МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. **[3 балла]** Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. **[4 балла]** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6}, \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45. \end{cases}$$

3. **[5 баллов]** Решите неравенство

$$10x + \left|x^2 - 10x\right|^{\log_3 4} \geqslant x^2 + 5^{\log_3\left(10x - x^2\right)}.$$

4. **[5 баллов]** Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{15}{2}$, $BD = \frac{17}{2}$.

5. **[5 баллов]** Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 25$, $2 \leqslant y \leqslant 25$ и $f(x/y) < 0$.

6. **[5 баллов]** Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x - 16}{4x - 5} \leqslant ax + b \leqslant -32x^2 + 36x - 3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

7. **[6 баллов]** Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL = 3$, $KM = 1$, $MN = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2. $\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases}$

$x^2+(6y)^2-12x-36y+36+9=90$

$(x-6)^2+(6y-3)^2=90$ – окружность в координатах $6y(x)$ или эллипс в $y(x)$

$x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6}$

ООФ: $x-12y\geqslant 0$

$\boxed{x\geqslant 12y}$

$x^2+144y^2-24yx=2xy-12y-x+6$

$x^2+x(1-26y)+(144y^2+12y-6)=0$

$D=(1-26y)^2-4(144y^2+12y-6)=676y^2+1-52y-576y^2-48y+24=$

$=100y^2-100y+25=25(2y-1)^2$

$x_1=\frac{26y-1+5(2y-1)}{2}=\frac{36y-6}{2}=18y-3$

$x_2=\frac{26y-1-5(2y-1)}{2}=\frac{16y+4}{2}=8y+2$

$x\geqslant 12y$	$x\geqslant 12y$
$18y-3\geqslant 12y$	$12y\leq 8y+2$
$6y\geqslant 3$	$4y\leq 2$
$y\geqslant\frac{1}{2}$	$y\leq\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ при $y\geq\frac{1}{2}$ $x=18y-3$, при $y\leq\frac{1}{2}$ $x=8y+2$

