МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6},\\ x^2+36y^2-12x-36y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x+\left|x^2-10x\right|^{\log_3 4}\geqslant x^2+5^{\log_3\left(10x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{15}{2}$, $BD=\frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2\leqslant x\leqslant 25$, $2\leqslant y\leqslant 25$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x-16}{4x-5}\leqslant ax+b\leqslant -32x^2+36x-3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4};1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL=3$, $KM=1$, $MN=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{№1}$ $\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$; $\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} - \sin 2\alpha \cos 2\beta \quad (*)$

Преобр. 2-е равенство

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\cancel{\sin 2\alpha \cos 4\beta + 2\sin 2\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}}$

~~Подставим в наше равенство *~~

$\cancel{\sin 2\alpha \cos 4\beta + 2}$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

Подставим *

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + 2\cos 2\beta\left(-\frac{1}{\sqrt{5}} - \sin 2\alpha \cos 2\beta\right) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta - \frac{2}{\sqrt{5}}\cos 2\beta - 2\sin 2\alpha \cos^2 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta - \frac{2}{\sqrt{5}}\cos 2\beta - \sin 2\alpha\left(2\cos^2 2\beta - 1\right) = -\frac{2}{5}$

$\cancel{\sin 2\alpha \cos 4\beta} - \frac{2}{\sqrt{5}}\cos 2\beta - \cancel{\sin 2\alpha \cos 4\beta} = -\frac{2}{5}$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$

Подставим получ. знач. в первое ур-е

1) $\sin 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$2\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha - 2\sin^2\alpha = -\sin^2\alpha - \cos^2\alpha$

$3\cos^2\alpha - \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha = 0$

Заметим, что $\cos\alpha \neq 0$, тогда иначе $\sin\alpha = 0$, а это не так. Поделим на $-\cos^2\alpha$

$tg^2\alpha - 2tg - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} tg\alpha = -1 \\ tg\alpha = 3 \end{array}\right.$

2) $\sin 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt5} - \frac{2}{\sqrt5}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$2\sin\alpha\cos\alpha - 2\cos^2\alpha + 2\sin^2\alpha = -\sin^2\alpha - \cos^2\alpha$

$3\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha = 0 \,\Big|:\cos^2\alpha \neq 0$ (аналогично)

$3tg^2\alpha + 2tg\alpha - 1 = 0 \iff \left[\begin{array}{l} tg\alpha = -1 \\ tg\alpha = \frac{1}{3}\end{array}\right.$

Получилось 3 знач. $tg\alpha$, а по усл. их не менее 3, значит они все подходят.

Ответ: $tg\alpha = -1$; $tg\alpha = \frac{1}{3}$; $tg\alpha = 3$

$\boxed{№2}$ $\begin{cases} x-12y = \sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y = 45 \end{cases} \iff \begin{cases} x-12y \geq 0 \\ (x-12y)^2 = x(2y-1)-6(2y-1) = (2y-1)(x-6) \\ (x-6)^2 + 9(2y-1)^2 = 82 \end{cases}$

$2y-1 = a$
$x-6 = b$ $\Rightarrow b-6a = x-12y$

$\begin{cases} b-6a \geq 0 \\ (b-6a)^2 = ab \ (1) \\ b^2+9a^2 = 82 \ (2) \end{cases}$ (1) $36a^2-12ab+b^2 = ab$ (2) $b^2+9a^2-82=0$

$36a^2-13ab+b^2=0$

Вычтем из (1)−(2)

