

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC , повторно пересекает Ω в точке F . Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF , если известно, что $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leq x \leq 27$, $3 \leq y \leq 27$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x - 3}{2x - 2} \geq ax + b \geq 8x^2 - 34x + 30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1; 3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ . Известно, что $QR = 2$, $QS = 1$, $PS = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS . Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17} \end{cases} \quad \text{tg } \alpha - \text{целое} \Rightarrow \cos 2\alpha \neq 0$$

$$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = 2 \sin(2\alpha + 2\beta) \cdot \cos(2\beta) = -\frac{8}{17}$$

$$-\frac{2}{\sqrt{17}} \cdot \cos 2\beta = -\frac{8}{17} \Rightarrow \cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin 2\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$4 \sin 2\alpha \pm \cos 2\alpha = -1$$

$$\# \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$8 \sin \alpha \cos \alpha \pm (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = -\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$1) \quad 8 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = -\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$2 \cos^2 \alpha + 8 \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

$$\cos \alpha + 4 \sin \alpha = 0$$

$$1 + 4 \operatorname{tg} \alpha = 0 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{4}$$

$$2) \quad 8 \sin \alpha \cos \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = -\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

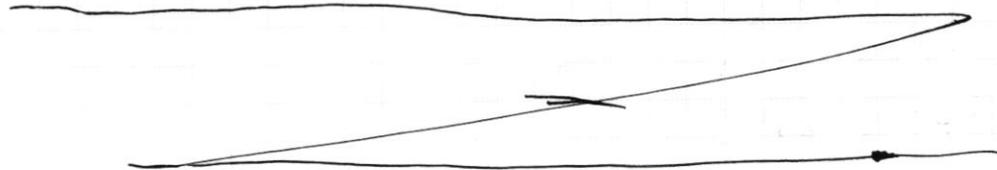
$$2 \sin^2 \alpha + 8 \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

$$2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 4 \operatorname{tg} \alpha = 0 \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = 0 \\ \operatorname{tg} \alpha = -4 \end{cases}$$

Больше значений ~~не получится~~ быть не может.

Ответ: $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{4}$; $\operatorname{tg} \alpha = 0$; $\operatorname{tg} \alpha = -4$.

✶



№2

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$$

ОДЗ: $3xy - 2x - 3y + 2 \geq 0 \Rightarrow 3y - 2x \geq 0 \Rightarrow y \geq \frac{2x}{3}$

$$3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}$$

$$9y^2 - 12xy + 4x^2 = 3xy - 2x - 3y + 2$$

$$9y^2 + (3 - 15x)y + 4x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 9 - 90x + 225x^2 - 144x^2 - 72x + 72 = 81x^2 - 162x + 81 =$$

$$= 9^2(x-1)^2$$

$$y_1 = \frac{15x - 3 - 9x + 9}{9 \cdot 2} \Leftrightarrow \frac{12x - 6}{9 \cdot 2} = \frac{2x - 1}{3} \Leftrightarrow \frac{6x + 6}{9 \cdot 2} = \frac{x+1}{3}$$

$$y_2 = \frac{15x - 3 + 9x - 9}{9 \cdot 2} \Leftrightarrow \frac{18x - 12}{9 \cdot 2} = \frac{3x - 2}{3} \Leftrightarrow \frac{24x - 12}{9 \cdot 2} = \frac{4x - 2}{3}$$

~~$$y = \frac{2x}{3}$$~~

~~$$3x^2 + \frac{4x^2}{3} - 6x - \frac{8x}{3} = 4$$~~

~~$$9x^2 + 4x^2 - 18x - 8x = 12$$~~

~~$$13x^2 - 26x - 12 = 0$$~~

~~$$D = 169 - 13 \cdot 13 + 12 \cdot 13 = 13 \cdot 25$$~~

~~$$x_1 = \frac{13 + 5\sqrt{13}}{13} \quad y_1 = \frac{26 + 10\sqrt{13}}{39}$$~~

~~$$x_2 = \frac{13 - 5\sqrt{13}}{13} \quad y_2 = \frac{26 - 10\sqrt{13}}{39}$$~~

2) $y = \frac{3x-1}{3} \Rightarrow \frac{3x-1}{3} \geq 2x \Rightarrow 3x-1 \geq 2x \Rightarrow x \geq 1$

