МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2}, \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geqslant \left|x^2 + 18x\right|^{\log_{12} 13} - 18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = 8$, $BD = 17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 24$, $1 \leqslant y \leqslant 24$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x + 11}{4x + 3} \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 - 30x - 17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB = 1$, $BD = 2$, $CD = 3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$\alpha, \beta \qquad \sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}, \quad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5} \qquad$ ОДЗ: $\cos\alpha\neq 0$

$\cos(2\alpha+2\beta)=\pm\frac{2}{\sqrt5} \qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=\sin((2\alpha+2\beta)+2\beta)+\sin((2\beta+2\alpha)-2\beta)=$

$=-\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\beta\pm\frac{2}{\sqrt5}\sin 2\beta-\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\beta\mp\frac{2}{\sqrt5}\sin 2\beta=-\frac{2}{\sqrt5}\cos 2\beta$

$\cos 2\beta=(-\frac{\sqrt5}{2})(-\frac{4}{5})=\frac{2}{\sqrt5} \qquad \sin 2\beta=\pm\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha+2\beta)=\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta=\frac{2}{\sqrt5}\sin 2\alpha\pm\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha=\frac{-1\pm\cos 2\alpha}{2} \qquad$ 1) ~~$\sin 2\alpha$~~

1) $\sin 2\alpha=\frac{-1+\cos 2\alpha}{2} \qquad 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=-\sin^2\alpha$

$\left[\begin{array}{l}\sin\alpha=0\\ \cos\alpha=-\frac{1}{2}\sin\alpha\end{array}\right. \qquad$ ~~$2\cos\alpha+\sin\alpha=0$~~ $\left[\begin{array}{l}tg\,\alpha=0\\ tg\,\alpha=-2\end{array}\right.$

поделить на $-\frac{1}{2}\cos\alpha$

2) $\sin 2\alpha=\frac{-1-\cos 2\alpha}{2} \qquad 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=-\cos^2\alpha$

$\left[\begin{array}{l}\cos\alpha=0\\ 2\sin\alpha=-\cos\alpha\end{array}\right.$ — невозможно tg не опред.

$tg\,\alpha=-\frac{1}{2}$

Ответ: $0, -\frac{1}{2}, -2$.

Задача 2.

$\begin{cases}x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}\\ x^2+9y^2-4x-18y=12\end{cases} \iff \begin{cases}x^2+4y^2-5xy+x+2y=2\\ x^2+9y^2-4x-18y=12\\ x\geq 2y\end{cases}$ — перепишем это

Введем доп. условие $x\geq 2y$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1
(Нумеровать только чистовики)

$x^2+(1-5y)x+4y^2+2y-2=0$ $\quad D=25y^2-10y+1-16y^2-8y+8=9y^2-18y+9=9(y-1)^2$

$x=\frac{5y-1\pm 3(y-1)}{2}$ — модуль снимается из-за знака $\pm$

$x_1=y+1,\ x_2=4y-2$ Проверим $x\geq 2y$: 1) $y+1\geq 2y \Leftrightarrow y\leq 1$

2) $4y-2\geq 2y \Leftrightarrow y\geq 1$

1) $y\leq 1$ $\quad x=y+1$ $\quad$ Подставим во 2 уравнение

$y^2+2y+1+9y^2-4y-4-18y-12=0$ $\quad 10y^2-20y-15=0$

$2y^2-4y-3=0$ $\quad D=16+24=40$ $\quad y=\frac{4\pm 2\sqrt{10}}{4}=1\pm\sqrt{\frac{5}{2}}$ но $y\leq 1$

$y=1-\sqrt{\frac{5}{2}}$, $x=2-\sqrt{\frac{5}{2}}$

2) $y\geq 1$ $\quad x=4y-2$ $\quad 16y^2-16y+4+9y^2-16y+8-18y-12=0$

$25y^2-50y=0$

$y_1=0,\ y_2=2$, т.к. $y\geq 1$ $\quad y=2,\ x=8-2=6$

Ответ: $(2-\sqrt{\frac{5}{2}}, 1-\sqrt{\frac{5}{2}}), (6,2)$.

Задача 3

$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x$, заменим переменную $t=\log_{12}(x^2+18x)$

$5^t+12^t\geq 13^t$ $\quad$ Заметим, что равенство достигается при $t=2$.