$(x-6)^2+(6y-3)^2=90$

$x=18y-3$ $\quad (18y-3-6)^2+(6y-3)^2=90$

$81(2y-1)^2+9(2y-1)^2=90$

$(2y-1)^2 = 1$

$y \geqslant \frac{1}{2}$

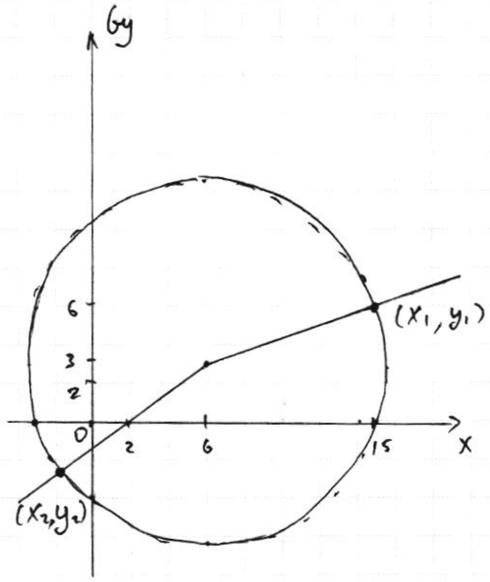
$2y - 1 = 1$

$2y = 2$

$y_1 = 1$

$x_1 = 18y - 3 = 15$

$(15, 1)$



$(x-6)^2 + (6y-3)^2 = 90$

$x = 8y + 2 \quad (8y+2-6)^2 + (6y-3)^2 = 90$

$16(2y-1)^2 + 9(2y-1)^2 = 90$

$(2y-1)^2 = \frac{90}{25}$

$y \leqslant \frac{1}{2} \Rightarrow 2y - 1 \leqslant 0$

$2y - 1 = -\frac{3\sqrt{10}}{5}$

$2y = \frac{-3\sqrt{10}+5}{5}$

$y_2 = \frac{5-3\sqrt{10}}{10}$

$x_2 = 8y + 2 = \frac{4}{5}(5 - 3\sqrt{10}) + 2 =$

$= \frac{20 - 12\sqrt{10} + 10}{5} = \frac{30 - 12\sqrt{10}}{5}$

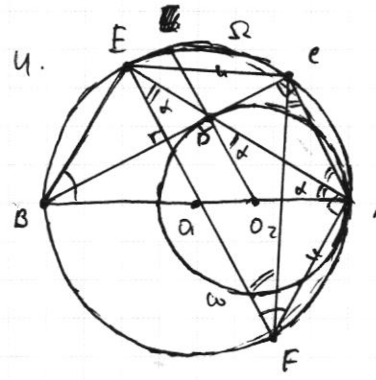
$\left(\frac{30-12\sqrt{10}}{5} ; \frac{5-3\sqrt{10}}{10} \right)$

Ответ: $(15; 1)$

$\left(\frac{30-12\sqrt{10}}{5} ; \frac{5-3\sqrt{10}}{10} \right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



$CD=\frac{15}{2}$, $BD=\frac{17}{2}$ $\quad BC=16$

O_2D – радиус ω, BC кас ω
⇓
$O_2D \perp BC$
⇓
$O_2D \parallel AC$

($AC \perp BC$, тк. $\angle BCA = 90°$, тк. AB – диаметр)

$\angle BDO_2 = \angle BCA$
$\angle B$ – общий $\Rightarrow \triangle BDO_2 \sim \triangle BCA$
⇓
$\frac{BD}{BO_2} = \frac{BC}{BA}$

$\frac{17}{2(2R-r)} = \frac{16}{2R}$, где R – рад. Ω, r – рад. ω

$(2R-r)16 = 17R$

$15R = 16r$

$R = \frac{16}{15}r$

$\cancel{BC^2 = BA^2 - AC^2}$

$BD^2 = BO_2^2 - DO_2^2$

$\left(\frac{17}{2}\right)^2 = (2R-r)^2 - r^2$

$\left(\frac{17}{2}\right)^2 = \left(\frac{17}{15}r\right)^2 - r^2$

$\frac{289-225}{225}r^2 = \frac{289}{4}$ $\quad r^2 = \frac{289 \cdot 225}{256}$

$r = \frac{17 \cdot 15}{16} = \boxed{\frac{255}{16} = r}$

$R = \frac{16}{15}r = \boxed{17 = R}$

Пусть $\angle O_2AD = \alpha$

$\triangle BO_2A$ – р/б $\Rightarrow \angle O_2DA = \alpha$

$FE \parallel DO_2 \Rightarrow \angle FEA = \alpha$

ECAF – впис четырех-угольник

$FE \parallel CA$ ($CA \perp BC$, $FE \perp BC$) $\Rightarrow$ ECAF – трапеция

ECAF – впис. трапеция ⇒ р/б ⇒ $EC = AF$

$\angle AFE$ опирается на дугу AE окр Ω
$\angle EBA$ опир. на AE окр. Ω ⇒ $\angle AFE = \angle EBA$

AB – диаметр ⇒ $\triangle BEA$ – пр/уг

$\angle EBA = 90° - \angle BAE = 90° - \alpha$

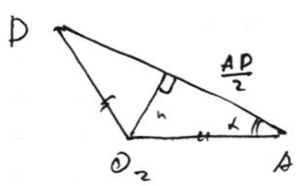
$AD = \sqrt{CA^2 + CD^2} = \cancel{\ }$

$\cancel{\frac{CA}{DO_2} = \frac{BA}{BO_2}}$ $\quad \frac{CA}{DO_2} = \frac{BC}{BD}$ $\quad \cancel{CA = \frac{BC \cdot BA}{BD} = \frac{16 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 2}{17}} =$

$$CA = \frac{16 \cdot 15 \cdot 17 \cdot 2}{16 \cdot 17} = 15 \cdot 2 = 30$$

$$AD = \sqrt{900 + \frac{225}{4}} = \sqrt{\frac{3600+225}{4}} = \sqrt{\frac{3825}{4}} = \frac{5}{2}\sqrt{51}$$