$27a^2-13ab+82=0$ Пусть: $a=0$, тогда $82=0$ – неверно $\Rightarrow a\neq 0$

$b = \frac{27a^2+82}{13a}$

Подставим во второе ур-е

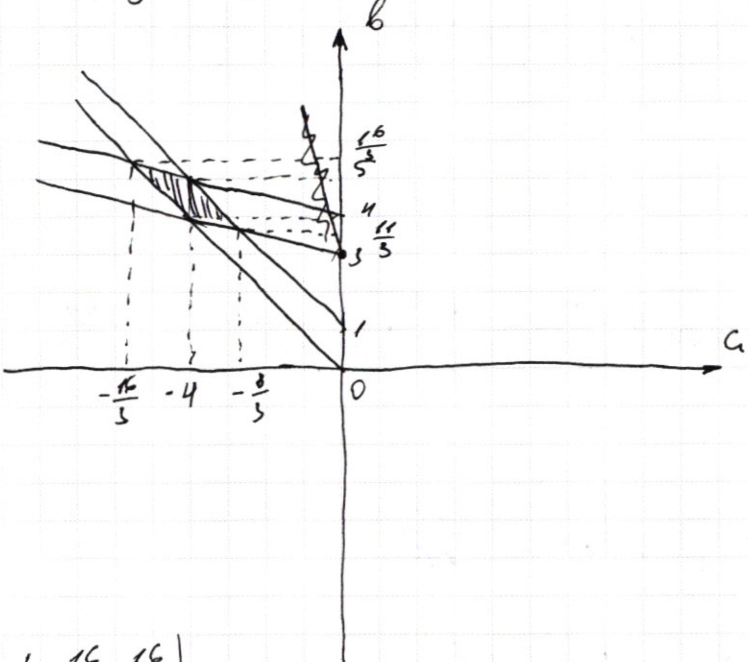
$\left(\frac{27a^2+82}{13a}\right)^2 + 9a^2 = 82$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

То есть:

$$\begin{cases} 3 \le \frac{a}{4} + b \le 4 \\ 0 \le a+b \le 1 \end{cases} \iff \begin{cases} b \le 4 - \frac{a}{4} \\ b \ge 3 - \frac{a}{4} \end{cases}$$

Нарисуем данное множество в координатах $(a; b)$



Найдем координаты пересечения:

1. $-a = 4 - \frac{a}{4}$

$-\frac{3}{4}a = 4 \iff a = -\frac{16}{3}$ $\quad b = +\frac{16}{3}$

~~2.~~ $\cancel{-a = 3 - \frac{a}{4}}$

$\cancel{-\frac{3}{4}a = 3 \iff a = -\frac{9}{2} \quad b = \frac{9}{2}}$

3. $1 - a = 4 - \frac{a}{4}$

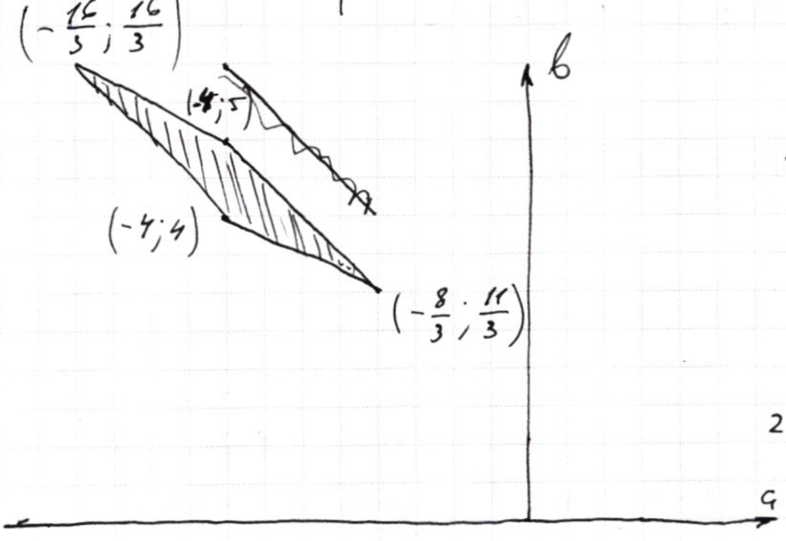
$\frac{3}{4}a = -3$

$a = -4 \quad b = 1 - (-4) = 5$

4. $1 - a = 3 - \frac{a}{4}$

$\frac{3}{4}a = -2$

$a = -\frac{8}{3} \quad b = 1 + \frac{8}{3} = \frac{11}{3}$



2. $-a = 3 - \frac{a}{4}$

$\frac{3}{4}a = -3$

$a = -4 \quad b = +4$

Ответ: все такие пары, что $\begin{cases} 3 \le \frac{a}{4} + b \le 4 \\ 0 \le a+b \le 1 \end{cases}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

По т. Пифагора для $\triangle ACD$: $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{30^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3600+225}{4}} =$

$= \frac{\sqrt{3825}}{2} = \frac{15\sqrt{17}}{2}$

$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot \frac{15}{2} = \frac{225}{2}$

$k = \frac{AD}{AB} = \frac{15\sqrt{17}}{64}$ $\quad \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle AEB}} = k^2 \Rightarrow S_{\triangle AEB} = \frac{S_{ACD}}{k^2} = \frac{\cancel{225}}{2} \cdot \frac{64^2}{\cancel{15^2} \cdot 17} = \frac{64^2}{34} = \frac{2048}{17}$