$\left(\frac{5}{13}\right)^t+\left(\frac{12}{13}\right)^t\geq 1$ $\quad$ при $t\uparrow$ $\quad \left(\frac{5}{13}\right)^t+\left(\frac{12}{13}\right)^t\downarrow$. (функция убывает)

При $t\leq 2$ $\quad \left(\frac{5}{13}\right)^t+\left(\frac{12}{13}\right)^t\geq\left(\frac{5}{13}\right)^2+\left(\frac{12}{13}\right)^2=1$

Решим $t\leq 2$ $\quad \log_{12}(x^2+18x)\leq 2$ $\quad 0<x^2+18x\leq 144$

$x^2+18x>0$ при $x<-18 \vee x>0$

$x^2+18x-144\leq 0$ $\quad D=324+576=900$ $\quad x=\frac{-18\pm 30}{2}$ $\quad x_1=-24, x_2=6$

$-24\leq x\leq 6$

Ответ: $x\in[-24,-18)\cup(0,6]$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.

f, $f(a\cdot b)=f(a)+f(b)$ $\qquad f(p)=[p/4]$

$(x,y): 1\le x,y\le 24$, $f(x/y)<0$

$f(\frac{x}{y}\cdot y)=f(\frac{x}{y})+f(y)$ $\qquad f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$

$f(\frac{x}{y})<0 \Leftrightarrow f(x)<f(y)$ $\qquad f(1)=f(1\cdot1)=2f(1)\Rightarrow f(1)=0$

Найдем f для простых чисел:

$f(2)=f(3)=0,\ f(5)=f(7)=1,\ f(11)=2,\ f(13)=3,\ f(17)=f(19)=4$

$f(23)=5$

Пусть x – составное, представим его как произведение простых.

$f(x)=f(p_1)+f(p_2)+\ldots+f(p_n)$, при условии $x\le 24$ у x будет не более одного $p_i\ge 5$ (иначе $x\ge p_i\cdot p_j\ge 25$ – невозможно)

$f(x)=0$, если в записи на простые нет $p_i\ge 5$

$f(x)=f(p_i)$, если p_i – простое, $x\,\vdots\, p_i\ge 5$

$1=f(5)=f(10)=f(15)=f(20)=f(7)=f(14)=f(21)$ (их 7)

$2=f(11)=f(22)$

$3=f(13)$, $4=f(17)=f(19)$, $5=f(23)$. $\qquad f(x)=0$ при 11 знач.

Нужно найти кол-во пар (x,y) $f(x)<f(y)$

Переберем случаи от $f(x)=0$ до $f(x)=5$, в ответ идёт кол-во возможных x, умноженное на кол-во соответств. y.

$11\cdot13+7\cdot6+2\cdot4+1\cdot3+2\cdot1+1\cdot0=143+42+8+3+2=198$

Ответ: 198

Задача 6

$$\frac{12x+11}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2-30x-17 \quad \forall x \in [-\tfrac{11}{4}, -\tfrac{3}{4})$$

Возьмем $x=-1$ $\quad 1 \le b - a \le 5$

$x=-2$ $\quad \frac{13}{5} \le b-2a \le 11$

$x=-\frac{11}{4}$ $\quad \frac{11}{4} \le b - \frac{11}{4}a \le 5$

$8x^2+(30+a)x+17+b \le 0$ при $x \in [x_1, x_2]$, где x_1, x_2 - корни

достаточно проверить для $x=-\frac{3}{4}$, $x=-\frac{11}{4}$

$$\begin{cases} -\frac{3}{4}a+b \le 1 \\ b-\frac{11}{4}a \le 5 \end{cases} \qquad 1+a \le b \le 1+\frac{3}{4}a \Rightarrow a \le 0$$

$b \le 1$

1) $a=0$ $\quad \begin{cases} b \le 1 \\ b \le 5 \end{cases}$

$\frac{12x+11}{4x+3} \le b$ $\quad \frac{(12-4b)x+11-3b}{4x+3} \le 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x+\frac{3}{4})((12-4b)x+11-3b) \le 0 \Leftrightarrow$ $x \ge \frac{3b-11}{12-4b}$ $\quad x \le \frac{3b-11}{12-4b}$

при $x < -\frac{3}{4}$ и $b < 1$

$-(4x+3)b+12x+11 \le 0$

$b \le \frac{12x+11}{-4x-3}$ $\quad 12x+11 \ge 4bx+3b$ $\quad (12-4b)x+11-3b \ge 0$

$(\ge$, т.к $x \le -\frac{3}{4})$ $\quad$ функция - линейная

мин и макс в $-\frac{3}{4}, -\frac{11}{4}$ $\quad \begin{cases} -9+3b+11-3b \ge 0 \\ -33+11b+11-3b \ge 0 \end{cases}$ $\quad \Leftrightarrow 8b \ge 22$ $\quad b \ge \frac{11}{4}$

