# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - \sqrt[3]{64y^2 - x^2} = 124, \\ 8y - \sqrt[3]{64y^2 - x^2} = -92. \end{cases}$$

2. [4 балла] Решите неравенство

$$\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \leqslant \log_{2x} \frac{1}{x^3}.$$

3. [5 баллов] Найдите количество семизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12414.

4. [5 баллов] Даны равнобокая трапеция $ABCD$ ($AD$ и $BC$ – основания, $AD > BC$) и окружность $\omega$ с центром $C$, касающаяся стороны $AD$. Касательные к $\omega$, проведённые из точки $B$, пересекают прямую $AD$ в точках $P$ и $Q$ (точка $P$ лежит между $Q$ и $D$). На продолжении стороны $CB$ за точку $B$ выбрана точка $N$ так, что $\angle CPN$ – прямой. Найдите углы $ADC$, $NQC$ и площадь четырёхугольника $NCDQ$, если известно, что $\angle NCP = \operatorname{arctg} \frac{8}{15}$, $AP = \frac{17}{2}$, $NC = 17$.

5. [5 баллов] Дана система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{3}\cos(x+y) = 5\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right), \\ \sin(x+2y) + \sqrt{3}\cos(x+2y) = 8\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right). \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y$, если известно, что оно определено и что этих значений не меньше двух.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x - 14}{2x - 3} \leqslant ax + b \leqslant 2 + \sqrt{\frac{51}{4} - 7x - x^2}$$

выполнено для всех $x$ на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

7. [6 баллов] Дан параллелепипед $KLMNK_1L_1M_1N_1$, грани $KLMN$ и $LMM_1L_1$ которого являются прямоугольниками. Сфера $S$ касается прямых $L_1M_1$ и $M_1N_1$, плоскости $LMM_1$, а также плоскости $KLM$ в точке $K$. Эта сфера повторно пересекает отрезок $KM_1$ в точке $A$. Найдите $\angle NN_1M_1$ и объём параллелепипеда $KLMNK_1L_1M_1N_1$, если известно, что $AK = 5$, $AM_1 = 2$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$$\begin{cases} x - \sqrt[3]{64y^2 - x^2} = 124 \\ 8y - \sqrt[3]{64y^2 - x^2} = -92 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{64y^2 - x^2} = x - 124 \\ \sqrt[3]{64y^2 - x^2} = 8y + 92 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$x - 124 = 8y + 92$

$x = 8y + 216$

$x = 8(y + 27)$

$\sqrt[3]{64y^2 - x^2} = 8y + 92$

$\Updownarrow$

$\sqrt[3]{64y^2 - 64(y+27)^2} = 8y + 92$

$4\sqrt[3]{(y - y - 27)(y + y + 27)} = 8y + 92$

$-3\sqrt[3]{2y + 27} = 2y + 23$

$-3\sqrt[3]{2y + 27} + 4 = 2y + 27$

$\Downarrow \; t = \sqrt[3]{2y + 27}$

$t^3 + 3t - 4 = 0$

$t^3 + 3t - 4 = 0$

заметим, что $t = 1$ - корень ур-я

$$\begin{array}{l|l} t^3 + 0t^2 + 3t - 4 & t - 1 \\ \underline{t^3 - t^2} & \overline{t^2 + t + 4} \\ \quad t^2 + 3t & \\ \quad \underline{t^2 - t} & \\ \qquad 4t - 4 & \\ \qquad \underline{4t - 4} & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$\begin{cases} t^2 + t + 4 = 0 \\ D = 1 - 16 < 0 \end{cases}$ => нет корней в $\mathbb{R}$

$(t - 1)(t^2 + t + 4) = 0$

$\Downarrow$

$t = 1$; $\sqrt[3]{2y + 27} = 1$; $2y + 27 = 1$; $2y = -26$; $y = -13$

$x = 8(14) = 112 \Rightarrow \begin{cases} x = 112 \\ y = -13 \end{cases}$

ответ: $(112; -13)$

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

N 3

$\overline{abcdefg}$ – 7-и-значное число

i) $+\begin{array}{r} abcdefg \\ bcdefg \\ cdefg \\ \hline 12414 \end{array}$ – 0 чисел т.к. $a\neq 0$

ii) $+\begin{array}{r} bcdefg \\ cdefg \\ defg \\ \hline 12414 \end{array}$ $b, c, d, e, f, g \in \{0, 1, .., 9\}$

$3g \vdots 10 = 4 \Rightarrow g = 8$

$(3f+2) \vdots 10 = 1 \Rightarrow 3f \vdots 10 = 9 \Rightarrow f = 3$

$(3e+1) \vdots 10 = 4 \Rightarrow 3e \vdots 10 = 3 \Rightarrow e = 1$

~~$b + 2c = 1$ $\nexists b, c$~~

~~II) $(3e+1) \vdots 10 = 4 \Rightarrow 3e \vdots 10 = 3$~~

$3d \vdots 10 = 2 \Rightarrow d = 4 \Rightarrow c = 0;\ b = 0$

числа вида $\overline{a004138}$ – 9 чисел $\{a\neq 0\}$

iii) $+\begin{array}{r} cdefg \\ defg \\ efg \\ \hline 12414 \end{array}$ из (ii), $g = 8$, $f = 3$; $e = 1$

$c + 2d = 12$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} c = 1 \\ d = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} c = 0 \\ d = 6 \end{cases} \end{array}\right.$

числа вида $\overline{ab06138}$ – 90 чисел $+$ $\overline{ab11138}$ – 90 чисел $=$ 180 чисел

степени 10 меньшие 5 не рассм. т.к. $+\begin{array}{r} 999 \\ 99 \\ 9 \end{array}$

при степени $\leq 3$ числа строго меньше 12414 (сумма остатков)

при степени 4:

$+\begin{array}{r} defg \\ efg \\ fg \\ \hline 12414 \end{array}$ $\xrightarrow{\text{из(ii)}}$ $+\begin{array}{r} de38 \\ e38 \\ 38 \\ \hline 12414 \end{array}$ $\nexists e \in \{0, 1, .., 9\}: 2e \vdots 10 = 3$

Ответ: 189

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$$\underbrace{\frac{12x-14}{2x-3}}_{f(x)} \leq ax+b \leq \underbrace{2+\sqrt{\frac{51}{4}-7x-x^2}}_{g(x)}$$

$f(x)=\frac{12x-14}{2x-3}=6+\frac{4}{2x-3}=6+\frac{2}{x-3/2}$  $D_f: (-\infty; 3/2)\cup(3/2; +\infty)$
$E_f: (-\infty; 6)\cup(6; +\infty)$

график: гипербола вида $\frac{2}{x}$; гориз. асимптота: $y=6$
верт. асимптота: $x=3/2$

| $f(x)$ | 5 | 4 | 8 | 7 |
|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-1/2$ | $1/2$ | $5/2$ | $7/2$ |

