/м $\triangle KDA$ и $\triangle DCA$: $\angle DKA = \angle CDA$, $\angle KAD = \angle DAC \Rightarrow \triangle KDA \sim \triangle DCA$ (по 2 углам) $\Rightarrow \dfrac{AK}{AD} = \dfrac{AD}{AC} \Rightarrow AK = \dfrac{272}{15}$, $r = \dfrac{136}{15}$.

14) $\angle AFE = \frac{\pi}{2} - \angle DAC$, $tg\angle DAC = \dfrac{3}{5} \Rightarrow \angle AFE = \frac{\pi}{2} - arctg\, 0,6$

15) $tg\angle AEF = \dfrac{3}{5} \Rightarrow \cos\angle AEF = \dfrac{5}{\sqrt{34}}$, $\sin\angle AEF = \dfrac{3}{\sqrt{34}} \Rightarrow AE = \dfrac{5\cdot 85}{3\sqrt{34}}$

16) $S_{AFE} = \frac{1}{2}\cdot\frac{85}{3}\cdot\frac{5\cdot 85}{3\sqrt{34}}\cdot\frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{36125}{204}$

Ответ: $\dfrac{136}{15}$, $\dfrac{85}{6}$, $\dfrac{\pi}{2} - arctg\, 0,6$, $\dfrac{36125}{204}$

Задание №6.

Пусть $f(x) = \dfrac{12x+11}{4x+3}$, $g(x) = -8x^2 - 30x - 17$.

$f(-\frac{11}{4}) = 2,75$, $g(-\frac{11}{4}) = 5$, $g(-\frac{3}{4}) = 1$. Подходят прямые, проходящие через $(-\frac{11}{4}; \cancel{2,75}\ 5)$, $(-\frac{3}{4}; 1) \Rightarrow$

$\Rightarrow y_к = -2x - 0,5$. Эта прямая касается $f(x)$, поэтому решение единств.: $g'(x) = 0,5\left(\dfrac{-1}{(x+0,75)^2}\right) = -2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+0,75)^2 = \frac{1}{4} \\ x < -\frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{4} \in y_к \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ: $(-2; -0,5)$

Задание №5.

1) $f(ab) = f(a) + f(b) \Rightarrow f(a) = f(ab) - f(b) \Rightarrow f(\frac{1}{y}) = f(k) - f(ky)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $f(1)=0$, $f(2)=0$, $f(3)=0$, $f(4)=f(2)+f(2)=0$, $f(5)=1$, $f(6)=f(2)+f(3)=0$, $f(7)=0$, $f(8)=0$, $f(9)=0$, $f(10)=1$, $f(11)=2$, $f(12)=0$, $f(13)=3$, $f(14)=1$, $f(15)=1$, $f(16)=0$, $f(17)=4$, $f(18)=0$, $f(19)=4$, $f(20)=1$, $f(21)=1$, $f(22)=2$, $f(23)=5$, $f(24)=0$.

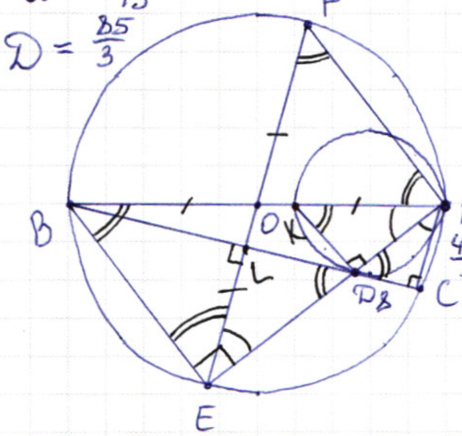
3) $f\left(\frac{x}{y}\right)<0$, когда $f(kx)-f(ky)<0 \Rightarrow f$ от пар (1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 16, 18, 24; 5, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 23) подходят, от пар (5, 10, 14, 15, 20, 21; 11, 13, 17, 19, 22, 23) подходят, (11, 22; 13, 17, 19, 23) подходят, $\Rightarrow 198$.
(17; 23)

Ответ: 198.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$d = \frac{272}{15}$

$D = \frac{85}{3}$



$\frac{DC}{AC} = tg\alpha$

$\frac{BC}{AC} = tg 2\alpha$

$tg\alpha \cdot AC =$

$tg 2\alpha = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)} = \frac{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta} = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha\, tg\beta} = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$

