## МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы $\alpha$ и $\beta$ удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

√ 2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6},\\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

√ 3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x \geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности $\Omega$ и $\omega$ касаются в точке $A$ внутренним образом. Отрезок $AB$ – диаметр большей окружности $\Omega$, а хорда $BC$ окружности $\Omega$ касается $\omega$ в точке $D$. Луч $AD$ повторно пересекает $\Omega$ в точке $E$. Прямая, проходящая через точку $E$ перпендикулярно $BC$, повторно пересекает $\Omega$ в точке $F$. Найдите радиусы окружностей, угол $AFE$ и площадь треугольника $AEF$, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция $f$ определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел $a$ и $b$ из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа $p$ ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее $x$). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

√ 6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех $x$ на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина $Y$ которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра $TY$. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра $XZ$. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$ ; $xy-6x-y+6\geq 0$, т.к. находится под корнем

$x(y-6)+(6-y)\geq 0$

$(x-1)(y-6)\geq 0$

$9x^2+y^2-18x-12y=45 \Rightarrow (3x-3)^2-9+(y-6)^2-36=45 \Rightarrow 9(x-1)^2+(y-6)^2=90$

Пусть $a=x-1$, $b=y-6$, тогда $ab\geq 0$

$\begin{cases} (b+6)-6(a+1)=\sqrt{ab} \\ 9a^2+b^2=90 \end{cases}$ ; $\begin{cases} b-6a=\sqrt{ab} \\ 9a^2+b^2=90 \end{cases}$ $b-6a\geq 0$, ~~т.к.~~ чтобы выполнялось равенство $b-6a=\sqrt{ab}$

$(b-6a)=\sqrt{ab} \overset{\wedge 2}{\Rightarrow} (b-6a)^2=ab \Rightarrow b^2-12ab+36a^2-ab=0$

$b^2-13ab+36a^2=0$

Будем решать квадратный трехчлен относительно $b$: $D=169a^2-36\cdot 4a^2=169a^2-144a^2=25a^2$

$b_{1,2}=\frac{13a\pm 5a}{2}=9a;4a$

$b^2-13ab+36a^2=(b-9a)(b-4a)=0$

Получается, что либо $b=9a$, либо $b=4a$

$b=4a$ : $9a^2+(4a)^2=90$, $9a^2+16a^2=90 \Rightarrow 25a^2=90 \Rightarrow a^2=\frac{90}{25}=\frac{18}{5}$; $a=\pm 3\sqrt{\frac{2}{5}}$; $b=\pm 12\sqrt{\frac{2}{5}}$

Теперь проверим эти значения $ab$ точно не отрицательно ~~положительное~~, т.к. $ab=4a^2$

- $b-6a=12\sqrt{\frac{2}{5}}-6\cdot 3\sqrt{\frac{2}{5}}=-6\sqrt{\frac{2}{5}}<0$, не подходит
- $b-6a=-12\sqrt{\frac{2}{5}}+6\cdot 3\sqrt{\frac{2}{5}}=6\sqrt{\frac{2}{5}}>0$, подходит

$b=9a$ : $9a^2+(9a)^2=90$; $9a^2+81a^2=90a^2=90 \Rightarrow a=\pm 1$; $b=\pm 9$.

Проверим значения: $ab$ ~~больше~~ не меньше нуля, т.к. $ab=9a^2\geq 0$

- $b-2a=1-54=-53<0$, не подходит
- $b-2a=-1+54=53>0$, подходит

Итого две пары $\{a;b\}$ : $\{-3\sqrt{\frac{2}{5}};-12\sqrt{\frac{2}{5}}\}$, $\{-1;-9\}$

Значит пары $(x;y)$ : $(-3\sqrt{\frac{2}{5}}+1;-12\sqrt{\frac{2}{5}}+6)$, $(0;-3)$

Ответ: $(-3\sqrt{\frac{2}{5}}+1;-12\sqrt{\frac{2}{5}}+6)$, $(0;-3)$

Задача 3

$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$ ; $26x-x^2>0 \Rightarrow |x^2-26x|=26x-x^2$