$\begin{cases} b \le 1 \\ b \ge \frac{11}{4} \end{cases}$ - решений нет

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $a<0$ $\quad 12x+11 \geq 4ax^2+(4b+3a)x+3b$

$4ax^2+(4b+3a-12)x+3b-11\leq 0 \qquad 4a<0$

~~По непрерывности из первого неравенства в условии~~

$x=-\frac{3}{4} \qquad \frac{9}{4}a-3b-\frac{9}{4}a+9+3b-11\leq 0$

$-2\leq 0$

$x=-\frac{11}{4} \qquad \frac{121}{4}a-11b-\frac{33}{4}a+33+3b-11\leq 0$

$22a-8b+22\leq 0 \qquad 11a-4b+11\leq 0$

$b-\frac{11}{4}a \geq \frac{11}{4}$

Также $\frac{12-4b-3a}{4a} \notin \left[-\frac{11}{4}, -\frac{3}{4}\right] \Leftrightarrow 12-4b-3a \notin [-3a, -11a]$

$\left[\begin{array}{l} 12-4b<0 \\ 12-4b+8a>0 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} b>3 \\ b-2a<0 \end{array}\right.$

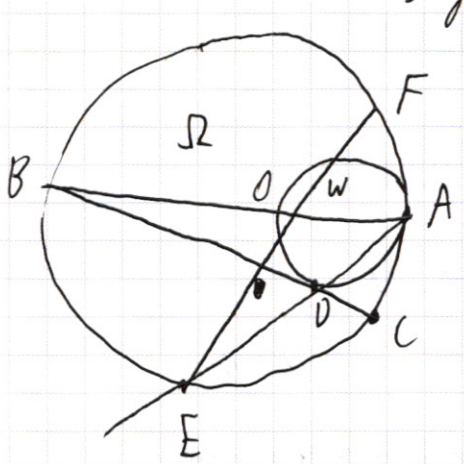
$\begin{cases} b-\frac{3}{4}a\leq 1 \\ \frac{11}{4}\leq b-\frac{11}{4}a\leq 5 \\ \left[\begin{array}{l} b>3 \\ b<2a \end{array}\right. \end{cases}$ $\qquad$ ~~на $b-2a>b$~~

1) $b<2a \quad b-\frac{11}{4}a<-\frac{3}{4}a<\frac{11}{4}$ – значит, решения нет

2) $b>3 \quad -\frac{3}{4}a<-2 \quad \cancel{a>\frac{8}{3}} \quad \cancel{-\frac{3}{4}a<\frac{2}{3}} \quad \frac{3}{4}a>0$ – решений нет

Ответ: Решений нет

Задача 5



AB – перп. к касат., как для Ω так и для w

R, r – их радиусы

$BD = 17, CD = 8$

$BD^2 = BO \cdot BA = 2(R-r)\cdot 2R$

$289 = 4R(R-r)$

$\angle BCA = 90^\circ$ $\quad \angle B = \alpha$ $\quad \underset{\substack{\shortparallel \\ 25}}{BC} = 2R\cdot \sin(90^\circ - \alpha)$

$r = \frac{R \sin\alpha}{\cancel{\cos\frac{\alpha}{2}}}$

$289 = 4R^2(1-\sin\alpha)$

$25 = 2R\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$\left(\frac{17}{5}\right)^2 = 2R\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}$ $\qquad \left(\frac{17}{25}\right)^2 = \frac{1}{1+\sin\alpha}$

$\sin\alpha = \frac{17^2-25^2}{25^2}$

$R = \frac{25}{2\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \frac{25}{2\sqrt{\frac{25^4-(17^2-25^2)^2}{25^4}}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(a,b) $\frac{12x+11}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2-30x-17$

$a \le \frac{7}{8}$

$5^{\log_{12} t}$

$t = \log_{12}(x^2+18x)$

$\frac{13}{5} \le b-2a$ $[-\frac{11}{4}, -\frac{3}{4})$

$\frac{22}{8} = \frac{11}{4} \le b - \frac{11}{4}a \le$

$1-2a$

$5^t + 12^t \ge 13^t$

$t=2$ $25+144=169$

$2a+\frac{13}{5} \le 5+\frac{11}{4}a$

$12x+11 \le 4ax^2+(3a+4b)x+3b$

$-\frac{11}{4}$

$t=2 \Leftrightarrow x^2+18x=144$

$4ax^2+(3a+4b-12)x+3b$

$D = 324+576=900$

$3ax(x+1)+3b(x+1)+(\ldots)x$

$18^2 = 400-80+4=324$

$x=-\frac{11}{4}$ $\frac{-22}{-8} = \frac{11}{4} \le -\frac{11}{4}a+b \le -\frac{121}{2}+\frac{165}{2}-17$