$\boxed{\alpha = arctg\, 0{,}6}$

$\frac{16}{2tg\alpha} = \frac{25(1-tg^2\alpha)}{2tg\alpha}$

$16 = 25(1-tg^2\alpha)$

$1 - tg^2\alpha = \frac{16}{25}$

$tg^2\alpha = \frac{9}{25}$

$tg\alpha = \frac{3}{5}$

$\frac{8}{AC} = \frac{3}{5}$

$AC = \frac{8\cdot 5}{3} = \frac{40}{3}$

$\sqrt{\frac{1600}{9} + \frac{576}{9}} = \sqrt{\frac{2176}{9}} = \frac{8\sqrt{34}}{3}$

$2176 = 4\cdot 544 = 16 \cdot 136 = 16\cdot 2\cdot 68 = 16\cdot 4\cdot 34$

$64 \cdot 34$: 256, 192, 2176

$\frac{3x}{8\sqrt{34}} = \frac{8\sqrt{34}\cdot 8}{3\cdot 40_5} \Rightarrow \frac{3x}{8\sqrt{34}} = \frac{\sqrt{34}}{5} \Rightarrow x = \frac{8\cdot 34}{15}$

$\sqrt{\frac{625\cdot 9}{9} + \frac{1600}{9}} = \frac{85}{3}$

$\sqrt{34}$, 3, α

$S = \frac{1}{2}\cdot\frac{85}{3}\cdot\frac{5\cdot 85}{3\sqrt{34}}\cdot\frac{8}{\sqrt{34}} = \frac{36125}{3\cdot 34} = \boxed{\frac{36125}{612}}$

$625 \times 9 = 5625$; $5625 + 1600 = 7225$

85×85: 425, 680, 7225

$\frac{3AE}{85} = \frac{5}{\sqrt{34}}$

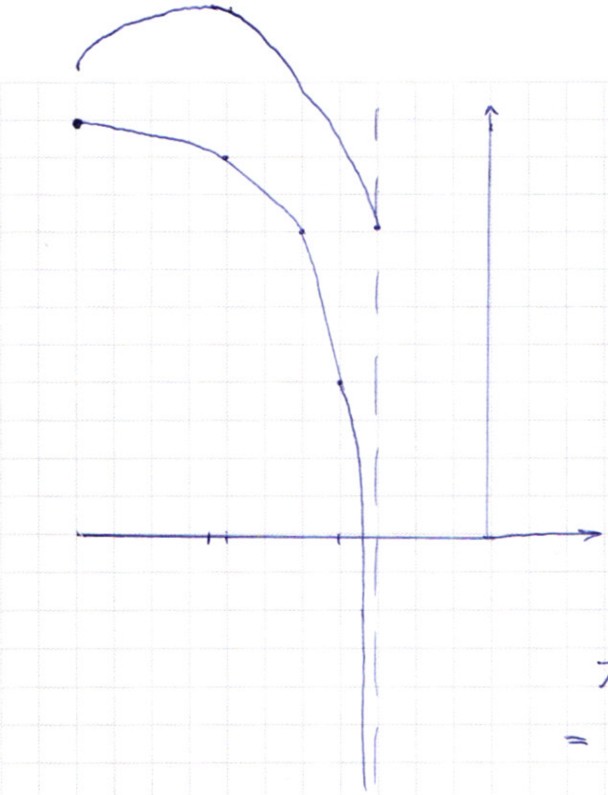
$AE = \frac{5\cdot 85}{3\sqrt{34}}$

$7225 \times 5 = 36125$

35×35: 175, 105, 25

18×34: 72, 54, 612

204



$-8x^2-30x-17, \quad \left(-\frac{15}{8};\right.$

$\frac{30}{-16} = -\frac{15}{8}$

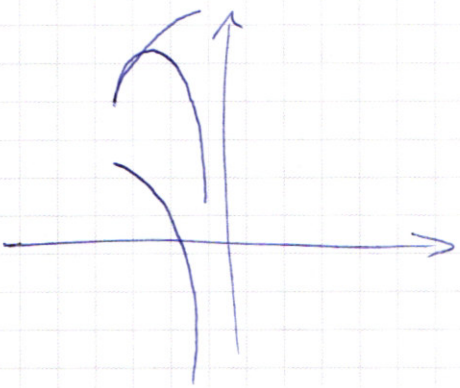
$-8\cdot\frac{225}{64}+\frac{450}{8}-17=$