$$3x^2 + \frac{9x^2 - 6x + 1}{3} - 6x - 4 \cdot \frac{3x-1}{3} = 4$$

$$9x^2 + 9x^2 - 6x + 1 - 18x - 12x + 4 - 12 = 0$$

$$18x^2 - 36x - 7 = 0$$

$$D = 18 \cdot 18 + 7 \cdot 18 = 25 \cdot 18$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x_1 = \frac{18 + 5\sqrt{18}}{18} \quad y_1 = \frac{3 \cdot \frac{18 + 5\sqrt{18}}{18} - 1}{3} = \frac{18 + 5\sqrt{18} - 6}{18} = \frac{12 + 5\sqrt{18}}{18}$$

$$x_2 = \frac{18 - 5\sqrt{18}}{18} < 1 \text{ — не подх.}$$

1) ~~$x \geq 1$~~ $y = \frac{x+1}{3} \quad x+1 \geq 2x \Rightarrow x \leq 1$

$$3x^2 + \frac{(x+1)^2}{3} - 6x - 4 \cdot \frac{x+1}{3} = 4$$

$$9x^2 + x^2 + 2x + 1 - 18x - 4x - 4 = 12$$

$$10x^2 - 20x - 15 = 0$$

$$2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$D_y = 4 + 6 = 10$$

$$x_1 = \frac{2 - \sqrt{10}}{2} \text{ — не подх.}$$

$$x_2 = \frac{2 + \sqrt{10}}{2} \quad y_2 = \frac{4 + \sqrt{10}}{6}$$

2) $y = \frac{4x-2}{3} \Rightarrow 4x-2 \geq 2x \Rightarrow x \geq \frac{2}{2} \quad x \geq 1$

$$3x^2 + \frac{(4x-2)^2}{3} - 6x - 4 \cdot \frac{4x-2}{3} = 4$$

$$9x^2 + 16x^2 - 24x + 9 - 18x - 16x + 12 = 12$$

$$25x^2 - 58x + 9 = 0$$

$$D_y = 29^2 - 9 \cdot 25 = 841 - 225 = 616 = 4 \cdot 154$$

$$x_1 = \frac{29 - 2\sqrt{154}}{25} < 1 \text{ — не подх.}$$

$$x_2 = \frac{29 + 2\sqrt{154}}{25} \quad y_2 = \frac{4 \cdot 29 + 8\sqrt{154} - 75}{75} = \frac{41 + 8\sqrt{154}}{75}$$

$$9x^2 + 16x^2 - 16x + 4 - 18x - 16x + 8 - 12 = 0$$

$$25x^2 - 50x = 0$$

$$x_1 = 0 - \text{не } \log x.$$

$$x_2 = 2 \quad y_2 = 2$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{2 + \sqrt{10}}{2}; \frac{4 + \sqrt{10}}{6} \right), (2; 2)$$

№3

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$$

$$\text{ОДЗ: } x^2+6x > 0, \quad x^2+6x \neq 1$$

$$x^2+6x > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$$

$$x^2+6x-1 \neq 0$$

$$D_1 = 9+1=10 \Rightarrow x \neq \frac{-3 \pm \sqrt{10}}{2} \quad x \neq -3 \pm \sqrt{10}$$

$$t = x^2+6x \quad t > 0, \quad t \neq 1$$

$$3^{\log_4 t} + t \geq (t)^{\log_4 5}$$

$$3^{\log_4 t} = t^{\log_4 3}$$

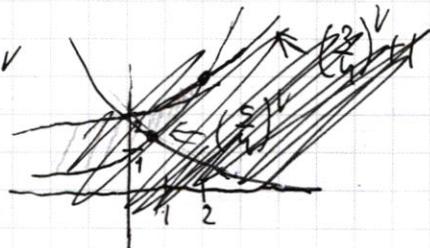
$$t^{\log_4 3} + t \geq t^{\log_4 5}$$

$$3^{\log_4 t} + 4^{\log_4 t} \geq 5^{\log_4 t}$$

$$3^v + 4^v \geq 5^v \quad v = \log_4 t$$

$$\ln(3^v + 4^v) \geq v \ln 5, \quad 3^v + 4^v \geq 5^v \quad | : 4^v$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^v + 1 \geq \left(\frac{5}{4}\right)^v$$