$g(x)=2+\sqrt{-x^2-7x+\frac{51}{4}}$  $-x^2-7x+\frac{51}{4}=0$

$g(x)=2+\sqrt{-(x+\frac{17}{2})(x-\frac{3}{2})}$  $D=49+51=100$

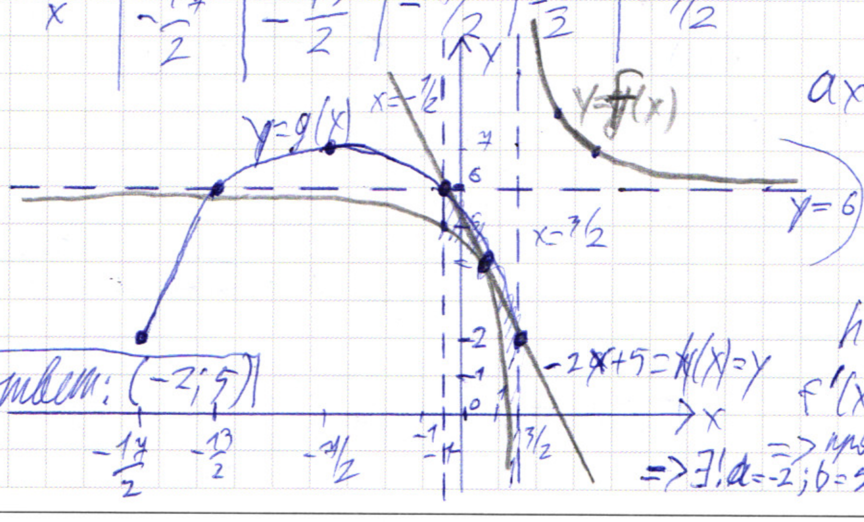
$D_g: [-\frac{17}{2}; \frac{3}{2}]$  $x_0=\frac{7\pm10}{-2}$

$E_g: [2; 7]$  $\left[\begin{array}{l} x_0=-\frac{17}{2} \\ x_0=+3/2 \end{array}\right.$

$x_{max}=-7/2$

график: часть гиперболы общего вида

| $g(x)$ | 2 | 6 | 7 | 6 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-\frac{17}{2}$ | $-\frac{13}{2}$ | $-7/2$ | $-\frac{1}{2}$ | $3/2$ |




Ответ: $(-2; 5)$

$f(x)\leq ax+b\leq g(x)$
$\forall x\in[-1/2; 3/2)$

$ax+b$ – ур-е прямой
$\{a=-2; b=5\}$
рассм. ф-ю $y=-2x+5=h(x)$
$h(-1/2)=6$; $h(3/2)=2$
$h(1/2)=4=f(1/2)$
$f'(x)=\frac{-2}{(x-3/2)^2}$; $f'(1/2)=-2=a$
$\Rightarrow$ прямая $h(x)$ кас-ся $f(x)$ в точке $x=1/2$
$\Rightarrow \exists! a=-2; b=5: f(x)\leq ax+b\leq g(x)\ \forall x\in[-1/2; 3/2)$

№2

$$\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \le \log_{2x} \frac{1}{x^3}$$

$$\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \le -3\log_{2x} x$$

$$\sqrt{\log_{2x^3} x} \le -\log_{2x} x \quad \ge 0$$

i) $x=1$; $0 \le 0$ — верно

ii) $x \ne 1$:

$$\frac{1}{\sqrt{\log_x 2x^3}} \le \frac{1}{-\log_x 2x}$$

$$\frac{\log_x 2x + \sqrt{\log_x 2x^3}}{\log_x 2x \cdot \sqrt{\log_x 2x^3}} \le 0$$

$$\frac{1+\log_x 2 + \sqrt{3+\log_x 2}}{(1+\log_x 2)\cdot\sqrt{\log_x 2+3}} \le 0 \quad \Big| \cdot \sqrt{\log_x 2+3}$$

$\sqrt{\log_x 2+3} > 0$

$$\frac{1+\log_x 2 + \sqrt{3+\log_x 2}}{1+\log_x 2} \le 0 \quad F,\ g$$

$$\cancel{\frac{1+\sqrt{\log_x 2+3}}{1+\log_x 2}} \le 0$$

$$\cancel{\frac{\sqrt{\log_x 2+3}}{1+\log_x 2}} \le \cancel{-}1$$

F: + + 0 − +

g: + 0 − − ∄ +

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$, x

F/g: + ∄ − 0 + ∄ +

ОДЗ:
$$\begin{cases} 2x^3 > 0 \iff x > 0 \\ 2x^3 \ne 1 \iff x \ne 1/\sqrt[3]{2} \\ 2x > 0 \iff x > 0 \\ 2x \ne 1 \iff x \ne 1/2 \\ x^9 > 0 \iff x > 0 \\ 1/x^3 > 0 \iff x > 0 \\ \log_{2x^3} x^9 \ge 0 \overset{2x^3>0,\ 2x^3\ne 1}{\iff} (2x^3-1)(x^9-1) \ge 0 \end{cases}$$

$\iff$ 0, $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, 1, x

итог: 0, $1/2$, $1/\sqrt[3]{2}$, 1, x

$$F = \log_x 2x + \sqrt{\log_x 2x^3}$$

$$g = 1+\log_x 2 = 1+\frac{1}{\log_2 x} = \frac{1+\log_2 x}{\log_2 x}$$

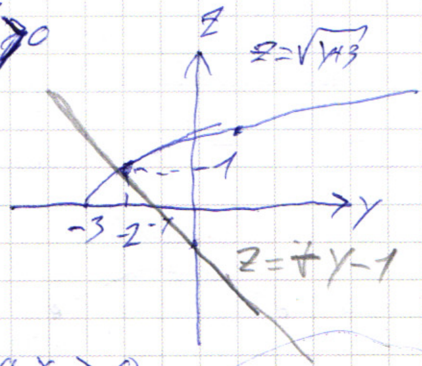
$\log_x 2x + \sqrt{\log_x 2x^3} \ge 0$

$\Downarrow$ $y = \log_x 2$; $y \ne 0$

$1 + y + \sqrt{y+3} \ge 0$

$\sqrt{y+3} \ge -1-y$

$\Updownarrow$ см. графики.




$y \ge -2$

$\log_x 2 \ge -2$

$$\frac{1}{\log_2 x} \ge -2 \iff \left[\begin{aligned} &\log_2 x > 0 \\ &\log_2 x \le -1/2 \end{aligned}\right. \iff$$

0, $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 1, x

$\Rightarrow x \in \left[\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

Ответ: $\left[\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \{1\}$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 4

Дано:

ABCD – трап-я

$AD \parallel BC$

$AD > BC$

$\omega(C, r)$ – окр-ть

$\omega$ кас. AD

$(BP), (BQ)$ кас. $\omega$

$P, Q \in (AD)$

$P \in QD$

$N \in (BC)$

$\angle CPN = 90^\circ$

$\angle NCP = \operatorname{arctg} 8/19$

$AP = 17/2$

$NC = 17$

Найти:

$\angle ADC$, $\angle NQC$ – ?

$S_{NCDQ}$ – ?