$26-x^2>0: x(26-x)>0 \Rightarrow x\in(0;26)$

$- \; 0 \; + \; 26 \; -$

$t=26x-x^2 \Rightarrow t^{\log_5 12}+t-13^{\log_5 t} \geq 0$

$13^{\log_5 t}=t^{\log_5 13}$ ; $t\in(0;\cancel{169}\,13^2]$

$-t^{\log_5 12}+t^{\log_5 13} \leq t$

$\cancel{t^{\log_5 12}(t^{\log_5 13-\log_5 12}-1)\leq t}$

~~Заметим, что $t^{\log_5 13}-t^{\log_5 12}$ — монотонно возрастающ. функция, как и $t$~~

~~$f(t)=t^{\log_5 13}-t^{\log_5 12}$ ;~~

$f(t)=t^{\log_5 13}-t^{\log_5 12}-t\leq 0$ ; Заметим, что $f(t)$ точно ~~много~~ монотонно убывает

~~$x^{\log_5 12}$~~ ~~на~~ на отрезке ~~интервале $[1;+\infty)$~~ $[1;169]$ ; $f(1)=1-1-1\leq 0$

А если $t\in(0;1] \Rightarrow t^{\log_5 13}<t^{\log_5 12} \Rightarrow f(t)\leq 0$

А значит вся область определения $t$ подходит $\Rightarrow$

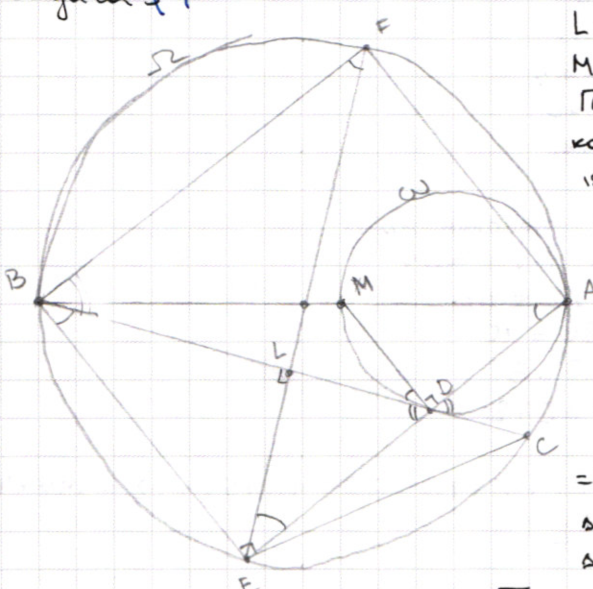
$\Rightarrow x\in(0;26)$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 2

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 4




L – пересечение BC и FE

M – пересечение ω и AB

Пусть $\alpha = \angle BAE \Rightarrow \angle MDB = \alpha$, т.к. DB – касательная к ω. $\Rightarrow \angle ADC = 180 - \angle MDA - \angle MDB = 180 - 90 - \alpha = 90 - \alpha$ ($\angle MDA = 90$, т.к. опирается на диаметр) $\Rightarrow \angle BDE = \angle ADC = 90 - \alpha \Rightarrow$ ~~∠LDE~~ $\angle LED = 180 - 90 - (90-\alpha) = \alpha$. $\Rightarrow \angle BEL = 90 - \alpha$ ($\angle BEC = 90°$, т.к. опирается на диаметр). $\Rightarrow \angle BAF = \angle BEF = 90 - \alpha$, т.к. эти углы оба опираются на одну хорду BF в Ω. $\Rightarrow \angle FAE = \alpha + 90 - \alpha = 90° \Rightarrow$ FE – диаметр ~~, а значит цент~~

Получается, что $\triangle FBE = \triangle FCE \Rightarrow BL = LC = \frac{12+13}{2} = \frac{25}{2} \Rightarrow LD = \frac{25}{2} - \frac{24}{2} = \frac{1}{2}$.