$S_{AEB} = S_{\triangle AFE}$ $(\triangle AEB = \triangle AFE)$

Ответ: $R_1 = 17$; $R_2 = \frac{255}{16}$; $\angle AFE = \operatorname{arcctg} 4$; $S_{\triangle AEF} = \frac{2048}{17}$

$\boxed{N6}$

$\frac{16x-16}{4x-5} \le ax + b \le -32x^2 + 36x - 3 \qquad x \in \left[\frac{1}{4}; 1\right]$

Нарисуем график $-32x^2 + 36x - 3 = y$

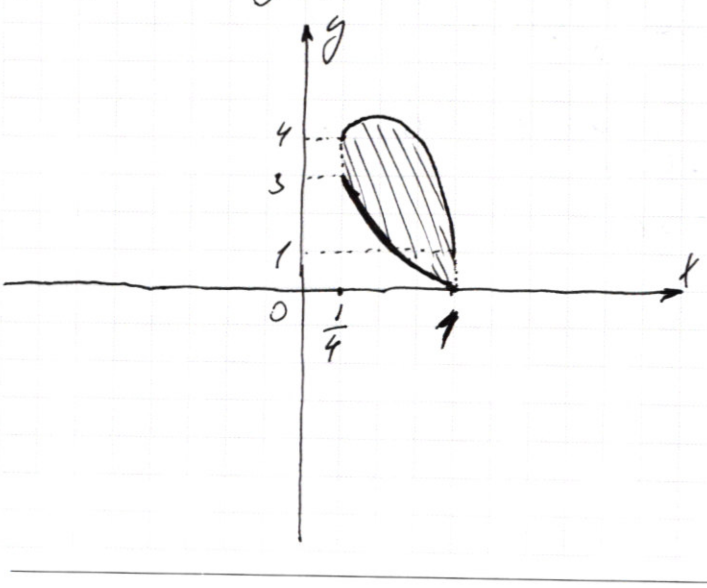
$\cancel{x_0 = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}}$ $\quad y\left(\frac{1}{4}\right) = 4 \quad y(1) = 1$

Нарисуем график $y = \frac{16x-16}{4x-5}$

$y\left(\frac{1}{4}\right) = 3 \quad y(1) = 0$

$ax + b = f(x)$

Для того, чтобы прямая лежала в заданной области $f\left(\frac{1}{4}\right) \in [3; 4)$ и $f(1) \in [0; 1]$

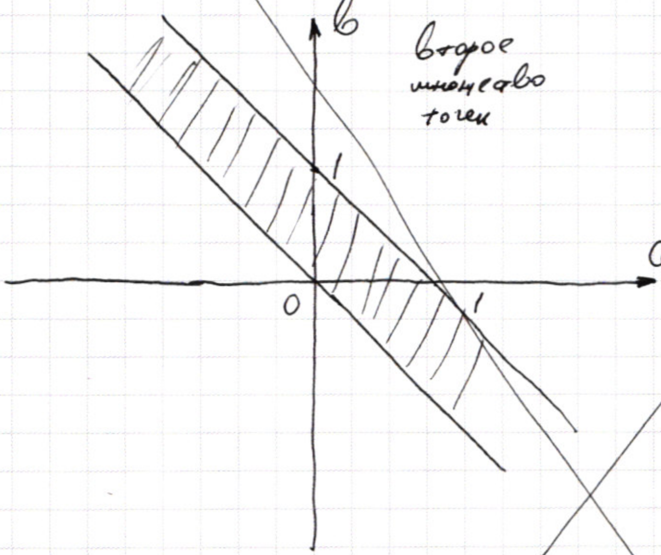


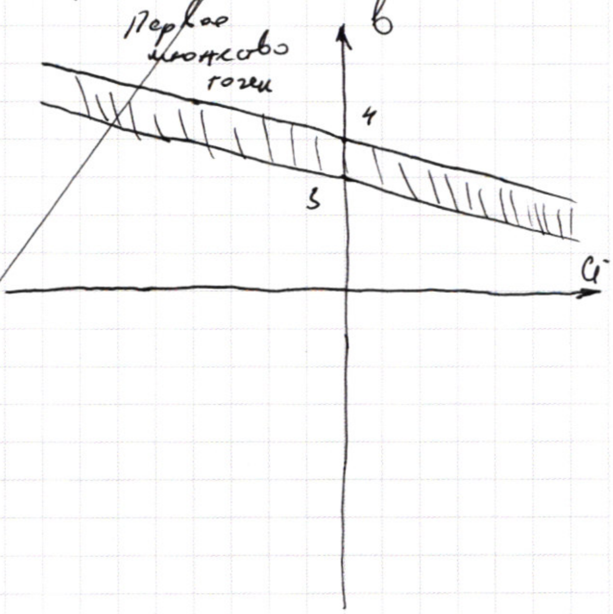
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