$\triangle O_2DA$ $\quad O_2D = O_2A$ – радиусы ω



$\cancel{h = \sqrt{r^2 - \frac{AD^2}{4}} = \sqrt{\frac{16^2 \cdot 17^2}{16^2} - \frac{3825}{16}} = \sqrt{\frac{\ }{16^2}}}$

$$\cos\alpha = \frac{\frac{AD}{2}}{AO_2} = \frac{AD}{2r} = \frac{5\sqrt{51} \cdot 16}{2 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 15} = \frac{4\sqrt{51}}{3 \cdot 17} = \frac{4\sqrt{51}}{51} = \frac{4}{\sqrt{51}}$$

$$\cos\alpha = \sin(90° - \alpha) = \sin\angle EBA$$

$$\angle AFE = \angle EBA$$

$$\sin\angle AFE = \sin\angle EBA = \cos\alpha = \frac{4}{\sqrt{51}}$$

$$\angle AFE = \arcsin\frac{4}{\sqrt{51}}$$

$\angle EBA = \angle EFA$
$\angle EAB = \alpha = \angle AEF$ ⇒ $\triangle EAF \sim \triangle BEA$

⇓

$\angle EAF = 90°$

$\triangle EAF$ и $\triangle EBA$ подобные и вписаны в одну окружность Ω ⇒ равны
⇒ $FE = AB$ – диаметры

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ΔABF :

$$S_{\Delta AEF} = \frac{1}{2} EA \cdot FA.$$

$$EA = EF \sin \angle AFE$$

$$FA = EF \cos \angle AFE$$

$$S_{\Delta ABF} = \frac{1}{2} EF^2 \sin \angle AFE \cdot \cos \angle AFE$$

$$\sin \angle AFE = \frac{4}{\sqrt{51}} \qquad \cos \angle AFE = \sqrt{1 - \frac{16}{51}} = \sqrt{\frac{51-16}{51}} = \sqrt{\frac{35}{51}}$$

$$S_{\Delta AEF} = \frac{1}{2} \cdot AB^2 \cdot \frac{4}{\sqrt{51}} \cdot \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{51}}$$

$$AB = 2R = 2 \cdot 17 = 34$$

$$S_{\Delta AEF} = \frac{1}{2} \cdot 1156 \cdot \frac{4 \cdot \sqrt{35}}{51} = \frac{2 \cdot 1156 \sqrt{35}}{51} = \frac{2312\sqrt{35}}{51}$$

Ответ: $r = \frac{235}{16}$, $R = 17$, $\angle AFE = \arcsin \frac{4}{\sqrt{51}}$, $S_{\Delta AEF} = \frac{2312\sqrt{35}}{51}$

3. $10x + |x^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x-x^2)}$

$\cancel{x^2-10x+5^{\log_3(10x-x^2)}}$

ОДЗ: $10x - x^2 > 0$

$\Downarrow$

$|x^2-10x| = 10x - x^2$

$10x - x^2 + (10x-x^2)^{\log_3 4} - 5^{\log_3(10x-x^2)} \geq 0$

$10x - x^2 = t \quad t > 0$

$t + t^{\log_3 4} - 5^{\log_3 t} \geq 0$

$t + t^{\log_3 4} - 5^{\log_5 t \log_3 5} \geq 0$

$t + t^{\log_3 4} - t^{\log_3 5} \geq 0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad$ $tg\,\alpha$ — ? $\quad$ $\cos\alpha \neq 0$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = \sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta\cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin 2\alpha(\cos 4\beta - \cos 2\beta) + \cos 2\alpha(\sin 4\beta - \sin 2\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5} + \frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha(\cos 4\beta - \cos 2\beta + 1) + \cos 2\alpha(\sin 4\beta - \sin 2\beta) = \frac{\sqrt5 - 2}{5}$