$\triangle DLE \sim \triangle DEB$ по трем углам $\Rightarrow \frac{DL}{DE} = \frac{DE}{DB}$

$\triangle BLE \sim \triangle BED$ по трем углам $\Rightarrow \frac{BL}{BE} = \frac{BE}{DB} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} BL \cdot DB = BE^2 \\ DL \cdot DB = DE^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{BL}{DL} = \frac{BE^2}{DE^2} = 25 \Rightarrow \frac{BE}{DE} = 5 \Rightarrow$

$BE = 5DE \Rightarrow DB^2 = BE^2 + DE^2 = 26 DE^2 \Rightarrow \frac{DE^2}{DB^2} = \frac{1}{26}$

$\sin^2\alpha = \frac{DE^2}{DB^2} = \frac{1}{26} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{26}}$

$\angle AFE = 90 - \alpha \Rightarrow \cos(\angle AFE) = \sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{26}}$

$\angle AFE = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{26}}\right)$

$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{26}} \Rightarrow BE = \cos\alpha \cdot BD = \frac{5}{\sqrt{26}} \cdot \frac{26}{2} = \frac{5\sqrt{26}}{2}$

$ED = \sin\alpha \cdot BD = \frac{1}{\sqrt{26}} \cdot \frac{26}{2} = \frac{\sqrt{26}}{2}$

$\triangle BED \sim \triangle AEB$ по трем углам $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{BE}{AE} = \frac{ED}{BE} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow AB = \frac{BD \cdot BE}{ED} =$

$= \frac{\frac{26}{2} \cdot \frac{5\sqrt{26}}{2}}{\frac{\sqrt{26}}{2}} = \frac{26 \cdot 5}{2} = AB$. AB – диаметр $\Rightarrow$

$\frac{13 \cdot 5}{2} = 13 \cdot 2{,}5 = \frac{65}{2} = 32{,}5$

$\Rightarrow$ радиус $\Omega = \frac{26 \cdot 5}{4} = \ldots$

~~$AE = \frac{BE^2}{ED} = \frac{26}{4} \cdot \frac{2}{5\sqrt{26}} = \frac{\sqrt{26}}{10}$~~ ~~$\frac{BE^2}{ED} = \frac{26 \cdot 25}{4} \cdot \frac{2}{\sqrt{26}} = \frac{\sqrt{26} \cdot 5}{2}$~~ $= \frac{\sqrt{26} \cdot 5}{2}$ $\frac{BE^2}{ED} = \frac{25 \cdot 26}{4} \cdot \frac{2}{\sqrt{26}} = \frac{25\sqrt{26}}{2}$

AF = BE, т.к. BA и EF – диаметры (получится, что AEFB – прямоугольник)

$AF = BE = \frac{\sqrt{26}}{2} \cdot 5$

$AE = \frac{\sqrt{26}}{2} \cdot 25 \Rightarrow S_{AEF} = AE \cdot AF \cdot \frac{1}{2}$, т.к. $\angle FAE = 90°$ (FE – диаметр)

$S_{AEF} = \frac{26}{20} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{20}$, $\frac{26 \cdot 125}{4} = \frac{13 \cdot 125}{2}$

$AD \cdot DE = CD \cdot BD$, т.к. это пересекающиеся хорды в Ω

$AD = \frac{CD \cdot BD}{DE} = \frac{12 \cdot 13}{\frac{\sqrt{26}}{2}} = \frac{2 \cdot 13 \cdot 12}{\sqrt{26}} = \sqrt{26} \cdot 12$

$AM \cdot \cos\alpha = AD \Rightarrow AM = \frac{AD}{\cos\alpha} = \sqrt{26} \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{26}}{5} = \frac{26 \cdot 12}{5}$; ~~$AM = 2 \cdot 26 \cdot 13 \cdot 12$~~ радиус $\omega = \frac{13 \cdot 12}{5}$

$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{13^2 - \frac{25 \cdot 26}{4}} = \sqrt{\frac{26^2 - 25 \cdot 26}{4}} = \sqrt{\frac{26}{4}} = \frac{\sqrt{26}}{2}$

~~$AD \cdot DE = CD \cdot BD$~~ $\triangle ABE \sim \triangle ADM$ по трем углам

~~$AD = \frac{CD \cdot BD}{DE} = \frac{12 \cdot 13 \cdot 2}{\sqrt{26}} = 12\sqrt{26}$~~ $\frac{AD}{AE} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow$