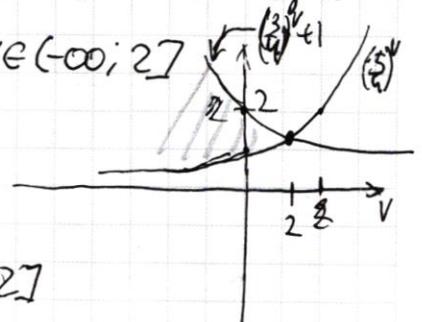


Слева убывающая функция, справа - возрастающая \rightarrow

\Rightarrow они пересекаются (если пересекаются), ~~то~~ лишь в одной точке. Запомним, что это точка $v=2 \Rightarrow v \in (-\infty; 2]$

$$\log_4 t \in (-\infty; 2] \Rightarrow t \in (0; 16]$$

$$\begin{cases} x^2+6x > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty) \\ x^2+6x \leq 16 \Rightarrow (x+8)(x-2) \leq 0 \Rightarrow x \in [-8; 2] \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Учитывая ОДЗ: $x \in [-8; -3 - \sqrt{10}) \cup (-3 - \sqrt{10}; -6) \cup (0; -3 + \sqrt{10}) \cup (-3 + \sqrt{10}; 2]$

Ответ: $x \in [-8; -3 - \sqrt{10}) \cup (-3 - \sqrt{10}; -6) \cup (0; -3 + \sqrt{10}) \cup (-3 + \sqrt{10}; 2]$.

№6

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30, \quad x \in (1; 3]$$

$$\frac{4x-3-2ax^2-2ax-2bx+4}{x-1} \geq 0 \quad f(x) = ax+b$$

При $x > 1$ $2x-2 > 0$

$$8x^2 - 34x + 30 = 0$$

$$D = 289 - 240 = 49 \quad x_0 = \frac{17}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{17 \pm 7}{8} = 3; \frac{5}{4}$$

$$\frac{4x-3}{2x-2} = 2 + \frac{1}{2(x-1)}$$

При $a = -2, b = \frac{6}{4}$ $f(x)$ — касательная

к гиперболе.

Если $b < 4$, то в точке $x =$

~~на графике~~

1) Если $b > 6$ и $a > 0$, то

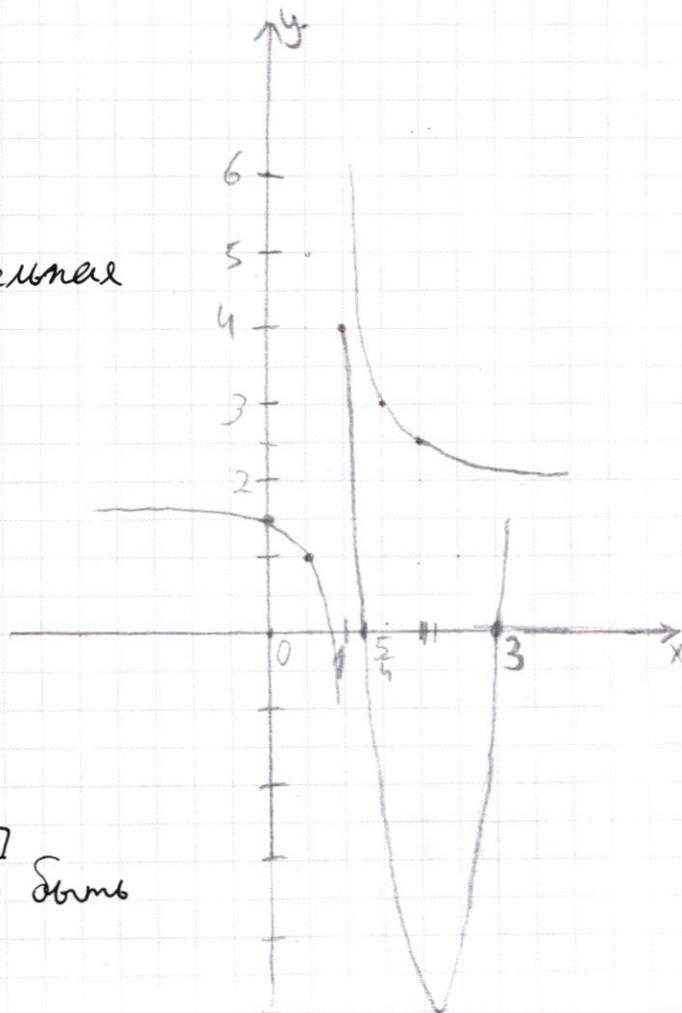
$f(x)$ пересечет гиперболу

на $[1; 2]$; zero быть не может

2) Если $b > 6$ и $a \in (-2; 0)$, то

$f(x)$ пересечет гиперболу, zero быть

не может.