$\cos 4\beta - \cos 2\beta + 1 = 2\cos^2 2\beta - \cos 2\beta - 1 + 1 = \cos 2\beta(2\cos 2\beta - 1)$

$\sin 4\beta - \sin 2\beta = 2\sin 2\beta\cos 2\beta - \sin 2\beta = \sin 2\beta(2\cos 2\beta - 1)$

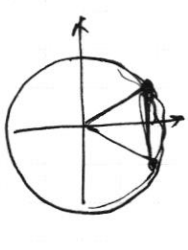
$(2\cos 2\beta - 1)(\sin 2\alpha\cos 2\beta + \cos 2\alpha\sin 2\beta) = \frac{\sqrt5-2}{5}$

$(2\cos 2\beta - 1)(\sin(2\alpha+2\beta)) = \frac{\sqrt5-2}{5}$

$(2\cos 2\beta - 1)\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right) = \frac{\sqrt5-2}{5}$

$1 - 2\cos 2\beta = \frac{5-2\sqrt5}{5}$

$2\cos 2\beta = 1 - \frac{5-2\sqrt5}{5} = \frac{5-5+2\sqrt5}{5} = \frac{2\sqrt5}{5} = \frac{2}{\sqrt5}$



$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\beta = \pm\sqrt{1-\frac{1}{5}} = \pm\sqrt{\frac{4}{5}} = \pm\frac{2}{\sqrt5}$

пусть $\sin 2\beta = \frac{2}{\sqrt5}$:

$\sin 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt5} + \cos 2\alpha \cdot \frac{2}{\sqrt5} = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha + 2\cos 2\alpha = -1$ $\quad$ ~~$|:\cos 2\alpha$~~

~~$tg 2\alpha + 2 + \frac{1}{\cos 2\alpha}$~~

$2\sin\alpha\cos\alpha + 2(2\cos^2\alpha - 1) = -1$

$2\sin\alpha\cos\alpha + 4\cos^2\alpha - 2 = -1$

$2\sin\alpha\cos\alpha + 4\cos^2\alpha - 1 = 0$

$2\sin\alpha\cos\alpha + 4\cos^2\alpha - \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 0$

$2\sin\alpha\cos\alpha + 3\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 0 \quad | : \cos^2\alpha$

$2\,tg\alpha + 3 - tg^2\alpha = 0$

$tg^2\alpha - 2tg\alpha - 3 = 0$

$D = 4 + 4\cdot 3 = 16$

$tg\alpha = \frac{2\pm 4}{2} = \left[\begin{array}{l} 3 \\ -1 \end{array}\right.$

Теперь пусть $\sin 2\beta = -\frac{2}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt5} - \cos 2\alpha \cdot \frac{2}{\sqrt5} = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha - 2\cos 2\alpha = -1$

$2\sin\alpha\cos\alpha - 2(2\cos^2\alpha - 1) + 1 = 0$

$2\sin\alpha\cos\alpha - 4\cos^2\alpha + 2 + 1 = 0$

$2\sin\alpha\cos\alpha - 4\cos^2\alpha + 3(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = 0$

$2\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha + 3\sin^2\alpha = 0 \quad | : \cos^2\alpha$

$2\,tg\alpha - 1 + 3\,tg^2\alpha = 0$

$3\,tg^2\alpha + 2\,tg\alpha - 1 = 0$

$D = 4 + 4\cdot 3 = 16$

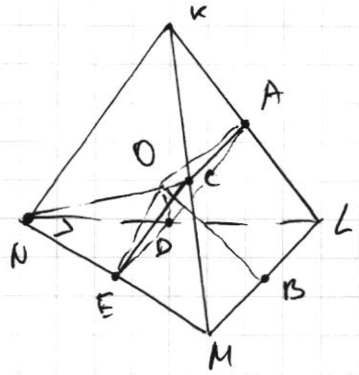
$tg\alpha = \frac{-2\pm 4}{2} = \left[\begin{array}{l} 1 \\ -3 \end{array}\right.$

Ответ: $tg\alpha = 1$, $tg\alpha = -1$, $tg\alpha = 3$, $tg\alpha = -3$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7.