То есть:

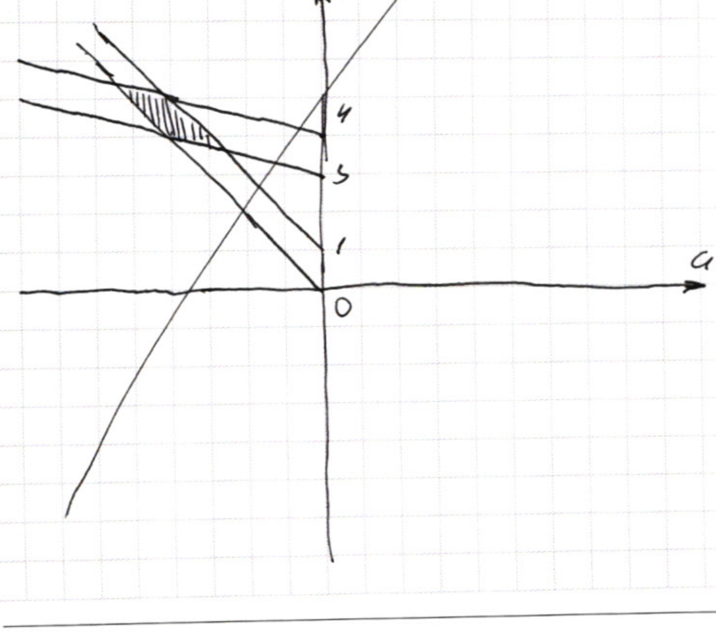
$$\begin{cases} 3 \le \frac{a}{4} + b \le 4 \\ 0 \le a + b \le 1 \end{cases}$$

Нарисуем данное множество точек в координатах $(a;b)$





Объединим множества точек:

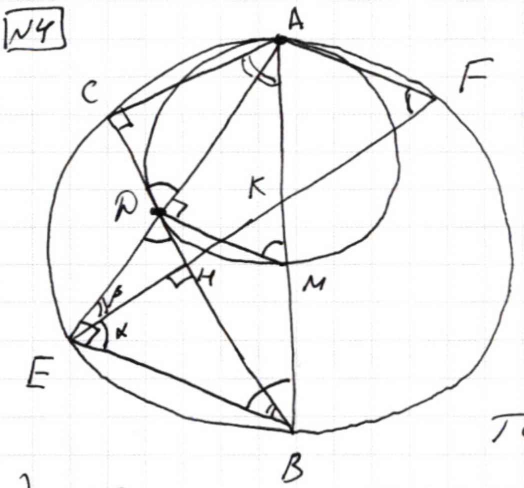


Найдём точки пересечения:

1. $-a = -\frac{a}{4} + 3$

$-\frac{5a}{4} = 3 \quad a = -\frac{12}{5}$

№4



$CD = \frac{15}{2} \quad BD = \frac{17}{2}$

Т.к. при гомотетии в центре A одна окр. переходит в другую и AB - диаметр, то AM также диаметр другой окр.

Также $DM \to EB \Rightarrow DM \parallel EB$ (*)

1) $\angle ADM = \angle AEB = 90°$ (опир. на диаметр)

$\overset{\parallel}{\angle ACB}$

Т.к. EH - высота, пров. из прямого угла, то, $\angle HEB = \angle EDB = \alpha$; $\angle HBE = \angle DEH = \beta$

$\alpha + \beta = 90°$

$\angle ADC$ (между кас. и хордой) $= \angle AMD = \alpha$

$\angle ADM = \cancel{\angle C} = \angle ACD = 90° - \alpha = \beta \Rightarrow AD$ - бис-са

По свойству бис-сы для $\triangle ACB$ $\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD} = \frac{\frac{15}{2}}{\frac{17}{2}} = \frac{15}{17}$