$\frac{AD}{BD} = \frac{DC}{DE} \Rightarrow AD = \frac{DC \cdot BD}{DE} = \frac{12 \cdot 13 \cdot 2}{\sqrt{26}} =$

$= 12\sqrt{26} \Rightarrow AB \cdot \frac{AD}{AE} = AM = \frac{13 \cdot 12\sqrt{26} \cdot 2}{\sqrt{26}} = 13 \cdot 12 \cdot 2 \Rightarrow \frac{AM}{2} = 13 \cdot 12$

Задание 5

$f(\frac{1}{x}) + f(x) = f(1) = 0 \Rightarrow f(\frac{1}{x}) = -f(x)$

$f(\frac{x}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y}) < 0 \Rightarrow -f(\frac{1}{y}) > f(x) \Rightarrow f(y) > f(x)$

~~Если~~

| f(x) | x |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 0 | 2 |
| 0 | 3 |
| 0 | 4 |
| 1 | 5 |
| 0 | 6 |
| 1 | 7 |
| 0 | 8 |
| 0 | 9 |
| 1 | 10 |
| 2 | 11 |
| 0 | 12 |
| 3 | 13 |
| 1 | 14 |
| 1 | 15 |
| 0 | 16 |
| 4 | 17 |
| 0 | 18 |
| 4 | 19 |
| 1 | 20 |
| 1 | 21 |
| 2 | 22 |
| 5 | 23 |
| 0 | 24 |
| 2 | 25 |
| 3 | 26 |
| 0 | 27 |
| 1 | 28 |

Итого: ~~8~~ 9 нулей
8 единиц
3 ~~2~~ двойки
2 ~~4~~ тройки
2 четверки
1 пятерка

Считаем кол-во способов при:

$f(y) = 5 \Rightarrow 1 \cdot 24 = 24$

$f(y) = 4 \Rightarrow 2 \cdot 22 = 44$

$f(y) = 3 \Rightarrow 2 \cdot 20 = 40$

$f(y) = 2 \Rightarrow 3 \cdot 17 = 51$

$f(y) = 1 \Rightarrow 8 \cdot 9 = 72$

Сумма $= 24 + 44 + 40 + 51 + 72 = 68 + 40 + 51 + 72 = 140 + 40 + 51 = 180 + 51 = \underline{231}$

Ответ: 231

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 6

$\cancel{\frac{8-6x}{3x-2} = 18x^2 - 51x + 28}$

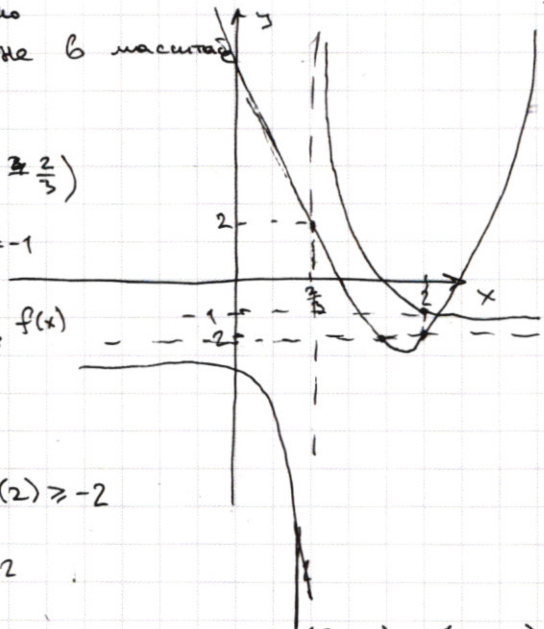
$f(x) = 18x^2 - 51x + 28$ $\quad f(\frac{2}{3}) = \frac{18\cdot 4}{9} - \frac{51\cdot 2}{3} + 28 = 8 - 17\cdot 2 + 28 = 36 - 34 = 2$

$g(x) = \frac{8-6x}{3x-2} = -2 + \frac{4}{3x-2}$ $\quad f(2) = 18\cdot 4 - 51\cdot 2 + 28 = 72 + 28 - 102 = -2$