5 $x=\frac{-18 \pm 30}{2}$

$12x+11 = -(8x^2+30x+17)(4x+3) = -32x^3-144x^2-158x-51$

$32x^3+144x^2+170x+62=0$

$16x^3+72x^2+35x+31=0$

$(2-\sqrt{\frac{5}{2}})^2+9(1-\sqrt{\frac{5}{2}})^2-8+4\sqrt{\frac{5}{2}}-18+18\sqrt{\frac{5}{2}}=12$

$4-4\sqrt{\frac{5}{2}}+\frac{5}{2}+9-18\sqrt{\frac{5}{2}}+\frac{45}{2}-4+4\sqrt{\frac{5}{2}}-18+18\sqrt{\frac{5}{2}}-12=0$

$10(1-\sqrt{\frac{5}{2}})^2-20+20\sqrt{\frac{5}{2}}-15=0$

$10+25-20-15=0$

$\sqrt{(1-\sqrt{\frac{5}{2}})(2-\sqrt{\frac{5}{2}})-2+\sqrt{\frac{5}{2}}-2+2\sqrt{\frac{5}{2}}+2} = \sqrt{2+\frac{5}{2}-2-2+2}$

$(20-2)^2 = 4\cdot 9^2 = 4\cdot 81 = 324$ 576

$8x^2+(30+a)x+17+b \le 0$

$\frac{9}{2}-\frac{45}{2}-\frac{3}{4}a+17+b \le 0$

$-\frac{3}{4}a+b \le 1$

$\frac{121}{2}-\frac{165}{2}-\frac{11}{4}a+17+b \le 0$

$-\frac{11}{4}a+b \le 5$

≤ 4

$-2a=1$ $a=-\frac{1}{2}$

$b = 1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$

$a \le 0$

$1 \le b-a$

$1+a \le b \le 1+\frac{3}{4}a$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$a \geq 0$

$a=0 \quad \frac{12x+11}{4x+3} \leq b \leq -8x^2-30x-17$

$12x+11 \leq 4bx+3b$

$(4b-12)x \geq 11-3b$

$x \geq \frac{11-3b}{4b-12} \leq -\frac{11}{4}$

$\frac{11-3b}{b-3}+11 \leq 0$

$\frac{8b-22}{b-3} \leq 0$

b

$(b-\frac{11}{4})(b-3) \leq 0$

$b \in [-3, -\frac{11}{4}]$

$-\frac{121}{2}+\frac{165}{2}-17=5$

$\frac{9}{2}-\frac{45}{2}+17 \quad -\frac{3}{4}a+b \leq 0$

$16b^2+9a^2+144-96b-72a+24ab-48ab$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{12x-}{4x}$

$4b+3a-12$

$12x+11 \geq -32x^3-144x^2-158x-51$

$32x^3+144x^2+170x+62 \geq 0$

$-\frac{11^3}{2}+\frac{9\cdot 11^2}{2}-\frac{935}{2}+62 \geq 0$

$\frac{-2\cdot 121-935}{2}$

$\frac{11}{4} \leq 5$

$17^2=100+140+49=289$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$-\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\beta \pm \frac{2}{\sqrt5}\sin 2\beta - \frac{1}{\sqrt5}\cos 2\beta \pm ... = -\frac{4}{5}$

$\frac{2}{\sqrt5}\sin 2\alpha \pm \frac{1}{\sqrt5}\cos 2\alpha$

$-\frac{2}{\sqrt5}\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$

$2\sin 2\alpha \pm \cos 2\alpha = -1$

$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha = \frac{-1\pm\cos 2\alpha}{2} = -\sin 2\alpha - \cos 2\alpha$

$\cos\beta = \pm\sqrt{\frac{\cos 2\beta+1}{2}} = \pm\sqrt{\frac{1}{\sqrt5}+\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{\frac{2+\sqrt5}{2\sqrt5}}$

1) $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$

2) $\sin\alpha = -\frac{1}{2}$

$\frac{\sqrt3}{2}$ $\frac{1}{2}$

$16^2+16=$ $16\cdot 17=$ $=900+120+36+16=$

$\sin\beta = \pm\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt5}}$

$\pm\frac{1}{\sqrt3}, \pm\sqrt3$

$\sin(0-\frac{\pi}{2}) = 0-\sin\frac{\pi}{2} = -1$

$\sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt5}$

$=8\cdot 2 = 900-72=6\cdot 2=8$

$144x^2+132x+48-12x+36-11$

$144x^2+132x+48x+36 \geq 72x+77$

$\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$

$\begin{cases} x\geq 2y \\ x^2+9y^2-5xy+x+2y=2 \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$