3) Если $b > 6$ и $a < -2$, то $f(x)$ пересечет ~~на~~ параболу на $[2; 3]$, zero быть не может

4) Если $b < 6$ и $a > -2$, то $f(x)$ ~~пересечет~~ либо пересечет параболу на $[1; 2]$, либо вершину параболы на $[0; 1)$, не пересекая параболу, ни один из этих случаев невозможен. не пох.

5) Если $b < 6$ $a < -2$, то $f(x)$ пересечет параболу на $[1; 3]$ либо не пересечет ее вовсе. Ни один из этих случаев не пох.

Таким образом $a = -2, b = 6$ - единственно возможная пара.

Ответ: $a = -2; b = 6$.

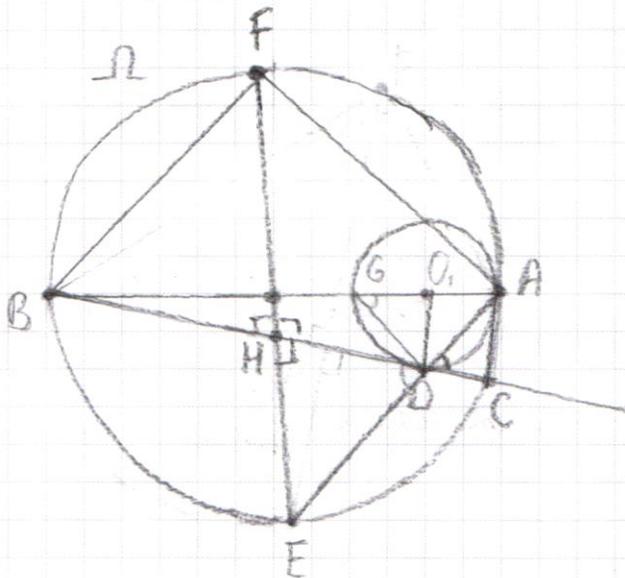
№4

Дано:

$$AB = 2R$$

$$CD = \frac{5}{2}$$

$$BD = \frac{13}{2}$$



Найти: ~~R~~ R ? r ? $\angle AFE$? S_{AEF} ?

Решение: $BD^2 = (2R - 2r) \cdot 2R$

~~$\angle AGD = \angle ADC = \alpha$~~ ~~$\angle O_1DC = 90^\circ \Rightarrow \angle O_1DA = 90^\circ = \angle ADC = 90^\circ - \alpha$~~

~~$\angle O_1AD = 90^\circ - \angle O_1DA = \alpha \Rightarrow \triangle AGD$~~ равнобедренный

~~$\angle BCA = 90^\circ$~~ (т.к. опирается на диаметр)

~~$\angle ADG = 90^\circ$~~ (т.к. опирается на диаметр) $\Rightarrow \alpha = 45^\circ$

~~$2AD^2 = 4r^2$~~ по т. Пифагора: $4r^2 = AD^2 + GD^2 = 2AD^2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$AD = r\sqrt{2}$$

$$\angle BCA = 90^\circ \text{ (м.к. опирается на диаметр)}$$

$$\angle GDA = 90^\circ \text{ (м.к. опирается на диаметр.)}$$

$$\angle DAC = 90 - \alpha \quad \angle DAG = 90 - \alpha \Rightarrow AD - \text{биссектриса } \angle A$$

$$\angle BDO_1 = 90^\circ \text{ (м.к. радиус перпендикулярен касательной)}$$

$$\angle BCA = 90^\circ$$

$$\triangle BDO_1 \sim \triangle BCA \text{ по 2-м углам } (\angle ABC - \text{общий}, \angle BDO_1 = \angle BCA = 90^\circ)$$

$$\frac{BD}{BC} = \frac{2R - r}{2R} \quad \frac{\frac{13}{2}}{9} = \frac{2R - r}{2R} \Rightarrow 13R = 18R - 9r \Rightarrow R = \frac{9r}{6} = \frac{3r}{2}$$