При этом вершина параболы $\frac{51}{36}$ лежит в отрезке $(\frac{2}{3}; 2]$

~~$g(\frac{2}{3}) = \frac{8-4}{2-2}$; не определено значит~~

не в масштабе



у $g(x)$ оси $- (y = -2; x = \frac{2}{3})$

$g(2) = -2 + \frac{4}{6-2} = -2 + 1 = -1$

Получается, что $g(x) \geq f(x)$

всегда на $(\frac{2}{3}; 2]$

Пусть $p(x) = ax + b \Rightarrow p(2) \geq -2$

~~$ax+b$~~ $2a + b \geq -2$

$p(\frac{2}{3}) \geq 2$; $\frac{2}{3}a + b \geq 2$

Пусть $p(x)$ проходит через точки $(\frac{2}{3}; 2)$ и $(2; -2) \Rightarrow$

$\begin{cases} 2a + b = -2 \\ \frac{2}{3}a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{3}a = -4 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = 4$

Найдем пересеч с $g(x)$: $-2 + \frac{4}{3x-2} = -3x + 4$

$(-3x + 6)(3x - 2) = 4 \Rightarrow -9x^2 + 24x - 14 - 2 = 0$

$-(3x - 4)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow$ только 1 т. пересечения $\Rightarrow$

прямая касается $g(x)$, а так как $p(\frac{2}{3}) \geq f(\frac{2}{3})$ и $p(2) \geq f(2)$

$\Rightarrow$ Это единственное возможное положение (иначе если $p(x)$ имеет два пересеч с $g(x)$, то будет момент, когда $g(x) > p(x)$).

<u>Ответ: $(-3; 4)$</u>

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{(y-6)(x-1)} \\ (3x-3)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$$ $a=y-6$ $b=x-1$

$ab\geq 0$

$$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ 9a^2+b^2=90 \end{cases}$$ $a^2-12ab+36b^2=ab$ ; $a^2-13ab+36b^2=0$