$x^2+(1-5y)x+4y^2+2y-2=0$

$D = 25y^2-10y+1-16y^2-8y+8 =$
$= 9y^2-18y+9 = 9(y-1)^2$

$x = \frac{5y-1\pm3(y-1)}{2}$

1) $y\geq 1$

2) $y<1$

$x_{1,2} = 4y-1, x=y$

1) $y>0$ $4y-1\geq 2y$ $y\geq\frac{1}{2}$

$x = 4y-1$

$16y^2-8y+1+9y^2-16y+4-18y-12=0$

2) $y\leq 0$ $x=y$

$42^2=1600+160+4=1764$

$25y^2-42y-7=0$

$5x^2-5x^2+x+2x=2$

$x=\frac{2}{3}$

$D = 1764+700 = 2464$

$y^2=2500-400164$

$616\cdot 4 = 16\cdot 154 = 16\cdot 7\cdot 2\cdot 11$

$16y^2-8y+1+4y^2-20y^2+5y+4y-1+2y-2=0$

$3y=2$ $y=\frac{3}{2}$ $x=6-1=5$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$t = x^2 + 18x$

$5^{\log_{12} t} + t \geq |t|^{\log_{12} 13}$

ОДЗ: $t>0$

$\angle A = 90^\circ$

$5^{\log_{12} t} \geq t(-1 + t^{\log_{12} \frac{13}{12}})$

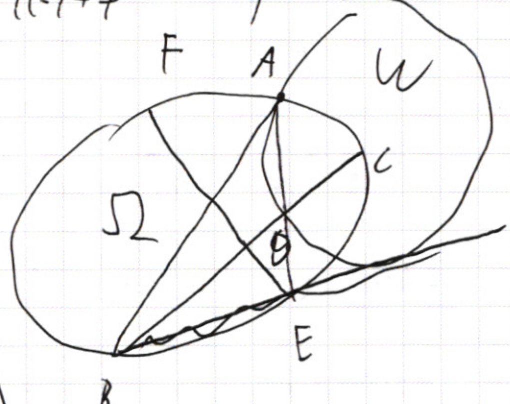
$5^{\log_{12} t} + t - t^{\log_{12} 13} = 0$

$12^{\log_{12} 5 \cdot \log_{12} t} = t^{\log_{12} 5}$

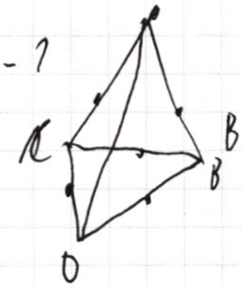
$t^{\log_{12} 5} + t = t^{\log_{12} 13}$

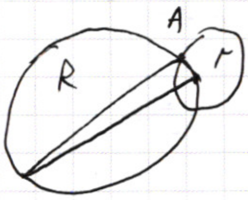
$1 + t^{\log_{12} \frac{12}{5}} - t^{\log_{12} \frac{13}{5}} = 0$

$t^{\log_{12} \frac{12}{5}} (1 - t^{\log_{12} \frac{13}{12}}) = -1$



$CD = 8,\ BD = 17$





$25 = 2R \cdot \sin\angle A$

$\angle ACB = 90^\circ$

$f: Q^+$ $\quad f(ab) = f(a) + f(b)$ $\quad f(p) = [p/4]$

$AB = 1,\ BD = 2,\ CD = 3$

$f(x/y) = f(x) - f(y)$ $\quad f(x) \leq f(y)$

$f(1) = 0$ $\quad f(2) = f(3) = 0$ $\quad f(5) = f(7) = 1$ $\quad f(11) = 2$

$f(13) = 3$ $\quad f(17) = f(19) = 4$ $\quad f(23) = 5$

$f(4) = 0$ $\quad f(6) = 0$ $\quad f(8) = 0$ $\quad f(10) = 1$ $\quad f(14) = 1$ $\quad f(15) = 1$

$f(20) = 1$ $\quad f(21) = 1$ $\quad f(22) = 1$ $\quad 16^2 = 0$

$\{11,\ 8,\ 1,\ 1,\ 2,\ 1\}$ $\quad 11 \cdot 13 + 8 \cdot 5 + 4 + 3 + 2 = 143 + 49 = 192$

$10x^2 - 22x - 12 = 0$ $\quad 5x^2 - 11x - 6 = 0$ $\quad D = 121 + 120 = 241$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)