# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - \sqrt[3]{64y^2 - x^2} = 124, \\ 8y - \sqrt[3]{64y^2 - x^2} = -92. \end{cases}$$

2. [4 балла] Решите неравенство

$$\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \leqslant \log_{2x} \frac{1}{x^3}.$$

3. [5 баллов] Найдите количество семизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12414.

4. [5 баллов] Даны равнобокая трапеция $ABCD$ ($AD$ и $BC$ – основания, $AD > BC$) и окружность $\omega$ с центром $C$, касающаяся стороны $AD$. Касательные к $\omega$, проведённые из точки $B$, пересекают прямую $AD$ в точках $P$ и $Q$ (точка $P$ лежит между $Q$ и $D$). На продолжении стороны $CB$ за точку $B$ выбрана точка $N$ так, что $\angle CPN$ – прямой. Найдите углы $ADC$, $NQC$ и площадь четырёхугольника $NCDQ$, если известно, что $\angle NCP = \operatorname{arctg} \frac{8}{15}$, $AP = \frac{17}{2}$, $NC = 17$.

5. [5 баллов] Дана система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{3}\cos(x+y) = 5\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right), \\ \sin(x+2y) + \sqrt{3}\cos(x+2y) = 8\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right). \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y$, если известно, что оно определено и что этих значений не меньше двух.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x - 14}{2x - 3} \leqslant ax + b \leqslant 2 + \sqrt{\frac{51}{4} - 7x - x^2}$$

выполнено для всех $x$ на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

7. [6 баллов] Дан параллелепипед $KLMNK_1L_1M_1N_1$, грани $KLMN$ и $LMM_1L_1$ которого являются прямоугольниками. Сфера $S$ касается прямых $L_1M_1$ и $M_1N_1$, плоскости $LMM_1$, а также плоскости $KLM$ в точке $K$. Эта сфера повторно пересекает отрезок $KM_1$ в точке $A$. Найдите $\angle NN_1M_1$ и объём параллелепипеда $KLMNK_1L_1M_1N_1$, если известно, что $AK = 5$, $AM_1 = 2$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$\begin{cases} x-\sqrt[3]{64y^2-x^2}=124 \\ 8y-\sqrt[3]{64y^2-x^2}=-92 \end{cases} \qquad 64y^2-x^2=(8y-x)(8y+x)$$

$$-\begin{cases} 8y-\sqrt[3]{64y^2-x^2}=-92 \\ x-\sqrt[3]{64y^2-x^2}=124 \end{cases}$$

$$8y-x=-216$$

$$+\begin{cases} 8y-\sqrt[3]{64y^2-x^2}=-92 \\ x-\sqrt[3]{64y^2-x^2}=124 \end{cases}$$

$$8y+x=32+2\sqrt[3]{64y^2-x^2} \Rightarrow 8y+x=32+2\sqrt[3]{(8y-x)(8y+x)}$$

$$\exists\ 8y+x=t^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^3=32+2\sqrt[3]{-216t^3}$$

$$t^3=32+2(-6)\sqrt[3]{t^3}$$

$$t^3=32-12\sqrt[3]{t^3} \Rightarrow t^3=32-12t$$

| | 1 | 0 | 12 | -32 |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 2 | 16 | 0 |

$$t^3+12t-32=0$$

$$(t-2)(t^2+2t+16)=0$$

$$t^2+2t+16=0 \quad \text{или} \quad t=2$$

$$D_1=1-16=-15$$

$$\Rightarrow D_1<0 \Rightarrow \varnothing \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t=2 \Rightarrow t^3=8 \Rightarrow 8y+x=8 \Rightarrow 8y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8y=8-x \\ \sqrt[3]{64y^2-x^2}=\sqrt[3]{-216\cdot 8}=-12 \end{cases} \Rightarrow$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$x - (-12) = 124 \Rightarrow \quad x = 124 - 12$

$x = 112 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = 1 - \frac{112}{8} = 1 - 14 = -13$

Ответ: $(112; -13)$

№2.

$$\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \le \log_{2x} \frac{1}{x^3}$$

$$\begin{cases} \log_{2x^3} x^9 \ge 0 \\ x > 0 \\ x \ne \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \\ x \ne \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\log_{2x} \frac{1}{x^3} = \log_{2x} 1 - \log_{2x} x^3 =$

$= 0 - \log_{2x} x^3 = -\log_{2x} x^3$

$\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \ge 0$

$\log_{2x} \frac{1}{x^3} \ge \sqrt{\log_{2x^3} x^9} \ge 0 \Rightarrow \log_{2x} \frac{1}{x^3} \ge 0 \Rightarrow$

$\log_{2x^3} x^9 \ge 0$

$\log_{2x^3} x^9 \ge \log_{2x^3} 1$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ x^9 \ge 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x < \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ x^9 \le 1 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ x \ge 1 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ x \le 1 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow$$

$\Rightarrow x \in (0; \frac{1}{\sqrt[3]{2}}) \cup [1; +\infty)$

$\frac{1}{2} \vee \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

$\frac{1}{8} \vee \frac{1}{2}$

$\Rightarrow -\log_{2x} x^3 \ge 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \log_{2x} x^3 \le 0$

$\log_{2x} x^3 \le \log_{2x} 1$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x^3 \le 1 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \\ x^3 \ge 1 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \le 1 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \\ x \ge 1 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in (\frac{1}{2}; 1] \\ \varnothing \end{array}\right. \Rightarrow$$