$(a-4b)(a-9b)=0$

$169b^2-144b^2=25b^2$

$a=\frac{13b\pm 5b}{2}=9b;4b$

$16 \cdot 9 = 144$ $36 \cdot 4 = 144$ $29 \cdot 5 = 145$

$a=4b:$ $9(16b^2)+b^2=90=\cancel{...}=9\cdot 5\cdot 2=9\cdot 10$

$145b^2=90$ $145=5\cdot 29$

$b^2=\frac{90}{145}$ ; $b=\pm\sqrt{\frac{18}{29}}$

$81 \cdot 9 = 729$

$a=9b:$ $9(81b^2)+b^2=90$

$730b^2=90$

$b=\pm\sqrt{\frac{9}{73}}$

$13^{\log_5(26x-x^2)}=26x$ $13^{\log_5 t}=t^{\log_t 13\cdot\log_5 t}=$

$t=26x-x^2$ $\log_t 13\cdot\log_5 t=\frac{\log_t 13}{\log_t 5}$

$t^{\log_5 12}+t-t^{\log_5 13}\geq 0$

$f(\frac{x}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})=$

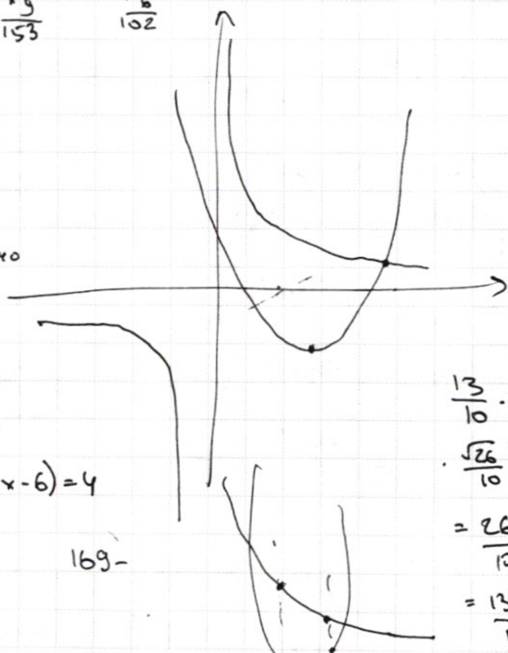
$f(2)=0$

$f(3)=0$

$51 \cdot 51$ $17\cdot 9=153$ $17\cdot 6=102$

$\frac{8-6x}{3x-2}\geq ax+b\geq 18x^2-51x+28$

$y=\frac{2(4-3x)}{3x-2}=\frac{-6x+4}{3x-2}+\frac{4}{3x-2}=-2+\frac{4}{3x-2}$



$17\cdot 17 = 289$ $289-240=49$ $60\cdot 4=240$

$-2+\frac{4}{3x-2}=18x^2-51x+28$

$\frac{4}{3x-2}=18x^2-51x+30$

$\frac{17\pm 7}{12}=\frac{5}{6};2$

$\frac{4}{9x-6}=6x^2-17x+10$

$(6x-5)(x-2)(9x-6)=4$

$(6x^2-17x+10)(9x-6)=4$

$54x^3-153x^2+90x-36x^2+102x-60-4=0$

$54x^3-189x^2+192x-64=0$

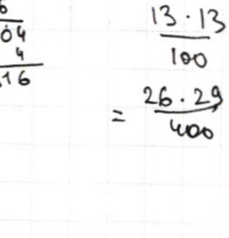
169-

$\frac{13}{10}\cdot\frac{5\cdot\sqrt{26}}{2}$.

$\frac{\sqrt{26}}{10}\cdot\frac{1}{2}=$

$=\frac{26\cdot 13\cdot 5}{10\cdot 10\cdot 4}=$

$=\frac{13\cdot 13}{10\cdot 4}=$



$2\cdot 18x-51=0$

$x=\frac{51}{36}$ $\frac{2}{3}$

$\frac{13\cdot 13}{100}-\frac{26}{4}=$

$\frac{13^2}{100}=AE^2+\frac{26}{4}$

$\frac{13\cdot 13}{100}=\frac{26}{400}+\frac{25\cdot 26}{400}=$

$=\frac{26\cdot 29}{400}=$

$2a+b=-2$

$\frac{2}{3}a+b=2$ $-3x+4=y$ $51=17\cdot 3$

$\frac{4}{3}a=-4$ $-3x-4$

$a=-3$

$b=4$

$51\cdot 51=2601$ $2601-2016=585$ $18\cdot 28=504$ $504\cdot 4=2016$

$\frac{51}{36}$ $\frac{2}{3}$

$-3x+4=-2+\frac{4}{3x-2}$

$-3x+6=\frac{4}{3x-2}$

$(-3x+6)(3x-2)=4$

$-9x^2+18x+6x-12-4=0$

$-9x^2+24x-16=0$

$-(3x-4)^2=0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}$

$9x^2+y^2-18x-12y=45 \Rightarrow (3x-3)^2-9+(y-6)^2-36=45$

$(3x-3)^2+(y-6)^2=45+45$

$9(x-1)^2+(y-6)^2=90$

$y-6x=\sqrt{y(x-1)+6(1-x)}$ ; $y-6x=\sqrt{(x-1)(y-6)}$

$\begin{cases} y-6x=\sqrt{(x-1)(y-6)} \\ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$ ; $a=(x-1)$, $b=y-6$

$\begin{cases} b+6-6(a+1)=\sqrt{ab} \\ 9a^2+b^2=90 \end{cases}$ ; $b-6a=\sqrt{ab}$

$26x-x^2\geq 0$

$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x\geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

$t=\cancel{x^2-26}\ 26x-x^2\geq 0$

$|-t|^{\log_5 12}+t\geq t^{\log_5 13}$

$t^{\log_5 12}+t-t^{\log_5 13}\geq 0$

$t(t^{\log_5 12-1}-t^{\log_5 13-1}+1)\geq 0$

$t^{\log_5 12}-t^{\log_5 13}\geq -t$

$t^{\log_5 12}+t-t^{\log_5 13}\geq 0$

$t^{\log_5 12}+t\geq t^{\log_5 13}$

$\sin(2\alpha+2\beta)=\frac{-1}{\sqrt{17}}$ ; $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$

$\cancel{\sin 2\alpha}$ $\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta+\cos(2\alpha+2\beta)\cdot\sin 2\alpha+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$