$$\frac{169}{4} = (3r - 2r) \cdot 3r \Rightarrow 3r^2 = \frac{169}{4} \Rightarrow r = \frac{13}{2\sqrt{3}} = \frac{13\sqrt{3}}{6} \quad R = \frac{13\sqrt{3}}{4}$$

$$\angle HDE = \alpha \Rightarrow \angle HED = 90 - \alpha$$

$$\angle BAE = 90 - \alpha = \angle BFE$$

$$\angle BFA = 90^\circ \text{ (м.к. опирается на окр.)}$$

$$\angle AFE = \angle BFA - \angle BFE = 90 - 90 + \alpha = \alpha$$

$$\text{Умк, } \angle AEF = 90 - \alpha, \angle AFE = \alpha \Rightarrow \angle FAE = 90^\circ \Rightarrow FE - \text{диаметр}$$

$$FE = 2R \quad AF = 2R \cdot \sin(90 - \alpha) = 2R \cdot \cos \alpha \quad AE = 2R \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \angle AFE \quad \angle AFE = 90 - 90 + \alpha = \alpha$$

$$AD = 2r \cdot \sin \alpha \quad CD \cdot BD = AD \cdot DE \Rightarrow DE = \frac{75}{8r \sin \alpha}$$

$$AE = AD + DE = \frac{16r^2 \sin^2 \alpha + 75}{8r \sin \alpha} = 2R \cdot \sin \alpha$$

$$16r^2 \sin^2 \alpha + 75 = 16Rr \sin^2 \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{75}{16r(R-r)} = \frac{75}{8r^2}$$

$$\sin \alpha = \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{13\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{2}} = \frac{30\sqrt{3}}{26\sqrt{6}} = \frac{15}{13\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = \angle AFE = \arcsin \frac{15}{13\sqrt{2}}$$

$$\alpha - \text{комплементар} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{338-225}}{13\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{13}}{13\sqrt{2}}$$

$$AF = 2R \cdot \cos \alpha = \frac{13\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{13}}{13\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{39}}{2\sqrt{2}}$$

$$AE = 2R \cdot \sin \alpha = \frac{13\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{15}{13\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$S_{AFE} = \frac{1}{2} \cdot AF \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{39}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{15\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{15 \cdot 3\sqrt{13}}{4} = \frac{45\sqrt{13}}{4}$$

$$\text{Итого: } R = \frac{13\sqrt{3}}{4}; r = \frac{13\sqrt{3}}{6}; \angle AFE = \arcsin \frac{15}{13\sqrt{2}}; S_{AEF} = \frac{45\sqrt{13}}{4}$$

NS

$$f(ab) = f(a) + f(b) \quad f(p) = \left[\frac{p}{4} \right]$$

$$f(0) = 2f(b) \Rightarrow f(b) = 0 \quad a, b \neq 0$$

$$f(0) = f(1) + f(0) \Rightarrow f(1) = 0 \quad f(0) = f(n) + f(0) \Rightarrow f(n) = 0$$

$$f(1) = 2f(1) \Rightarrow f(1) = 0$$

$$f\left(a \cdot \frac{1}{a}\right) = f(1) = f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{a}\right) = -f(a)$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y)$$

$$f(a^2) = 2f(a) \quad f(a^3) = 3f(a) \quad f(a^k) = k \cdot f(a)$$

$$f(3) = f(4) + f\left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow f(4) = f(3) + f\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$f(3) = 0 \quad f(4) = 2f(2) = 0 \quad f(5) = 1 \quad f(6) = f(3) + f(2) = 0$$

$$f(7) = 1 \quad f(8) = 3f(2) = 0 \quad f(9) = 0 \quad f(10) = 1 \quad f(11) = 2$$

$$f(12) = 0 \quad f(13) = 3 \quad f(14) = 1 \quad f(15) = 1 \quad f(16) = 0 \quad f(17) = 4$$

$$f(18) = 0 \quad f(19) = 4 \quad f(20) = 1, f(21) = 1 \quad f(22) = 2 \quad f(23) = 5$$

$$f(24) = 0 \quad f(25) = 2 \quad f(26) = 3 \quad f(27) = 0$$

$$1) f(x) = 0 \quad f(y) > 0$$

$$\text{Таким образом } 10 \cdot 17 = 170 \text{ мм. } 10 \cdot 15 = 150 \text{ мм.}$$

$$2) f(x) \geq 1 \quad f(y) > 1$$

$$\text{Таким образом } 7 \cdot 10 = 70 \text{ мм. } 7 \cdot 8 = 56 \text{ мм.}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3) f(x) = 2 \quad f(y) > 2$$