Ответ:

$\angle ADC = \operatorname{arctg} \cancel{\frac{240}{289}} \cancel{\frac{8}{19}} \frac{24}{129}$

$\angle NQC = 90^\circ$

$S_{NCDQ} = \cancel{90}\, 180$

реш-е:

рассм. $\triangle NCP$:

$\left.\begin{array}{l}\angle P = 90^\circ \\ \angle NCP = \operatorname{arctg} 8/19 \\ NC = 17\end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} NP = 8 \\ PC = 19\end{array}$

$\rho(P; NC) = \dfrac{NP \cdot PC}{NC}$ $\left\{ S_{NPC} = \frac{1}{2} NP \cdot PC = \frac{1}{2} NC \cdot \rho(P; NC) \right\}$

$= \dfrac{120}{17} = \rho(C; AB)$ т.к. $P \in AB$; $C \in CD$; $AB \parallel CD$

$PT \perp NC$; $T \in NC$; $PT = \dfrac{120}{17}$

по Th. Пифагора: $TC = \dfrac{15 \cdot 3{,}5}{17} = \dfrac{225}{17}$

$(BP) \cap \omega = K$

$\triangle BKC = \triangle BTP$ по 1 ст. и 2 уг.

$\left( KC = TP = \dfrac{120}{17};\ \angle TBP = \angle KBC \text{ как верт} \right)$

$\angle CKB = \angle PTB = 90^\circ$

$\Rightarrow \begin{cases} BT + BC = \dfrac{229}{17} \\ BC^2 - BT^2 = \left(\dfrac{120}{17}\right)^2 \end{cases}$ $\quad \dfrac{\cancel{229}}{\cancel{17}} \cdot (BC - BT) = \dfrac{15^2 \cdot 8^2}{\cancel{17}}$

$BC - BT = \dfrac{64}{17}$

$BT = \dfrac{229}{17} - \dfrac{17}{2} = \dfrac{450 - 289}{34} = \dfrac{161}{34}$ $\quad 2BC = \dfrac{289}{17} = 17$

$BC = \dfrac{17}{2} \Rightarrow B$ – сер. NC

$\Rightarrow \angle NQC = \angle NPC = 90^\circ$

$P^* B \perp AD$

$P^* \in AD$

рассм. $\triangle AP^*B$:

$\left.\begin{array}{l}\angle P^* = 90^\circ \\ \dfrac{129}{17} = \dfrac{\cancel{440}}{34} = AP^* = \dfrac{\cancel{440}}{\cancel{34}} \\ P^*B = \dfrac{120}{17}\end{array}\right| \Rightarrow \angle PAT = \angle ADC = \operatorname{arctg} \dfrac{\cancel{240}}{\cancel{289}}\ \dfrac{\cancel{8}}{\cancel{17}}\ \dfrac{120}{129} = \dfrac{24}{29}$

$DQ = AP^* + NT = \dfrac{578}{17}$ $\Big|\ S_{NCDQ} = \dfrac{17 + \frac{578}{17}}{2} \cdot \dfrac{120}{17} = 180$

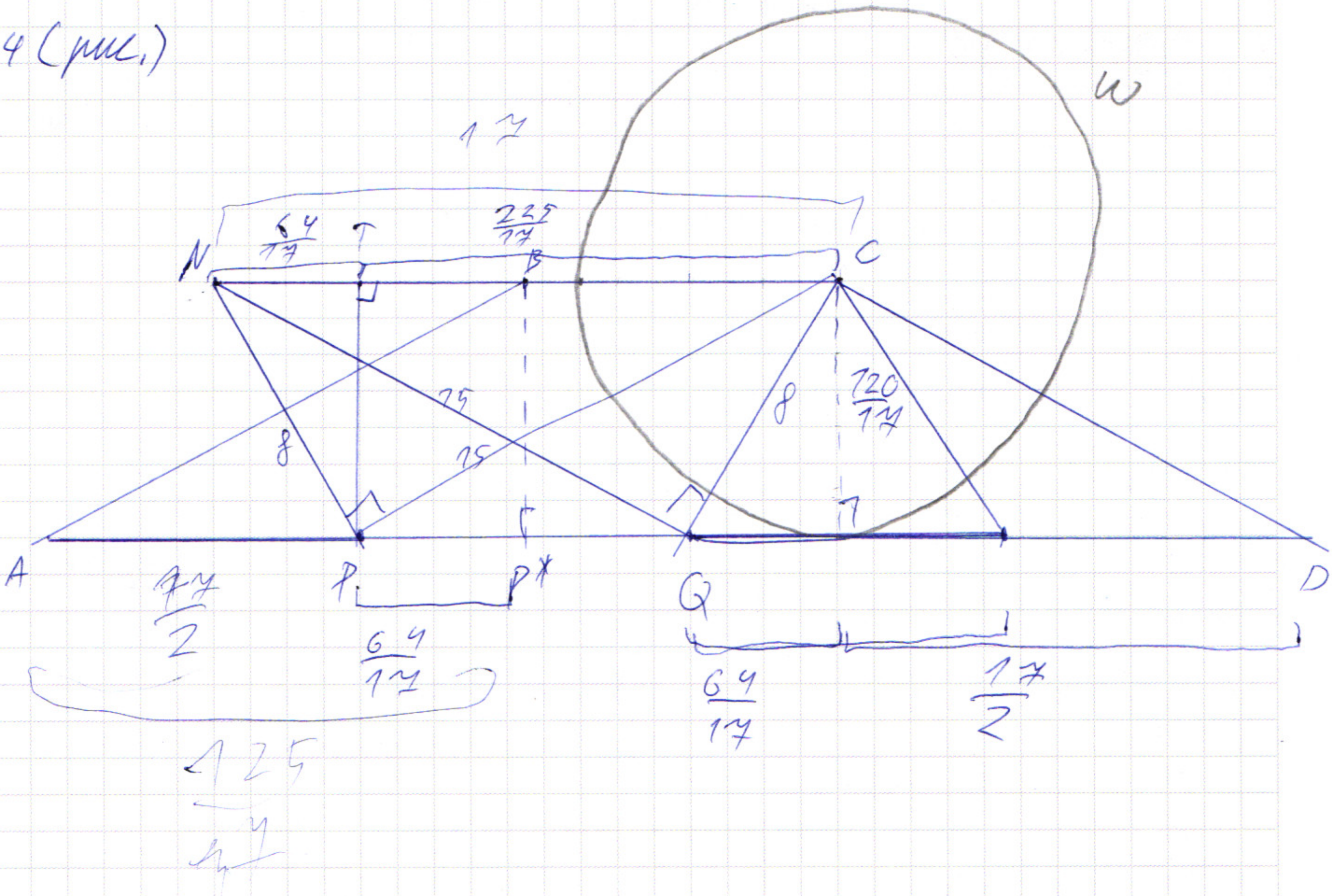
~~$DQ = AP$ т.к. $\triangle NPC = \triangle CQN$~~ $= \dfrac{17}{2}$