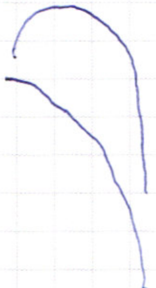
$\frac{225}{8}-\frac{136}{8}=\frac{89}{8}=11,\frac{1}{8}$

$f\left(-\frac{11}{4}\right) = -\cancel{8}\cdot\frac{121}{\cancel{16}}+\frac{\cancel{330}\,165}{2}-17=$

$=\frac{165-121}{2}-\frac{34}{2}=5$

$f\left(-\frac{3}{4}\right)=-\cancel{8}\cdot\frac{9}{\cancel{16}}+\frac{\cancel{90}\,45}{\cancel{32}}-17=1$



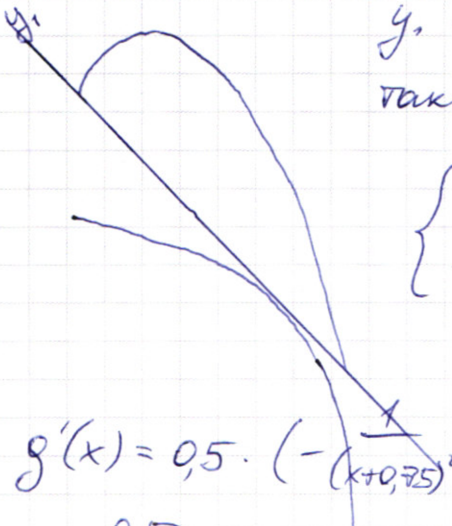


графики

Подходят прямые $b\in$[кас. с гип.; y_1]

y_1 проходит через $\left(-\frac{11}{4}; 5\right)$ и $\left(-\frac{3}{4}; 1\right)$,

также изменяя угол до касания с гип.



$\begin{cases} a=-2 \\ b\in\left[-\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right] \end{cases}$

$\begin{cases} 5=-\frac{11}{4}k+b \\ 1=-\frac{3}{4}k+b \end{cases}$

$4=-2k$

$\begin{cases} k=-2 \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$

$g'(x)=0,5\cdot\left(-\frac{1}{(x+0,75)^2}\right)$

$-\frac{0,5}{(x+0,75)^2}=-2$

$(x+0,75)^2=\frac{1}{4}$

$x+\frac{3}{4}=\pm\frac{1}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x=-\frac{5}{4} \\ x=-\frac{1}{4} \end{array}\right.$

$2=\frac{5}{2}+b$

$\boxed{(-2; -0,5)}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(\frac{1}{2}) = f(2) - f(4) = = 0$

$f(ab) = f(a) + f(b)$, $f(p) = [\frac{p}{4}]$, где p - простое

$f(\frac{a}{b}) = f(a) - f(1) < 0 \Leftrightarrow \boxed{f(a) < f(1)}$

$f(1) = [0{,}25] = 0$

$f(t) = f(\frac{t}{b}) + f(\frac{t}{a})$

$f(a) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \text{ - составное число} \\ f(ab) - f(b) < 0 \Leftrightarrow f(ab) < f(b) \end{cases}$

$\frac{a}{b} > 0$ $a = 1$, то $f(b) = f(1) + f(b)$ $a = 2$, то $f(2b) = = f(2) + f(b) = = f(b)$

$f(\frac{1}{b}) = 0 +$

$f(\frac{2}{b}) = f(\frac{4}{b}) < 0$ $[\frac{4}{b}] < 0$

$f(1) = 0$, $f(2) = 0$, $f(3) = 0$, $f(4) = 0$, $f(5) = 1$, $f(6) = 0$, $f(7) = 1$, $f(8) = 0$, $f(9) = 0$, $f(10) = 1$, $f(11) = 2$, $f(12) = 0$, $f(13) = 3$, $f(14) = 1$

$f(a) = f(ab) - f(b)$

$f(\frac{a}{b}) = f(a) - f(b) \Leftrightarrow f(a) = \frac{f(ab) + f(\frac{a}{b})}{2}$