Если точки лежат на одной сфере, и одновременно с этим в одной плоскости, то они лежат на одной окружности, по которой плоскость пересекает сферу

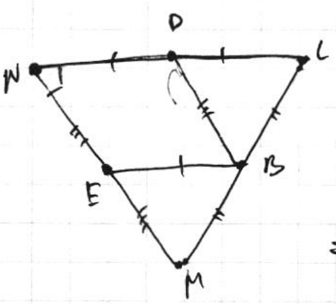


A, B, C, D, E — середины KL, LM, MK, LN и NM соответственно

$OA = OB = OC = OD = OE = ON = R$ — радиус сферы

O — центр сферы

Рассм $\triangle NML$:



$NDBE$ — впис. в окр ω

$\omega = S \cap (NML)$ (S — сфера)

D, B, E — сер. $NL, LM, NM \Rightarrow$

$\Rightarrow DB, EB$ — ср. лин. $\triangle NML$

$\Rightarrow DB = EM = EN$

$EB = ND = DL$ | $\Rightarrow$ $NDBE$ — параллелограм

$NDBE$ — впис

$NDBE$ — паралл. | $\Rightarrow$ $NDBE$ — пр/угольник

$\Rightarrow \triangle NLM$ — пр/уг

C, A — сер. $KM, KL \Rightarrow CA$ — ср. лин. $\triangle KML \Rightarrow CA \parallel ML$, $CA = \frac{1}{2} ML$

E, D — сер. $NM, NL \Rightarrow ED$ — ср. лин. $\triangle NML \Rightarrow ED \parallel ML$, $ED = \frac{1}{2} ML$ | $\Rightarrow$

$\Rightarrow CA \parallel ED \rightarrow$ C, A, E, D лежат в одной плоскости

Рассм $CAED$:

$CA = ED = \frac{1}{2} ML$

Аналогично CE и AD — ср. лин. $\triangle MNK$ и $\triangle LMK \Rightarrow CE = AD = \frac{1}{2} NK$

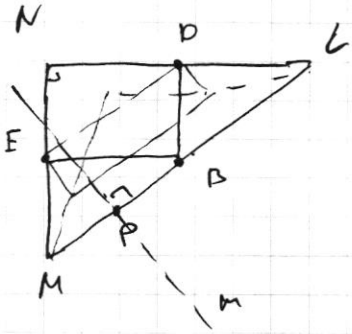
CE = AD   CA = ED ⇒ ~~CADE~~ CADE — параллелограмм

точки C, E, A, D лежат на одной пл. и на одной сфере ⇒

⇒ ~~CADE~~ CADE — впис ⇒ CADE — прямоугольник

$CA = ED = \frac{1}{2} ML$

$\cancel{CA = 2ED = 2\sqrt{\frac{MN^2}{4}+\frac{ML^2}{4}}}$



ΔMNL — пр/уг

P — сер MB $MP = \frac{1}{4} ML$

$m \perp ML$

$P \in m$

(~~вершина K проецируется на пл. KLM в одну у точку m, т.к. MK = 1/3 Kk~~)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6. $\frac{16x-16}{4x-5} \le ax+b \le -32x^2+36x-3$

$y=-32x^2+36x-3$ $\cancel{\ge 0}$ – парабола

$D = 36^2 - 12\cdot 32$

$y\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{32}{16} + \frac{36}{4} - 3 = -2+9-3 = 4$

$y(1) = -32+36-3 = 1$

$\cancel{y}$ $x_в = -\frac{36}{-32\cdot 2} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$