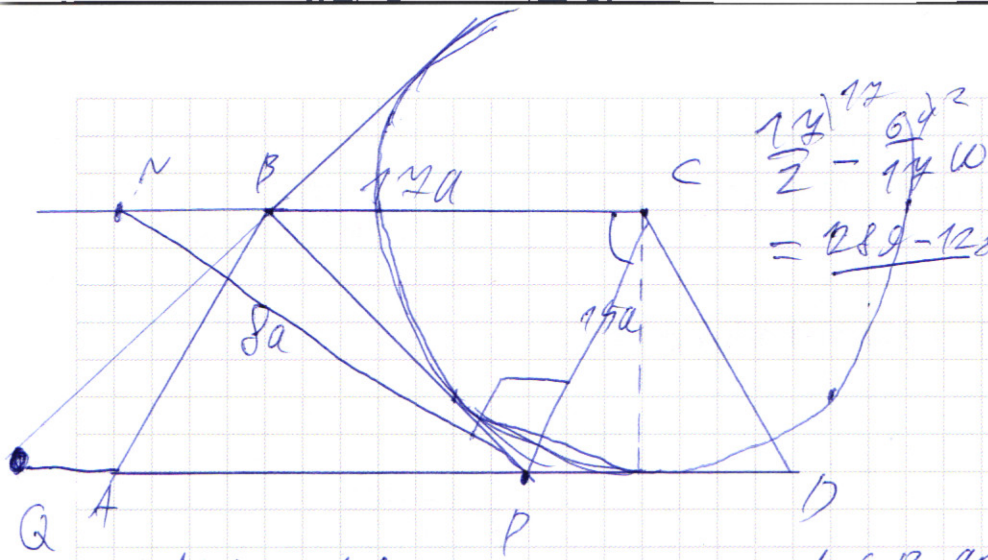
~~$S_{NCDQ} = \dfrac{17 + \frac{17}{2}}{2} \cdot \dfrac{120}{17} = 96$~~ $= 180$

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№4 (рис.)


ω
17
N
$\frac{64}{17}$
T
$\frac{225}{17}$
B
C
8
15
15
8
$\frac{120}{17}$
A
P
P*
Q
D
$\frac{17}{2}$
$\frac{64}{17}$
$\frac{64}{17}$
$\frac{17}{2}$
$\frac{125}{4}$




$\frac{17}{2}^2 - \frac{64}{17}^2 \cdot \frac{17}{2} + \frac{17}{2} \cdot \frac{64}{17}$

$\frac{17}{49}$

$= 289 - 128$

$8^2 + 15^2 \cdot \frac{17}{17}$

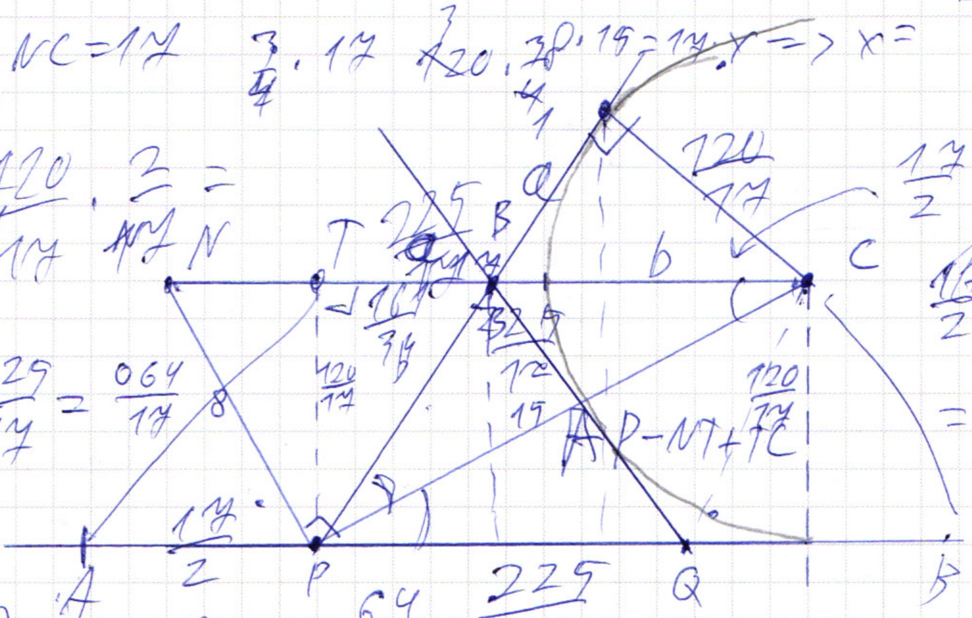
$= 64 + 225 = 289 = 17^2$

$\frac{289 - 64}{17} = \frac{129}{17}$

$\angle ADC, \angle NQC, S_{NCDQ}. \ \angle NCP = \operatorname{arctg} 8/15$

$NC = 17 \quad \frac{3}{4} \cdot 17 \quad 120 \cdot \frac{3}{4} \cdot 8 \cdot 15 = 17 \cdot x \Rightarrow x = \frac{40+80}{17} = \frac{120}{17}$

$\frac{289}{120} \cdot \frac{2}{17} = \frac{64}{17}$




$\frac{289 - 225}{17} = \frac{64}{17}$

$\frac{17}{2}^2 + \frac{64}{17}^2 = \frac{289 + 128}{34} =$

$\frac{64}{17} \quad \frac{225}{17}$

$\frac{450}{-289}$
$161$

$161 \mid 17$
$\phantom{0}88 \mid 8$
$\phantom{0}50$

$\frac{126}{357}$

$15^2 - \frac{120^2}{17^2} = \frac{(15 \cdot 17)^2 - (120)^2}{17^2} =$

$\frac{289 + 161}{34} = \frac{450}{34}$

$\frac{450 + 128}{17} = 578$

$\frac{(15 \cdot 17 - 3 \cdot 40)(15 \cdot 17 - 15 \cdot 8)}{17^2}$

$\frac{225}{17} \quad \frac{161}{34} + \frac{17}{2}^2 =$

$= \frac{15^2}{17^2}(17-8)(17+8)$

$\frac{450}{34} +$

$a + b = \frac{225}{17}$

$= \frac{15^2 \cdot 9 \cdot 25}{17^2}$

$\frac{64}{17}^2 + \quad b^2 = \left(\frac{120}{17}\right)^2 + a^2$

$(a+b)(b-a) =$

$\frac{120}{17} \cdot \frac{34}{450}^2 =$

$= \frac{2 \cdot 4}{45} = \frac{8}{15} = \frac{8}{15}$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \le \log_{2x} \frac{1}{x^3}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \vee \frac{1}{2}$

$\sqrt{\log_{2x^3} x} \le -\log_{2x} x$

$\ge_0$ $\quad \ge_1$

$\frac{1}{2} \vee \frac{1}{8}$ $\quad 1/x$

867 | 17
51

$\frac{1}{\sqrt{\log_x 2x^3}} \le \frac{1}{-\log_x 2x}$

$x = -1/2$

$\sqrt{F(x)} \ge g(x)$ ?