$f(15) = 1$, $f(16) = 0$, $f(17) = 4$, $f(18) = 0$, $f(19) = 4$, $f(20) = 1$

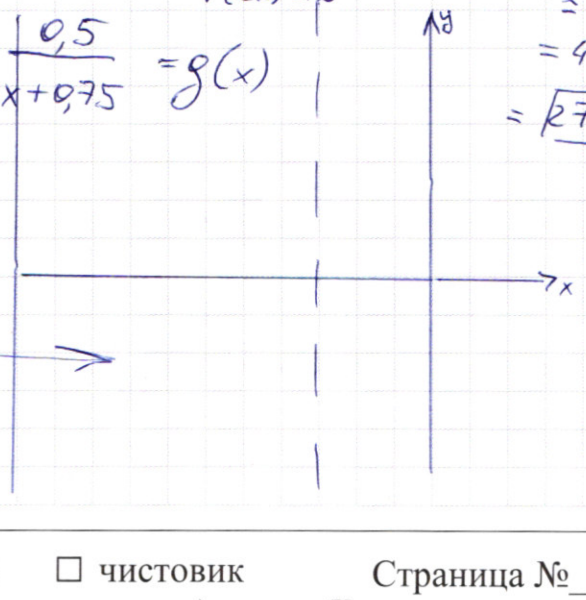
$f(\frac{a}{b}) =$ $f(a) + \int$ $f(a) < f(b)$ $[-2{,}75; -0{,}75)$

$(1;2), (1;3), (1 \dots; 24)$
$(2;3), \dots (2, 24)$

$f(21) = 1$, $f(22) = 2$, $f(23) = 5$, $f(24) = 0$

$\frac{1+23}{2} \cdot 23 = 12 \cdot 23 = 46 \cdot 6 = \boxed{276}$

$\frac{12x+11}{4x+3} = 3 + \frac{2}{4x+3} = 3 + \frac{0{,}5}{x+0{,}75} = g(x)$



№1.
№2.
№3. $[-24; -18) \cup (0; 6]$
№4. $\frac{36}{25}$ $\frac{125}{612}$
№5. 198
№6. $(-2; -0{,}5)$
№7.

$$\begin{cases} y \le \frac{x}{2} \\ (x-2)^2+(3y-3)^2=5^2 \\ x^2-5xy+4y^2+x+2y+2=0 \\ x^2-4xy+y^2=x(y-1)-2(y-1) \end{cases}$$

$(y-1)\cdot(x-2)$

$\Longleftrightarrow \begin{cases} x^2-4xy+y^2=xy-x-2y+2 \\ x-2y \ge 0 \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases} \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow\ 12-9y^2+4x+18y-4xy+y^2=xy-x-2y+2$

$8y^2+5xy-5x-20y-10=0$

$y(8y+5x)-5(x+4y)=10$

$2\alpha=a,\ 2\beta=b$

$$\begin{cases} 2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)=-\frac{1}{\sqrt5} \\ 2\sin(\alpha+2\beta)\cos(\alpha+2\beta)+ \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \sin(a+b)=-\frac{1}{\sqrt5} \\ \sin(a+2b)+\sin a=-\frac{4}{5} \end{cases} \Longleftrightarrow$$

$-\frac{1}{\sqrt5}\cos\beta+\left(\pm\frac{2}{\sqrt5}\right)\sin\beta+$

$+\sin a=-\frac{4}{5}$

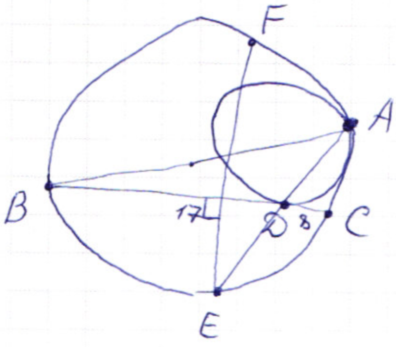
$I.\quad \cos(a+b)<0:\quad \frac{1}{\sqrt5}\cos\beta+\frac{2}{\sqrt5}\sin\beta-\sin a=\frac{4}{5}$

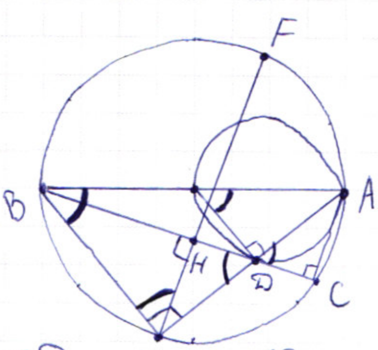
$$\begin{cases} \sin(a+b)=-\frac{1}{\sqrt5} \\ \sin(a+2b)+\sin a=-\frac{4}{5} \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \sin(a+b)=-\frac{1}{\sqrt5},\ \cos(a+b)=-\frac{2}{\sqrt5} \\ -\frac{1}{\sqrt5}\cos\beta+\left(-\frac{2}{\sqrt5}\right)\sin\beta+\sin a=-\frac{4}{5} \end{cases}$$