$\cancel{-\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta\pm\frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\alpha=\frac{2}{17}}$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\beta+\frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\sin 2\beta+\sin 2\alpha=\frac{-2}{17}$

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin 2\alpha \cancel{\cdot} -\frac{1}{17}\cdot\cos 2\beta \pm \frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\sin 2\beta = -\frac{2}{17}$$

$$\frac{2}{\sqrt{17}}(\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta)=\sin 2\alpha-\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\beta\pm\frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\sin 2\beta$$

$$-13\cdot 13\,\cancel{2} + 13\cdot 13\cdot 2 = 13\cdot 13$$

$$2\,\cancel{5}^{3}\quad 5^4\qquad 4\cdot 13-4\cdot 12-5^4\leq 0$$

$$\log_5 13\cdot t^{\log_5 13-1}-\log_5 12\, t^{\log_5 12-1}=1$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

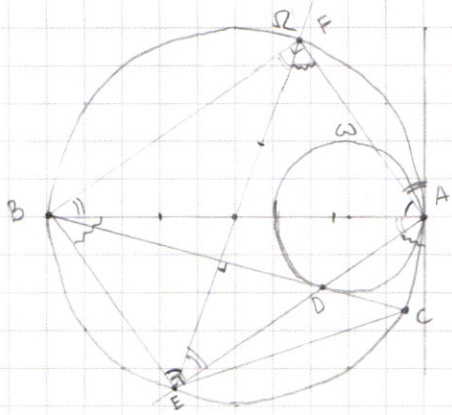
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$CD = 12$
$BD = 13$

$\frac{CD}{DE} = \frac{AD}{BD}$; $CD \cdot BD = AD \cdot DE$



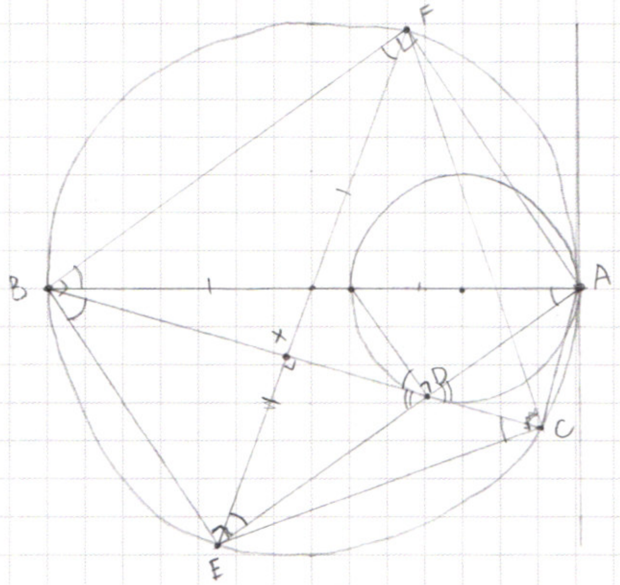

$f\left(\frac{1}{4}\right) =$

$f\left(\frac{1}{4}\right) + f(4) = f(1)$

$f\left(\frac{1}{4}\right) = -f(4)$

$f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

$\frac{25 \cdot 24}{2} = 25 \cdot 12$




$AD \cdot DE = 12 \cdot 13$

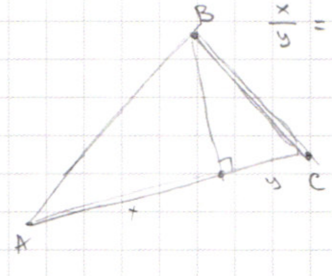
$AC^2 + ABC^2 = R^2$

$\frac{AC}{BE} =$

$BX = CX = \frac{25}{2}$

$\frac{x}{AB} = \frac{AB}{AC}$; $\frac{y}{BC} = \frac{BC}{AC}$

$\frac{x}{y} = \frac{AB^2}{BC^2}$




$\log_5 13 \cdot t^{\log_5 13^{-1}} = t^{\log_5 12^{-1}} \cdot \log_5 12$

$\frac{\log_5 13}{\log_5 12} \cdot t^{\log_5 13 - \log_5 12} = 1$