$\sqrt{\log_x 2x^3} \ge -\log_x 2x$

$\begin{cases} F(x) \ge g^2(x) \\ g(x) \ge 0 \end{cases}$

$1/x = -2$

$\sqrt{\underbrace{\log_x 2}_{y} + 3} \ge \underbrace{-\log_x 2}_{y} - 1$

$\begin{cases} g(x) < 0 \\ F(x) \ge 0 \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \log_2 x \le -1/2 \\ \log_2 x > 0 \end{array}\right.$

$\log_x 2 \ge -2$

$\sqrt{y+3} \ge -y-1$

$\frac{1}{\log_2 x} \ge -2$

$\cancel{y+3} \ge 0$

$\frac{289+578}{34} \cdot \frac{120}{17} = 120 \cdot \left(\frac{289+578}{34 \cdot 17}\right)$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y+3 \ge (y+1)^2 \\ -y-1 \ge 0 \Leftrightarrow y \le -1 \end{cases} \\ \begin{cases} -y-1 < 0 \Leftrightarrow y > -1 \\ y+3 \ge 0 \Leftrightarrow y \ge -3 \end{cases} \end{array}\right.$

$y+3 \ge y^2+2y+1$

$y^2+y-2 \le 0$ $\quad (y+2)(y-1) \le 0$

$D = 1+8 = 9$

$y_0 = \frac{-1 \pm 3}{2} = -2;\ 1$

$-2 \quad 1 \quad y$

$-2 \quad -1 \quad y$

$-2 \quad y$

$\frac{51 \cdot 17 \cdot 10}{17 \cdot 17}$

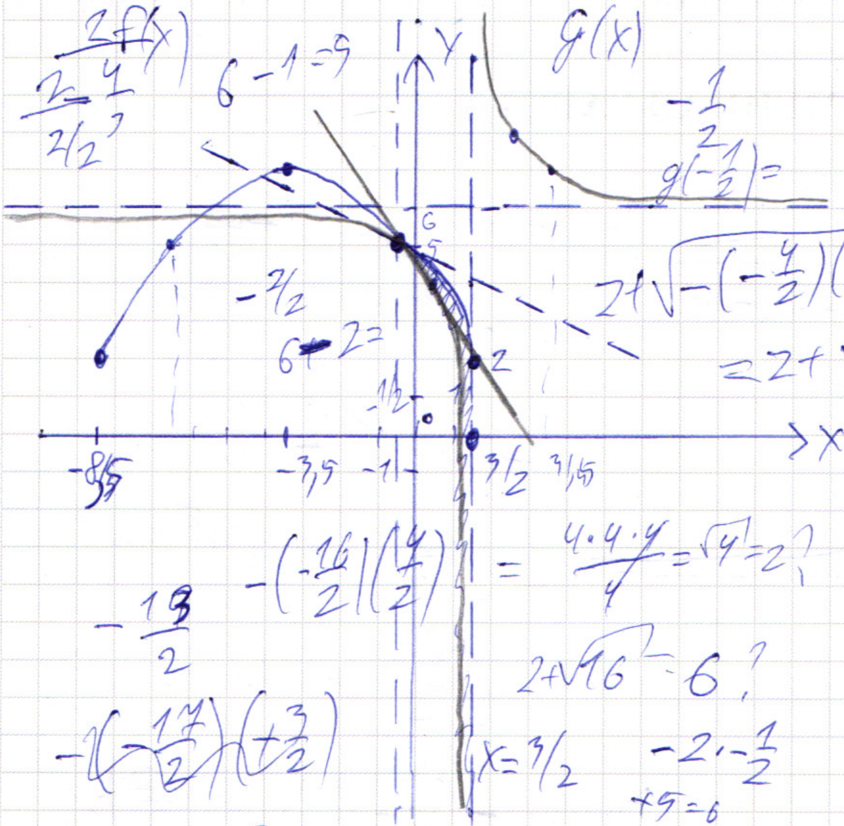
$\frac{867 \cdot 120}{34 \cdot 17}$ 60

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$6+\frac{2}{x-3/2} \le ax+b \le 2+\sqrt{-(x-3/2)(x+17/2)}$

$x \in [-1/2; 3/2)$




$g(-\frac{1}{2}) =$

$\sqrt{-(\frac{1}{2}-\frac{3}{2})(\frac{1}{2}+\frac{17}{2})}$

$\sqrt{1 \cdot 9}$

$= 3$

$2a \le -3$ $\quad a \le -3/2$

$2+\sqrt{-(-\frac{4}{2})(\frac{16}{2})}$

$= 2+\sqrt{16} =$

$-(-\frac{16}{2})(\frac{4}{2}) = \frac{4\cdot4\cdot4}{4} = \sqrt{4} = 2 ?$

$2+\sqrt{16} = 6 ?$

$-\frac{13}{2}$

$-(-\frac{17}{2})(+\frac{3}{2})$

$-2 \cdot -\frac{1}{2} + 5 = 6$

$5+\frac{1}{2}a \le 2-\frac{3}{2}a$

$-\frac{1}{2}a+b=5$

$b = 5+\frac{1}{2}a$ $\quad 5+\frac{1}{2}a = 2-\frac{3}{2}a$

$\frac{3}{2}a+b \le 2$

$b \le 2-\frac{3}{2}a$ $\quad 2a = -3$

$a \le -3/2$

$-2x \quad \begin{cases} a \ge -1/2 \\ a \le -3/2 \end{cases}$ $\quad -3/2 \quad -1/2 \quad a$

$f' \quad a \ge f'(-1/2)$ $\quad a \in \varnothing$ $\quad -2\cdot\frac{3}{2}+5 = 2$

$-1$

ответ: $\varnothing$

$\frac{1}{2} \quad -\frac{3}{2}$ $\quad f'(x) = 0 + 2\cdot\left(\frac{1}{x-3/2}\right)' = -2\frac{1}{(x-3/2)^2}$

$(x^{-1})' = (-x^{-2})$ $\quad 6+\frac{1}{2}a = 2-\frac{3}{2}a$ $\quad \frac{-2}{(x-3/2)^2}$ $\quad b = 6-1 = 9$

$f'(x) = 0+2\left(\frac{1}{x-3/2}\right)' =$ $\quad 4 = -2a$

$a = -2$

$f'(-1/2) = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$= 2\cdot\left(-\frac{1}{(x-3/2)^2}\right) = \frac{-2}{(x-3/2)^2}$

$f'(7/2) = \frac{-2}{(4/2)^2} = \frac{-2}{4}$

$ax+b$

$\begin{cases} -\frac{1}{2}a+b=6 \\ \frac{3}{2}a+b=2 \end{cases}$ $\quad f'(-1/2) = -1/2$ $\quad = -1/2$

$b = 6+\frac{1}{2}a \,|\, b = 2-\frac{3}{2}a$ $\quad 6+\frac{1}{2}a = 2-\frac{3}{2}a$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6

$$\underbrace{\frac{12x-14}{2x-3}}_{g(x)} \le ax+b \le \overbrace{2+\sqrt{\frac{51}{4}-7x-x^2}}^{f(x)}$$

$-\left(x^2+7x+\left(\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2-\frac{51}{4}\right)$