$\cancel{y_в =}$

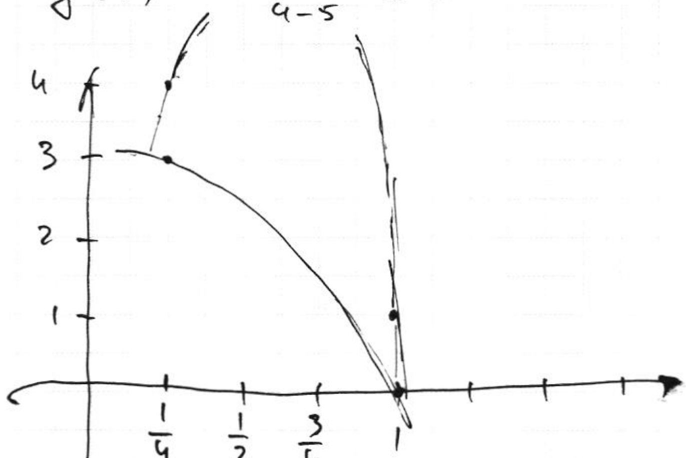
$y=\frac{16x-16}{4x-5}$ – гипербола

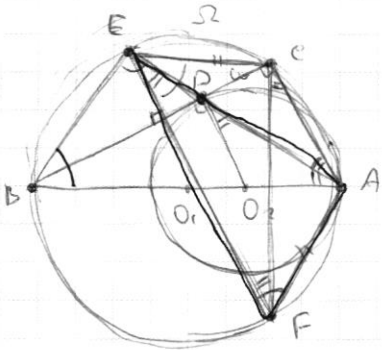
$y' = \frac{16(4x-5)-4(16x-16)}{(4x-5)^2} = \frac{64x-80-64x-64}{(4x-5)^2} = \frac{-124}{(4x-5)^2} \ne 0$

$x \ne \frac{5}{4}$. $\boxed{x=\frac{5}{4}}$ – асимптота

$y\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{4-16}{1-5} = \frac{12}{4} = 3$

$y(1) = \frac{16-16}{4-5} = 0$





$CD = \frac{15}{2}$, $BD = \frac{17}{2}$

$BC = CD + DB = \frac{17+15}{2} = \frac{32}{2} = 16$

$\frac{BD}{BO_2} = \frac{BC}{BA}$

$\frac{17}{2\cdot(2R-r)} = \frac{16}{2R}$

$(2R-r)\cdot 16 = R\cdot 17$

$32R - 16r = 17R$

$15R = 16r$

$\frac{R}{r} = \frac{16}{15}$

$2R - \frac{15}{16}R$

$\frac{32-15}{16}$

$\left(\frac{17}{16}\right)^2 R^2$

$-\left(\frac{17}{16}\right)R^2$

$\frac{17}{15}$

$\left(\frac{17}{15}\right)^2 r^2 + r^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2$