$\Longleftrightarrow \left\{ \frac{2}{\sqrt5}\left(\sin\beta-\frac{2}{\sqrt5}\right)=\sin a-\frac{1}{\sqrt5}\cos\beta \right.$

для $x=1$: пар 13 для 4:13
для $x=2$: пар 13 для 5:6
для $x=3$: пар 13 для 6:13

$BA\cdot B?=289$





$$\begin{cases} \frac{AD}{DE}=\frac{BD}{DC} \\ BD\cdot DC=AD\cdot ED \end{cases}$$

$\frac{ED}{DC^2}=\frac{1}{DE}$

$\frac{AD}{DC}=\frac{BD}{DE}\qquad \frac{AD}{DE}=\frac{DC\cdot BD}{DE^2}\qquad \frac{AD}{DE}=\frac{136}{DE^2}\qquad f(k)<f(kx)$

$f\left(\frac{1}{x}\right)=f(x)-f(2x)\qquad f\left(\frac{1}{x}\right)=f(k)-f(kx)<0$

$\boxed{198}$

$13\cdot11+6\cdot7+4\cdot2+3+1\cdot2=143+42+\cancel{8}\,\overset{11}{}+5$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13} - 18x$ $\qquad x^2+18x =: t \geq -81$

$81-162 \qquad t>0$

$5^{\log_{12}t} + t \geq |t|^{\log_{12}13}$

$a = \log_{12}t$

$5^{\log_{12}t} + t \geq t^{\log_{12}13}$

$t^{\log_t 5 \cdot \log_{12}t} + t \geq t^{\log_{12}13} \Leftrightarrow t^{\log_{12}5} + t \geq t^{\log_{12}13} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t^{\log_{12}5}\left(1 + \frac{t}{t^{\log_{12}5}} - t^{\log_{12}13-\log_{12}5}\right) \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{t^{\log_{12}5}}_{>0}\left(1+t^{1-\log_{12}5} -\right.$

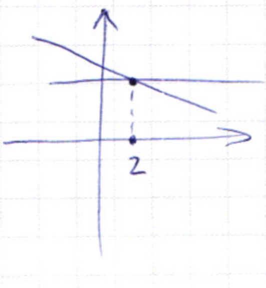
$\left.- t^{\log_{12}2{,}6}\right) \geq 0 \Leftrightarrow 1 + t^{\log_{12}2{,}4} - t^{\log_{12}2{,}6} \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t^{\log_{12}2{,}6}\left(1 - t^{\log_{12}2{,}4-\log_{12}2{,}6}\right) \leq 1 \Leftrightarrow t^{\log_{12}2{,}6}\left(1-t^{\log_{12}\frac{12}{13}}\right)$

$\leq 1 \Leftrightarrow t^{\log_{12}2{,}6}\left(1-t^{1-\log_{12}13}\right)$

$t^{\log_{12}5} + t \geq t^{\log_{12}13} \Leftrightarrow 5^{\log_{12}t} + 12^{\log_{12}t} \geq 13^{\log_{12}t} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{13}\right)^{\log_{12}t} + \left(\frac{12}{13}\right)^{\log_{12}t} \geq 1 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{13}\right)^a + \left(\frac{12}{13}\right)^a \geq 1$

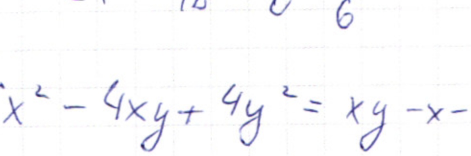


$a \leq 2 \Leftrightarrow \log_{12}t \leq \log_{12}144 \Leftrightarrow 0<t\leq 144$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+18x>0 \\ x^2+18x-144\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-18)\cup(0;+\infty) \\ x\in[-24;6] \end{cases}$

$-9\pm\sqrt{81+144} = -9\pm\sqrt{225} \to \left[\begin{array}{l} 6 \\ -24 \end{array}\right.$

-9 ± 15



$\boxed{x\in[-24;-18)\cup(0;6]}$

$\begin{cases} x^2-4xy+4y^2 = xy-x-2y+2 \\ x-2y\geq 0 \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y\leq \frac{x}{2} \\ (x^2-4x+4)+(9y^2-18y+9)=5^2 \\ x^2-5xy+4y^2+x+2y+2=0 \end{cases}$