Пусть $AC = 15x$; $AB = 17x$, по т. Пифагора:

$\left.\begin{array}{l} CB = \sqrt{(17x)^2 - (15x)^2} = 8x \\ CB = CD + BD = 16 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow AB = 2 \cdot 17 = 34$ ~~диаметр~~ $\boxed{R_1 = \frac{34}{2} = 17}$

$AC = 15 \cdot 2 = 30$

По т. о кас. и сек. для точки B:

$BD^2 = BM \cdot AB \Rightarrow BM = \frac{BD^2}{AB} = \frac{289}{4 \cdot 34} = \frac{17}{8} \Rightarrow AM = AB - MB = 34 - \frac{17}{8} = \frac{255}{8}$

$\boxed{R_2 = \frac{AM}{2} = \frac{255}{16}}$

2) ~~(*)~~ ~~т.к.~~ $DM \parallel EB \Rightarrow$ ~~DB~~ $\angle AMD = \angle ABE = \alpha$, $\angle AFE = \alpha$ (как вписанный, опир. на $\smile(E)$); в $\triangle ACD$ $\operatorname{tg}\alpha = \frac{AC}{CD} = \frac{2 \cdot 30}{15} = \cancel{6}\ 4 \Rightarrow \boxed{\alpha = \operatorname{arctg} 4}$

3) $\angle FAE = 180 - \alpha - \beta = 90° \Rightarrow EF$ - диаметр, $EF = 34$

$EF \cap AB = K$ (центр окружности) $\Rightarrow AFBE$ - прямоуг. $\Rightarrow \triangle AFE = \triangle ABE$

~~$\triangle AMD \sim \triangle AD$~~ $\triangle ACD \sim \triangle ABE$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{EB}{CD}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{№3}$ $10x + |x^2 - 10x|^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3(10x - x^2)} + x^2$ ОДЗ: $10x - x^2 > 0$

$10x + 4^{\log_3|x^2 - 10x|} \geq 5^{\log_3(10x - x^2)} + x^2$

Т.к. $10x - x^2 > 0$, то модуль раскр. со знаком „–"

$10x - x^2 + 4^{\log_3(10x - x^2)} \geq 5^{\log_3(10x - x^2)}$

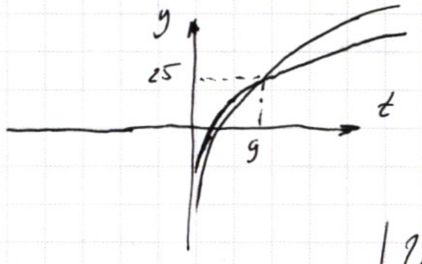
$10x - x^2 = t$

$t + 4^{\log_3 t} \geq 5^{\log_3 t}$

Заметим, что при $t = 9$: $9 + 16 = 25$

~~Правая и левая части равны, но так как и слева и справа функции монотонно возр., то равенство случается только один раз~~

Правая и левая ф-и выглядят примерно так:

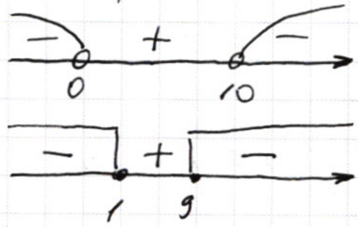


при $t < 9$ $t + 4^{\log_3 t} > 5^{\log_3 t}$

при $t > 9$ $t + 4^{\log_3 t} < 5^{\log_3 t}$

(Из соображений производной функций)

$t + 4^{\log_3 t} \geq 5^{\log_3 t} \Leftrightarrow 0 < t \leq 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - x^2 > 0 \\ 10x - x^2 \leq 9 \end{cases}$



Ответ: $x \in (-\infty; 0) \cup (10; +\infty)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x^2-24xy+144y^2=2xy-12y-x+6$

$\begin{cases} x^2-26xy+144y^2+12y+x=6 \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases}$