Пластины $3 \cdot \overset{5}{\cancel{7}} = \overset{18}{\cancel{21}} \text{ шт.} \quad 15 \text{ шт.}$

$$3) f(x) = 3 \quad f(y) > 3$$

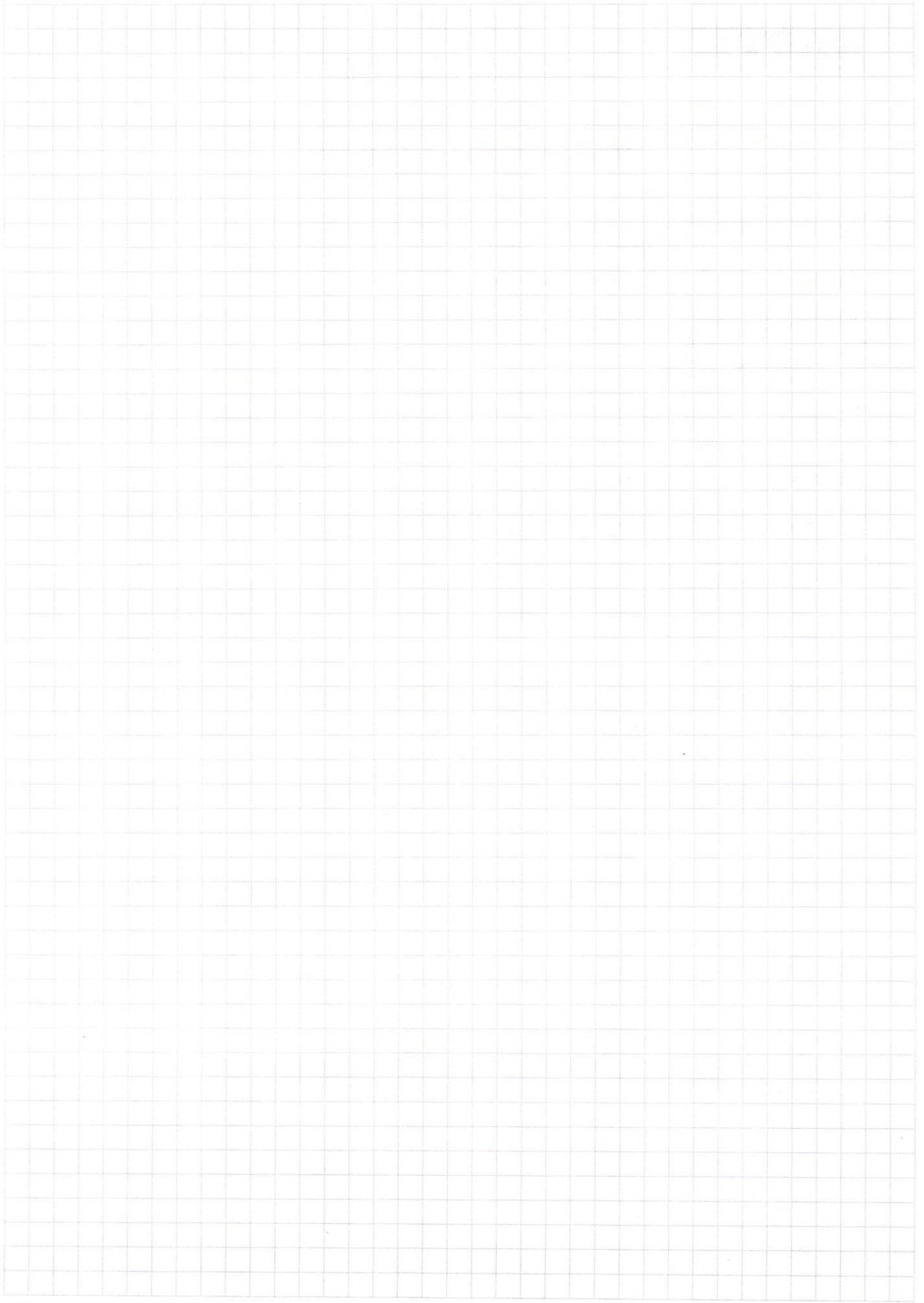
Пластины $2 \cdot \overset{3}{\cancel{6}} = 10 \text{ шт.}$