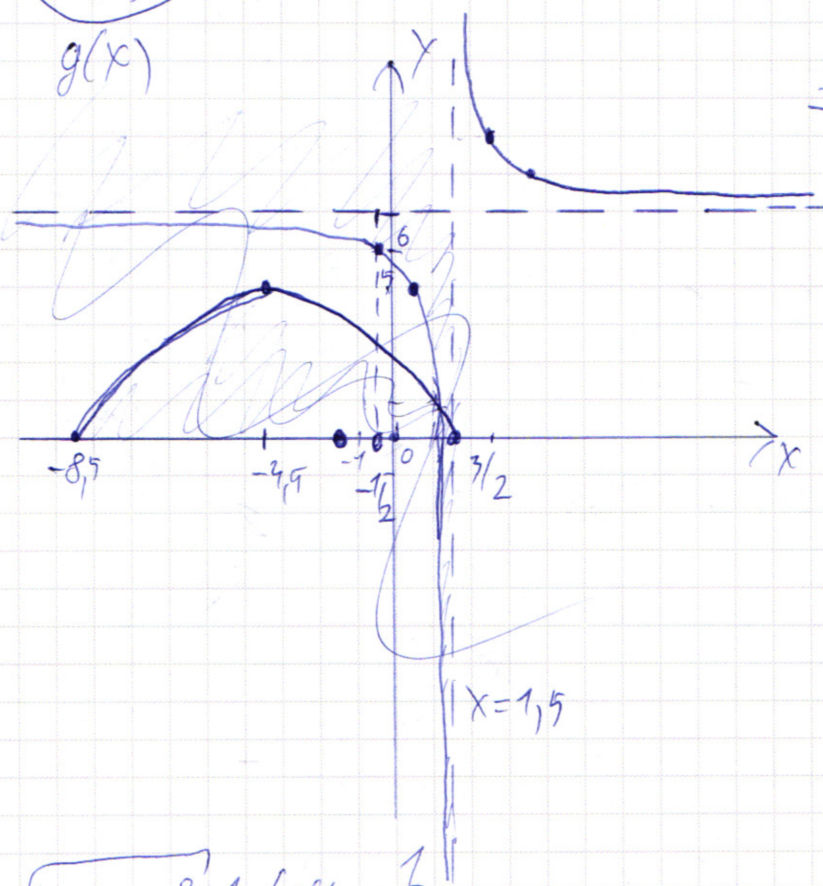
$=-\left(\left(x+\frac{7}{2}\right)^2-\frac{49}{4}-\frac{51}{4}\right)=$

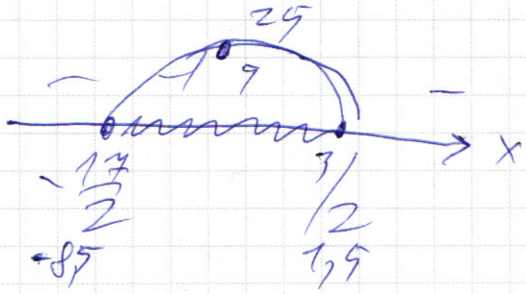
$=-\left(\left(x+\frac{7}{2}\right)^2-\frac{100}{4}\right)=$

$=\left(\frac{100}{4}-\left(x+\frac{7}{2}\right)^2\right)=$

$=\left(\left(\frac{10}{2}-x-\frac{7}{2}\right)\cdot\left(\frac{10}{2}+x+\frac{7}{2}\right)\right)=$

$=-\left(x-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(x+\frac{17}{2}\right)\ge 0$




$\frac{-\frac{17}{2}+\frac{3}{2}}{2}=\frac{-\frac{14}{2}}{2}=-\frac{7}{2}$

$\sqrt{\log_{2x^3} x^9}\le \log_{2x}\frac{1}{x^3}$

$3\sqrt{\log_{2x^3} x}\le -3\log_{2x} x$

12x-18+4 $\quad -\left(-\frac{10}{2}\right)\cdot\left(\frac{10}{2}\right)=\frac{100}{4}=25$

$\frac{12x-14}{2x-3}=6+\frac{-14-(-18)}{2x-3}=6+\frac{4}{2x-3}$

$=6+\frac{2}{x-3/2}$

1+ 2+ 3+

6+ 4, 5, 7

$6+\frac{2}{1}=8$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№2

$\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \le \log_{2x} \frac{1}{x^3}$

$\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \le \log_{2x} x^{-3}$

$\sqrt{9\log_{2x^3} x} \le -3\log_{2x} x$

$3\sqrt{\log_{2x^3} x} \le -3\log_{2x} x$

$\sqrt{\log_{2x} x} \le -\log_{2x} x$

~~$\sqrt{\frac{\ln x}{\ln 2x^3}} \le -\frac{\ln x}{\ln 2x}$~~

~~$\frac{\sqrt{\ln x}}{\sqrt{\ln 2x^3}} + \frac{\ln x}{\ln 2x} \le 0$~~ $\sqrt{\ln 2x}$ $\sqrt{\ln 2x^3}$

~~$\frac{\ln 2x\sqrt{\ln x} + \ln x\sqrt{\ln 2x^3}}{\ln 2x\sqrt{\ln 2x^3}} \le 0$~~

ОДЗ:
$$\begin{cases} 2x^3 > 0 \Leftrightarrow x > 0 \\ 2x^3 \ne 1 \Leftrightarrow x \ne \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ x^9 > 0 \Leftrightarrow x > 0 \\ 2x > 0 \Leftrightarrow x > 0 \\ 2x \ne 1 \Leftrightarrow x \ne 1/2 \\ 1/x^3 > 0 \Leftrightarrow x > 0 \\ \log_{2x^3} x^9 \ge 0 \end{cases}$$

$\log_{2x^3} x^9 \ge \log_{2x^3} 1$

$(2x^3-1)(x^9-1) \ge 0$

$+ \quad \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \quad - \quad 1 \quad + \quad x$

$\frac{1}{\sqrt[3]{2}} > \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} > \frac{1}{8}$

итог: $0 \quad 1/2 \quad 1/\sqrt[3]{2} \quad 1 \quad x$

$f(x) \ge \sqrt{g(x)}$

$$\begin{cases} g(x) \ge 0 \\ f^2(x) \ge g(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) \ge 0 \\ g(x) \ge 0 \\ f^2(x) \ge g(x) \end{cases}$$

$\sqrt{\log_{2x^3} x} \le \log_{2x} 1/x$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} \log_{2x} 1/x \ge 0 & (2x-1)(\frac{1}{x}-1) \ge 0 \; f(x) \ge 0 \\ \log_{2x^3} x \ge 0 & (2x^3-1)(x-1) \ge 0 \\ \log_{2x^3} x \le \log^2_{2x} 1/x \end{cases}$$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 0 3 6 9 12 15 18 21 24 27

$$\begin{cases} x-\sqrt[3]{64y^2-x^2}=124 \\ 8y-\sqrt[3]{64y^2-x^2}=-92 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt[3]{64y^2-x^2}=x-124 \\ \sqrt[3]{64y^2-x^2}=8y+92 \end{cases} \Rightarrow x-124=8y+92$$

$x=8y+216$

$216 : 8 = 27$; $216 : 4 = 54$

$x=8y+8\cdot 27$

$x=8(y+27)$

Отв: $(112,-13)$

$x=8\cdot(14)=112$

$4\cdot4\cdot4=8\cdot8$

$\sqrt[3]{64y^2-x^2}=8y+92$

$\sqrt[3]{64y^2-64(y+27)^2}=8y+92$

$80+32=112$; $92 : 2 = 46$, $46 : 2 = 23$

$4\cdot\sqrt[3]{(y-y-27)(y+y+27)}=8y+92$

$t^3+3t-4=0$

$-12\cdot\sqrt[3]{2y+27}=8y+92$

$4\cdot23$

заметим, что при $t=1$ 1 - корень

$-3\sqrt[3]{2y+27}=2y+23$ $+4$

$t^3+3t-4 \,|\, t-1$

$t^3-t^2$; $t^2+3t$; $t^2-t$; $4t-4$; $4t-4$; частное $t^2+t+4$

$\underbrace{2y+27}_{t^3}=4-3\underbrace{\sqrt[3]{2y+27}}_{t}$

$t^2+t+4=0$

$y=-13$

$D=1-16<0$

$2y+27=1$

$2y=-26$

$\Rightarrow$ нет корней в $\mathbb{R}$

$t^3=4-3t$

$\sqrt[3]{2y+27}=1$

$t^3+3t-4=(t-1)(t^2+t+4)=0$

$\Rightarrow t=1$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\overline{?qabcdef}$