$\frac{289r^2 - 225r^2}{225} = \frac{289}{4}$

$\frac{64r^2}{225} = \frac{289}{4}$

$r^2 = \frac{289\cdot 225}{256}$

$r = \frac{17\cdot 15}{16} = \frac{255}{16}$

$R = \frac{16}{15}r = \cancel{\frac{16}{15}\cdot\frac{17\cdot 15}{16}} = 17$

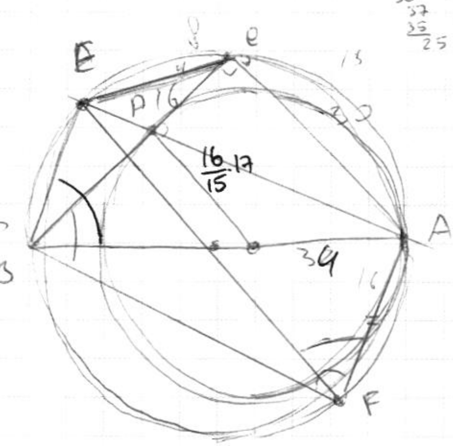
$\frac{255}{16}$

FACE – трапеция $FA = EC$

$\frac{BA}{CA} = \frac{17}{15}$ $\angle CEF + \angle ECA = 180°$

$\angle\alpha + \angle AEC + \angle FCE + \angle\alpha = 180°$

$CA = 30$



$\angle CBA = \angle EFA$

$\angle CBA + \angle ABF = \angle EFA$

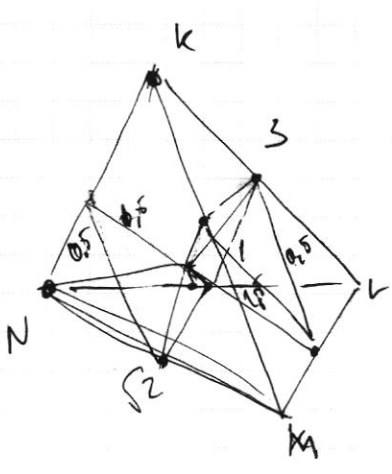
$\angle CBA + 90° - \angle BAF$

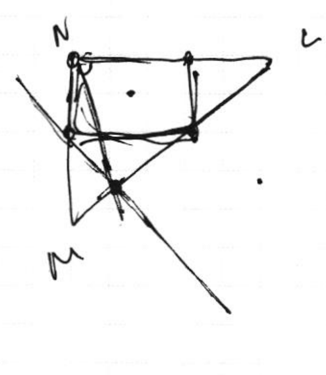
$AD = \sqrt{900 + \frac{225}{4}} = \sqrt{\frac{3600+225}{4}} = \sqrt{\frac{3825}{4}}$