$3x^2+26xy-48x-36y-12y-x=174$

$\cancel{3x^2+26xy-13x-48y=174}$

$3x^2+26xy-49x-160y-174=0$

$\boxed{x-12y\geq 0}$

$(x^2-12x+36)+(36y^2-36y+9)=45+45$

$(x-6)^2+(6y-3)^2=90$

$108=2\cdot 2\cdot 3^3$

$36y^2-12x-36y+26xy-144y^2-12y-x=39$

$-108y^2+26xy-13x-48y=39$

$108y^2-26xy+13x+48y+39=0$

$xy|$

$\begin{cases} (b-6a)^2=ab \\ b^2+9a^2=82 \end{cases}$ $(b+3a)^2=82+6(b-6a)^2$

$(b+3a)^2+6(b-6a)^2=82$

$(b^2-1)+9(a^2-9)=0$

$(b+1)(b-1)+9(a+3)(a-3)$

$\begin{cases} 36a^2-13ab+b^2=0 \\ 9a^2+b^2-82=0 \end{cases}$

$9a^2+36a^2=82$

$45a^2=82$

$\alpha+\beta=y$

$\sin 2y=2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin(\alpha+2\beta)\cos(\alpha+2\beta)=-\frac{1}{5}$

$\begin{cases} (\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha)(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)=-\frac{1}{\sqrt5} \\ (\sin\alpha\cos2\beta+\sin2\beta\cos\alpha)(\cos\alpha\cos2\beta-\sin2\beta\sin\alpha)=-\frac{2}{5} \end{cases}$

$2\sin y\cos y=-\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin(y+\beta)\cos(y+\beta)=-\frac{1}{5}$

$\sin 2x=-\frac{1}{\sqrt5}$

$b\geq 6a$

$\left(6a-\frac{13}{3}b\right)^2=\frac{160}{9}b^2=0$ $b=6a$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\Rightarrow \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5} - \sin 2\alpha \cos 2\beta$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + \underbrace{\sin 4\beta \cos 2\alpha}_{2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha} + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + 2\cos 2\beta\left(-\frac{1}{\sqrt5} - \sin 2\alpha \cos 2\beta\right) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta - \frac{2}{\sqrt5}\cos 2\beta \underbrace{-2\sin 2\alpha \cos^2 2\beta + \sin 2\alpha}_{-\sin 2\alpha(2\cos^2 2\beta - 1)} = -\frac{2}{5}$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + \frac{2}{\sqrt5}\cos 2\beta - \sin 2\alpha \cos 4\beta = +\frac{2}{5}$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt5}$ $\qquad \frac{1}{\sqrt5}\sin 2\alpha \pm \frac{4}{\sqrt5}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\qquad \sin 2\alpha \pm 4\cos 2\alpha = -1$

$2\sin\alpha\cos\alpha \pm 4(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = -1$

1. $4\cos^2\alpha - 4\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 0$

$5\cos^2\alpha - 3\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha = 0 \;\Big|:\cos^2\alpha$

$-3tg^2\alpha + 2tg + 5 = 0$

$3tg^2\alpha - 2tg\alpha - 5 = 0$

$\left[\begin{array}{l} tg\alpha = -1 \\ tg\alpha = \frac{5}{3} \end{array}\right.$

$45 + 36 + 1 =$

82

2. $-4\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 0$

$5\sin^2\alpha - 3\cos^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha = 0 \;\Big|:\cos^2\alpha$

$5tg^2\alpha + 2tg\alpha - 3 = 0$

$tg\alpha = -1$

$tg\alpha =$

$x^2 - 24xy + 144y^2 = x(2y-1) - 6(2y-1)$

$(x-6)(2y-1)$

$(x-6)^2 + 9(2y-1)^2 = 72$

$x - 6 = a$

$2y - 1 = b$

$12y - 6 = 6b$

$(a - 6b)^2$

$\begin{cases} b^2 - 12ab + 36a^2 = ab \\ 9a^2 + b^2 - 82 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 36a^2 + b^2 - 13ab = 0 \\ 9a^2 + b^2 - 82 = 0 \end{cases}$

$27a^2 - 13ab + 82 = 0$

$36a^2 + 4b^2 - 328 = 0$

$3b^2 + 13ab - 328 = 0$

$(3a+b)^2 - 82 + 6(b - 6a)^2 = 0$

☑ черновик ☒ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

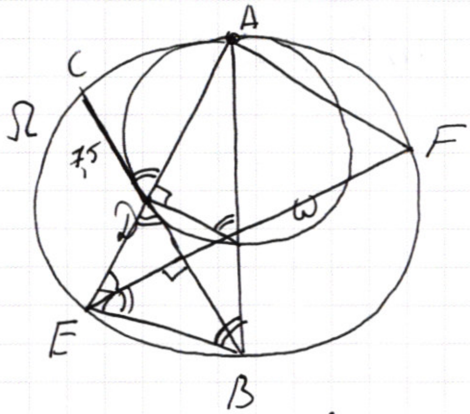
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