$\overline{bcdef} + \overline{cdef} + \overline{def} = 12414$ $\wedge$ $\overline{cdef}\ \overline{def}\ \overline{ef} = 12414$

999
99
9
27
18
9
1107

92 | 4
8 | 27
12
12

0 3 6 9 12 15 18 21 24 27

$=3\cdot 8$ $=3\cdot 9$

$+2=11$

$$\begin{array}{r} bcdef \\ +\ cdef \\ +\ def \\ \hline 12414 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} bcde8 \\ cde8 \\ de8 \\ \hline 14 \end{array}$$

$3e : 10 = 9?$ $0 \le e < 10$

$e=3$

$9+2=11$

$3d : 10 = 3$

$d=1$

$$\begin{array}{r} bcd38 \\ cd38 \\ d38 \\ \hline 12414 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} bc138 \\ c138 \\ 138 \\ \hline 12414 \end{array}$$

0 2 4 6 8 10 12 14 16 18

$7\cdot 2$ $6\cdot 2$

$$\begin{array}{r} 06138 \\ 6138 \\ 138 \\ \hline 12414 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11138 \\ 1138 \\ 138 \\ \hline 12414 \end{array}$$

$\overline{qa06138}$ $9\cdot 10^4$.

$\overline{qa11138}$ $9\cdot 10^4$.

1804.

☒ черновик ☐ чистовик

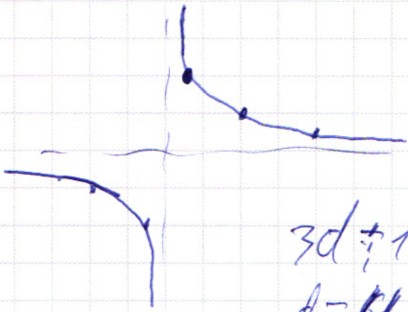
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

~~$\overline{9abcdef}$~~

$\frac{2}{x}$



$\overline{abcdefg}$

$3d \vdots 10 = 2$

$d = 4$

1сл. $\begin{array}{r} \overline{abcdefg} \\ + \overline{bcdefg} \\ \overline{cdefg} \\ \hline 12414 \end{array}$ 0ч. т.к. $a > 0$

2сл. $\begin{array}{r} bcdefg \\ cdefg \\ defg \\ \hline 12414 \end{array} \to \begin{array}{r} bcd138 \\ cd138 \\ d138 \\ \hline 12414 \end{array} \to \begin{array}{r} 004138 \\ 04138 \\ 4138 \\ \hline 012414 \end{array}$

$\overline{a004138}$ 9ч.

3сл. $\begin{array}{r} cdefg \\ defg \\ efg \\ \hline 12414 \end{array} \to \begin{array}{r} 06138 \\ 6138 \\ 138 \\ \hline 12414 \end{array}$ ; $\begin{array}{r} 11138 \\ 1138 \\ 138 \\ \hline 12414 \end{array}$

$\begin{array}{r} 138 \\ 3 \\ \hline 700 \\ 90 \\ 24 \\ \hline 414 \end{array}$

$\overline{ab06138}$ 9·10ч.

$\overline{ab11138}$ 9·10ч

180ч.

4сл.

$\begin{array}{r} defg \\ + efg \\ + fg \\ \hline 12414 \end{array} \to \begin{array}{r} de38 \\ e38 \\ 38 \\ \hline 12414 \end{array}$ 0ч. т.к. $\nexists e \in \{0 \ldots 9\}$: $2e \vdots 10 = 3$

ответ: 189

$$\frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y} = Z$$

$$\sqrt{3}\cos(x+y) = 5\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$$

$$\sqrt{3}\cdot\cos x\cdot\cos y - \sqrt{3}\sin x\sin y = 5\cdot\underbrace{\sin\frac{\pi}{3}}_{\frac{\sqrt{3}}{2}}\cos x - 5\underbrace{\cos\frac{\pi}{3}}_{\frac{1}{2}}\sin x$$

$$\sqrt{3}\cos x\cos y - \frac{5\sqrt{3}}{2}\cos x - \sqrt{3}\sin x\sin y - \frac{5}{2}\sin x = 0$$

$$\frac{3\pi-\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$\sin(x+2y) + \sqrt{3}\cos(x+2y) = 8\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\sin\left(x+2y+\frac{\pi}{3}\right) = 4\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \qquad \cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}-x-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$$

$$\sqrt{3}\cos(x+y) = 5\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$$

$$5\sin\left(x+2y+\frac{\pi}{3}\right) = 4\sqrt{3}\cos(x+y)$$

$$5\left(\sin(x+y)\cos\left(y+\frac{\pi}{3}\right) + \cos(x+y)\cdot\sin\left(y+\frac{\pi}{3}\right)\right) = 4\sqrt{3}\cos(x+y)$$

$$\sin(x+y)\cdot 5\cos\left(y+\frac{\pi}{3}\right) + \cos(x+y)\cdot 5\sin\left(y+\frac{\pi}{3}\right) - 4\sqrt{3}\cos(x+y) = 0$$

$$\sin(x+y) = \frac{4\sqrt{3}\cos(x+y) - \cos(x+y)\cdot 5\sin\left(y+\frac{\pi}{3}\right)}{5\cos\left(y+\frac{\pi}{3}\right)} =$$

$$= \cos(x+y)\left(\frac{4\sqrt{3} - 5\sin\left(y+\frac{\pi}{3}\right)}{5\cos\left(y+\frac{\pi}{3}\right)}\right)$$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \sqrt{3}\cos(x+y) = 9\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right) & (a \\ \sin(x+2y)+\sqrt{3}\cos(x+2y) = 8\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right) & (б \end{cases}$$

? $ctg\,x + ctg\,y$

• огр.

• зн. $\geq 2$

б) $\frac{1}{2}\sin(x+2y)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(x+2y) = 4\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

$ctg\,x + ctg\,y = \frac{\cos x}{\sin x}+\frac{\cos y}{\sin y} = \frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y}$

$\sin\left(x+2y+\frac{\pi}{6}\right) = 4\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

$\sin\left(x+2y+\frac{\pi}{6}\right) = 4\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

$\frac{1}{2}\sin(x+2y)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(x+2y) = 4\cdot\left(\cos x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\sin x\cdot\frac{1}{2}\right)$

$\cancel{\frac{1}{2}\sin(x+2y)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(x+2y)} =$

$\sin\left(x+2y+\frac{\pi}{6}\right) = 4\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

$\sin\left(\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+2y\right) = 4\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

$\sin\underbrace{\left(x+\frac{\pi}{6}\right)}_{t}\cdot\cos 2y+\cos\underbrace{\left(x+\frac{\pi}{6}\right)}_{t}\cdot\sin 2y = 4\cos\underbrace{\left(x+\frac{\pi}{6}\right)}_{t}$