$5\cdot 5\cdot 5\cdot 3\cdot 3\cdot 3$

$3825 = 5\cdot 5\cdot 3\cdot 3\cdot 17$

17.16





$\frac{17}{3}$ 51

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$16+9=25$

$(8y+2-6)^2+(6y-3)^2=90$

$(8y-4)^2+(6y-3)^2=90$

$4^2(2y-1)^2+3^2(2y-1)^2=90$

$25(2y-1)^2=90$

$(2y-1)^2=\frac{18}{5}=\frac{90}{25}$

$2y+1=\pm\sqrt{\frac{90}{25}}=\pm\frac{3\sqrt{10}}{5}$

$2y=\frac{3\sqrt{10}-5}{10}$

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases}$$

$x^2+(6y)^2-2\cdot 6\cdot x-2\cdot 6y\cdot 3=45$

$x^2+(6y^2)-2\cdot 6\cdot x-2\cdot 3\cdot 6y+36+9=45+45$

$(x-6)^2+(6y-3)^2=90$ — окружность

$2xy-12y-x+6>0$

$y(2x-12)>x-6$

$x-12y\geq 0$

$x\geq 12y$

$9^2=81$

$3^2=9$

$(18y-3-6)^2+(6y-3)^2=90$

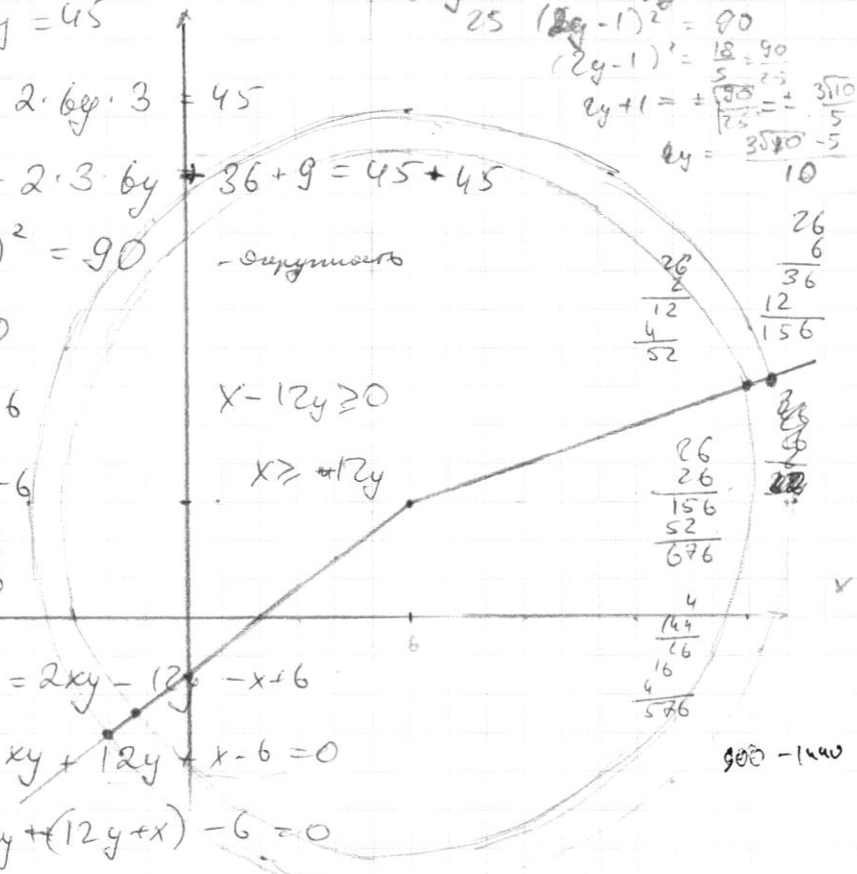
$(18y-9)^2+(6y-3)^2=90$

$9^2(2y-1)^2+3^2(2y-1)^2=90$

$90(2y-1)^2=90$

$2y(x-6)>x-6$

$x>6$, $y>\frac{1}{2}$; $x<6$, $y<\frac{1}{2}$



$2y-1=\pm 1$

$2y-1=-1$

$2y=0$, $2y=2$

$y=0$, $y=1$

$x=-3$, $x=15$

$x^2+144y^2-24xy=2xy-12y-x+6$

$x^2+(12y)^2-26xy+12y+x-6=0$

$(x+12y)^2-50xy+(12y+x)-6=0$

$x^2+x(1-26y)+(144y^2+12y-6)=0$

$D=(1-26y)^2-4(144y^2+12y-6)=676y^2+1-52y-$

$-576y^2-48y+24=100y^2-100y+25=25(4y^2-4y+1)=$

$=25(2y-1)^2$

$D=16-4\cdot 4\cdot 1=0$

$\frac{4}{2\cdot 4}=\frac{1}{2}$

$x\geq 12y$

$18y-3\geq 12y$

$6y-3\geq 0$

$2y\geq 1$

$y\geq\frac{1}{2}$

$x_1=\frac{26y-1+5(2y-1)}{2}=\frac{26y-1+10y-5}{2}=\frac{36y-6}{2}=18y-3$, $y\geq\frac{1}{2}$

$8y+2\geq 12y$

$2\geq 4y$

$y\leq\frac{1}{2}$

$x_2=\frac{26y-1-5(2y-1)}{2}=\frac{26y-1-10y+5}{2}=\frac{16y+4}{2}=8y+2$, $y\leq\frac{1}{2}$

$900-1440$

$26\cdot 6=156$, $26\cdot 26=676$, $144\cdot 4=576$, $26\cdot 2=52$

$18y-3=x$

$3(6y)-3=x$, $y=\frac{1}{2}$

$6y=\frac{x+3}{3}=\frac{x}{3}+1$, $6y=3$

$\frac{8}{6}(6y)+2=x$

$\frac{4}{3}(6y)=x-2$, $(6y)=\frac{3x-2}{4}=\frac{3x}{4}-\frac{3}{2}$

$9^2+3^2=90$

$81+9=90$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)