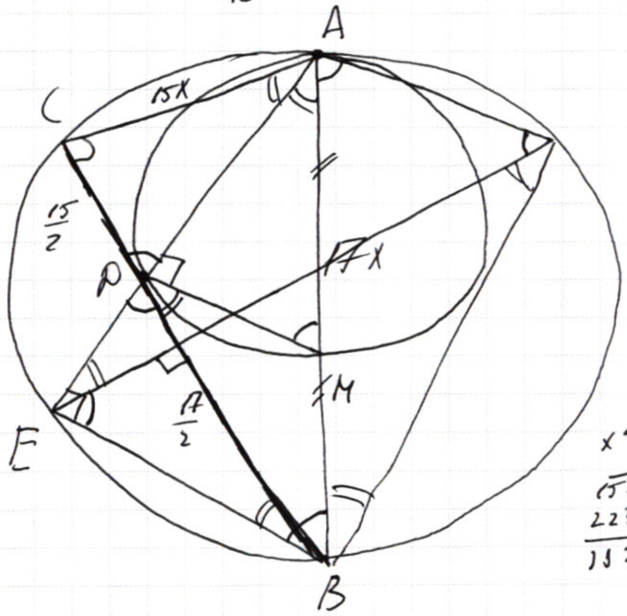


$AB = 6$ $\quad CD = \frac{15}{2}$ $\quad BD = \frac{17}{2}$ $\quad S_{AEF} - ?$

$\angle AFE - ?$ $\angle((- ?$

$R_1 : R_2 - ?$

$$\frac{AD}{DE} = \frac{AM}{MD} \qquad AD \cdot MD = AM \cdot DE$$



$$AP \cdot DE = \frac{15 \cdot 17}{4}$$

$3825 : 5 = 765$

$765 : 5 = 153$; $153 : 9 = 17$

$34 \cdot 8 = 272$; $272 - 17 = 255$

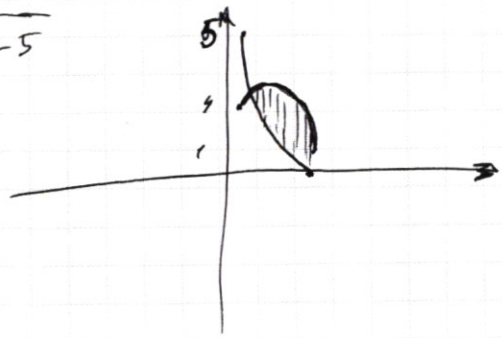
$225 \cdot 17 = 3825$

$15 \cdot 17 = 255$

$15 \cdot 17 = 255$

$64 \cdot 32$ $\quad 2^{11} =$

$4 + \frac{4}{4x-5}$



$-32 \cdot \frac{1}{16} + 36 \cdot \frac{1}{4} - 3 = 9 - 5 = 4$

$y\left(\frac{1}{4}\right) = 4 - \frac{4}{-4} = 5$

$y(4) = 4 - \frac{4}{11} = 8$ $\qquad \frac{4-16}{-4} = 13$

$4 - \frac{4}{1-5} = 5$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$$10x + |x^2 - 10x|^{\log_5 4} \geq x^2 + 5^{\log_5(10x - x^2)}$$

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

$$10x + 4^{\log_5|10x - x^2|} \geq x^2 + 5^{\log_5(10x - x^2)}$$

$$x^2 - 10x + 5^{\log_5(10x - x^2)} - 4^{\log_5(10x - x^2)} \leq 0 \qquad x^2 - 10x = t$$

$$t + 5^{\log_5 t} - 4^{\log_5 t} \leq 0$$

$$(a^x)' = a^x \ln x$$

$$\cancel{\log_5}\ \cancel{t} \leq 4^{\log_5 t} - 5^{\log_5 t}$$

$$\cancel{\log_5 t}\quad t \leq 4\log_5 t\left(1 - \left(\frac{5}{4}\right)^{\log_5 t}\right)$$

$$\log_5 t \leq \log_5 4 + \log_5(\log_5 t) +$$

$$t + 4^{\log_5 t} \geq 5^{\log_5 t} \qquad t + 4^{\log_5 t} = 5^{\log_5 t}$$

$\cancel{\log_5}$ $\qquad t = 9 \qquad 64 + 27 = 125$

$1 +$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)