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$b$

$b=-a+c\cdot\cos\alpha \qquad S(0;\ -a+c\cdot\cos\alpha;\ a\cdot tg\,\alpha/2)$

$K(0;b;0) \qquad M_1(c\cdot\cos\alpha+a;\ 0;\ c\sin\alpha)$

$KM_1=7 \qquad M_1A:AK=2:5 \qquad SA=SK=5$

$\overrightarrow{KM_1}=(c\cdot\cos\alpha+a;\ \overset{-b}{a-c\cdot\cos\alpha};\ c\sin\alpha)$

$\frac{4a^2+tg^2\alpha}{\sqrt{48-2a^2}}=\frac{1\cdot 4a}{5}\cdot tg\alpha\cdot tg\frac{\alpha}{2}$

$|\overrightarrow{KM_1}|=7=\sqrt{(a+c\cdot\cos\alpha)^2+(a-c\cdot\cos\alpha)^2+(c\sin\alpha)^2}$

$a,c>0$

$2a^2+2c^2\cdot\cos^2\alpha+c^2\sin^2\alpha=49$

$2a^2+c^2\cos^2\alpha=48 \qquad a=\sqrt{24-\frac{c^2}{2}\cos^2\alpha} \qquad c\sin\alpha=tg\alpha\cdot\sqrt{48-2a^2}$

$c\cos\alpha=\sqrt{48-2a^2} \qquad c^2\cos^2\alpha=48-2a^2 \qquad c^2\sin^2\alpha=tg^2\alpha\cdot(48-2a^2)$

$A=K+\frac{5}{7}\overrightarrow{KM_1}=\left(\frac{5}{7}\cdot(c\cdot\cos\alpha+a);\ b-\frac{5}{7}b;\ \frac{5}{7}c\sin\alpha\right)=$

$=\left(\frac{5}{7}\cdot(c\cos\alpha+a);\ \frac{2}{7}(c\cos\alpha-a);\ \frac{5}{7}c\sin\alpha\right)$

$\overrightarrow{SA}=\left(\frac{5}{7}\cdot(c\cos\alpha+a);\ -\frac{5}{7}(c\cos\alpha-a);\ \frac{5}{7}c\sin\alpha-a\,tg\,\alpha/2\right)$

$|SA|=5 \Rightarrow (a\,tg\,\alpha/2)^2=\left(\frac{5}{7}\right)^2\cdot\left((c\cos\alpha+a)^2+(a-c\cos\alpha)^2+\left(c\sin\alpha-\frac{7}{5}a\,tg\,\alpha/2\right)^2\right)$

$=\frac{49a^2}{25}tg^2\alpha/2=2a^2+2c^2\cos^2\alpha+c^2\sin^2\alpha-\frac{14}{5}c\sin\alpha\cdot a\,tg\,\alpha/2$

$+\frac{49}{25}a^2 tg^2\alpha/2$

$(4a^2+tg^2\alpha)\cancel{(48-2a^2)}=\frac{14a}{5}\cdot tg\alpha\cdot tg\frac{\alpha}{2}\cancel{\sqrt{48-2a^2}}$

$2a^2\cdot 2\cdot(48-2a^2)+tg^2\alpha(48-2a^2)-\frac{14}{5}c\sin\alpha\cdot a\,tg\,\alpha/2=0$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-\frac{3}{2}\cdot\frac{17}{2}=\frac{14}{2}=7$ $\quad 51=17\cdot 3$

№7

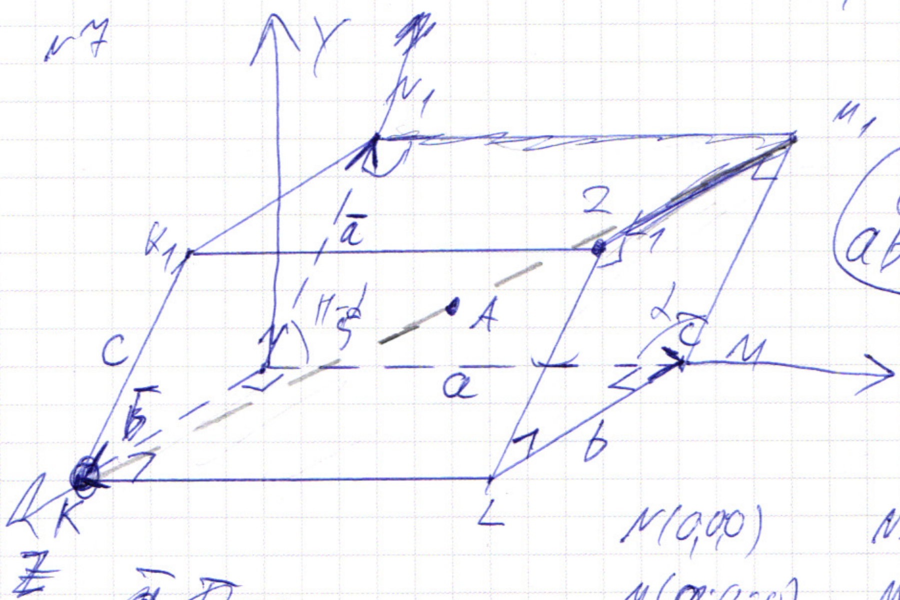
$\angle NN_1M - ? = \alpha?$

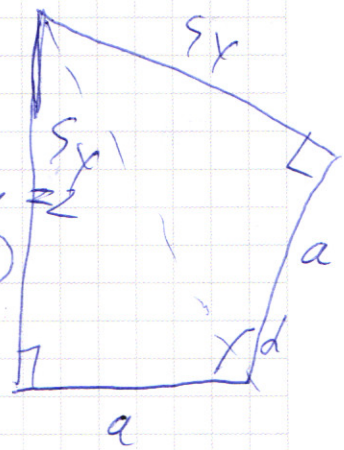
$V-?$

$AK=5$

$\alpha-?$ $AM_1=2$

$abc\sin\alpha-?$





$\overline{a}\cdot\overline{b}=0$

$\overline{b}\cdot\overline{c}=0$

$\overline{a}\cdot\overline{c}=|\overline{a}|\cdot|\overline{c}|\cdot\cos\alpha$

$N(0;0;0)$ $\quad N_1=(c\cdot\cos\alpha;0;c\sin\alpha)$

$M(a;0;0)$ $\quad M_1=(c\cos\alpha+a;b;c\sin\alpha)$

$K(0;b;0)$ $\quad K_1=(\cos\alpha\cdot c;b;c\sin\alpha)$

$L(a;b;0)$ $\quad L_1(\cos\alpha\cdot c+a;b;c\sin\alpha)$

$S_Y=a\cdot tg\,\alpha/2$

S - центр. сф.

$M_1(c\cdot\cos\alpha+a;b;c\sin\alpha)$

$(S_Z^2+(S_Y-c\sin\alpha)^2)=(S_X-a+c\cos\alpha)^2+(S_Y-c\sin\alpha)^2$

$S_Z^2=(S_X-a+c\cos\alpha)^2$

$S_Z=S_X-a+\cos\alpha\cdot c$

$S_Z=b \Rightarrow S_X=0$

$\left[\begin{array}{l} S_Z=+S_X+a+\cos\alpha\cdot c \\ \cancel{S_Z=-S_X+a-\cos\alpha\cdot c}\end{array}\right.$ → геом. сообр.

$b=-a+\cos\alpha\cdot c$

$S(0;b;a\cdot tg\,\alpha/2)$; $(0;-a+\cos\alpha\cdot c;a\cdot tg\,\alpha/2)$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)