$$4) f(x) = 4 \quad f(y) = 5$$

Пластины $2 - 1 = 2 \text{ шт.}$

$$\text{Итого: } 150 + 56 + 15 + 5 + 2 = 170 + 58 = 228$$

Ответ: 228 пар.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$9y^2 - \cancel{12xy} + 4x^2 = 3xy - 2x - 3y + 2$$

$$\cancel{3x^2 - 6x} + 3y^2 - 4y - 4 = 0$$

$$\cancel{D = 9 - 9y^2 + 12y + 12 = -9y^2 + 12y + 21}$$

$$* 9y^2 - 15xy + 3y + 4x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 225x^2 - 90x + 9 - 144x^2 - 72x + 72 = 81x^2 - 162x + 81 =$$

$$= 9^2(x-1)^2$$

$$3y^2 - 4y + 3x^2 - 6x - 4 = 0$$

$$D_y = 4 - 9x^2 + 18x + 12$$

$$3x^2 - 6x + 3y^2 - 4y - 4 = 0$$

$$D_y = 9 - 9y^2 + 12y + 12 = 9(1-y)(1+y) + 12(1+y) = (y+1)(9-y+12) =$$

$$= (y+1)(21-y)$$

$$21 + 29$$

$$\begin{array}{r} \times 29 \\ 29 \\ \hline 261 \\ 58 \\ \hline 841 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 841 \\ 225 \\ \hline 616 \end{array}$$

$$616 \cancel{18}$$

$$\frac{616}{4} = 154$$

$$\frac{154}{4} \approx 38.5$$

$$4 \cdot 29 = 116 - 75 = 41$$

$$6 - 4 = 2$$

$$x - 2 = 0$$

$$3 \cdot 4 - 4 - 6 + 2 = 12 - 10 + 2 = 4$$

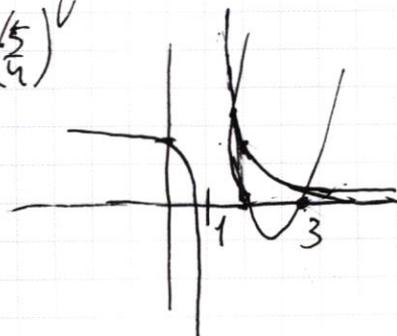
$$\frac{34}{4\sqrt{2}} = \frac{17}{2\sqrt{2}}$$

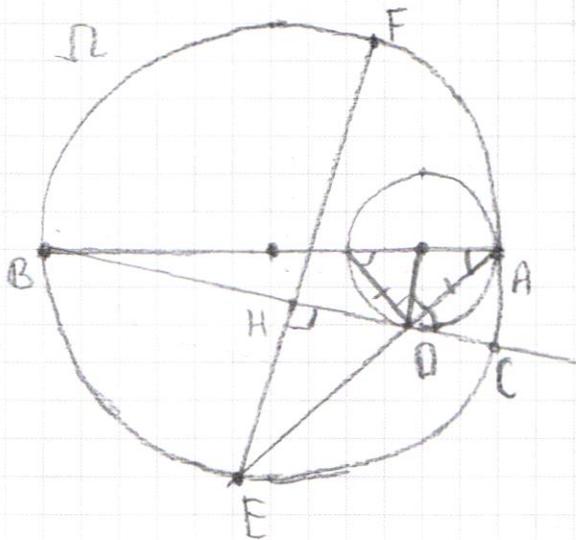
$$\sqrt{x} = \log_4 t$$

$$3^{\sqrt{x}} + 4^{\sqrt{x}} \geq 5^{\sqrt{x}} \quad | 4^{\sqrt{x}} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{\sqrt{x}} + 1 \geq \left(\frac{5}{4}\right)^{\sqrt{x}}$$

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq 2 + \frac{1}{2(x-1)}$$

$$2 + \frac{1}{4}$$





$$f(ab) = f(a) + f(b)$$

$$f\left(\frac{a}{b}\right) = f(a) - f(b)$$

$$2f(a) = f(ab) + f\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\frac{BD}{BC} = \frac{2R - r}{2R}$$