$\Rightarrow x \in (\frac{1}{2}; 1]$

$$\begin{cases} x \in (\frac{1}{2}; 1] \\ x \in (0; \frac{1}{\sqrt[3]{2}}) \cup [1; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in (\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt[3]{2}}) \cup \{1\}.$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \le -\log_{2x} x^3$$

$$\log_{2x^3} x^9 \le \log^2_{2x} x^3$$

$$3\log_{2x^3} x^3 \le \log_{2x} x^3 \cdot \log_{2x} x^3$$

$$3\frac{\log_2 x^3}{\log_2 2x^3} \le \frac{\log_2 x^3 \cdot \log_2 x^3}{\log_2 2x \cdot \log_2 2x}$$

$$\log_2 x^3\left(\frac{\log_2 x^3}{(\log_2 2+\log_2 x)\cdot(\log_2 2+\log_2 x)} - \frac{3}{\log_2 2+\log_2 x^3}\right) \ge 0$$

$$\cancel{\log_2 x^3\left(\frac{\log_2 x^3}{(1+t)^2} - \frac{3}{1+3t}\right) \ge 0}$$

$$\cancel{3\log_2 x^3}\left(\log_2 x^3\right.$$

$\exists \log_2 x = t$, $\Rightarrow \log_2 x^3 = 3\log_2 x = 3t$

$$3t\left(\frac{3t}{(t+1)^2} - \frac{3}{3t+1}\right) \ge 0$$

$$3t\left(\frac{9t^2+3t-3t^2-6t-3}{(t+1)^2(3t+1)}\right) \ge 0$$

$$3t\left(\frac{6t^2-3t-3}{(t+1)^2(3t+1)}\right) \ge 0 \Rightarrow t\left(\frac{2t^2-t-1}{(t+1)^2(3t+1)}\right) \ge 0$$

$$\frac{t(t-1)(t+\frac{1}{2})}{(t+1)^2(3t+1)} \ge 0$$

к. т. ч. : $0$; $1$; $-\frac{1}{2}$

к. т. з. : $-1$; $-\frac{1}{3}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{array}{cccccccccccc} + & & + & & - & & + & & - & & + & \\ & \circ & & \bullet & & \circ & & \bullet & & \bullet & & \\ & -1 & & -\frac{1}{2} & & -\frac{1}{3} & & 0 & & 1 & & \end{array} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t < -1 \\ \begin{cases} t > -1 \\ t \le -\frac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} t > -\frac{1}{3} \\ t \le 0 \end{cases} \\ t \ge 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x < -1 \\ \begin{cases} \log_2 x > -1 \\ \log_2 x \le -\frac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} \log_2 x > -\frac{1}{3} \\ \log_2 x \le 0 \end{cases} \\ \log_2 x \ge 1 \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x < \log_2 \frac{1}{2} \\ \begin{cases} \log_2 x > \log_2 \frac{1}{2} \\ \log_2 x \le \log_2 \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \\ \begin{cases} \log_2 x > \log_2 \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ \log_2 x \le \log_2 1 \end{cases} \\ \log_2 x \ge \log_2 2 \end{array}\right. \Rightarrow \quad 2 > 1 \Rightarrow f(x)\uparrow \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < \frac{1}{2} \\ \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \le \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \\ \begin{cases} x > \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ x \le 1 \end{cases} \\ x \ge 2 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}; 1\right] \cup \\ \quad \cup [2; +\infty) \\ x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) \cup \{1\} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x \in \left[\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \{1\}.$$

Ответ: $\left[\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \{1\}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

% - берёт ост. от дел. на число

$\Sigma = n \% 10^k + n \% 10^{k+1} + n \% 10^{k+2}$

~~мин~~ ~~k=1~~ чем меньше k, тем меньше сумма

] $k=1 \Rightarrow \Sigma = n \% 10 + n \% 100 + n \% 1000$

ост. от дел. числа

$n = \overline{abcdefg}$:

$\Sigma = \overline{g} + \overline{fg} + \overline{efg}$, кажд. цифра $\leq 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ макс. $\Sigma = 999 + 99 + 9 <$

$< 12414$, не подх.

] $k=2 \Rightarrow \Sigma = n \% 100 + n \% 1000 + n \% 10\,000 +$

ост: $\Sigma = \overline{fg} + \overline{efg} + \overline{defg} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ макс $\Sigma = 9999 + 999 + 99 = 11097 <$

$< 12414$, не подх.

$\begin{cases} \Sigma = 12414 \\ k+2 \leq 7 \\ a \in [1;9] \end{cases} \Rightarrow k \leq 4$.

~~Число~~ т.к. число семизн. $\Rightarrow$ $\Rightarrow k \leq 4$.

] $k = 3 \Rightarrow \Sigma = n \% 1000 + n \% 10000 + n \% 100000 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ост: $\Sigma = \overline{efg} + \overline{defg} + \overline{cdefg}$,

макс $\Sigma > 12414 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ подходит.

т.к. $\Sigma = 12414 \Rightarrow c < 2$;

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)



(Нумеровать только чистовики)

$c=0$ : $\Sigma = \overline{efg} + \overline{defg} + \overline{defg} = 12414$

$$\begin{array}{r} + \overline{defg} \\ \overline{defg} \\ \overline{efg} \\ \hline 12\ \overline{efg} \\ 414 \end{array}$$

$\Rightarrow d < 7$ : $d = 6 \Rightarrow \overline{efg} \cdot 3 = 414 \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{efg} = 138 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ подх. $\Rightarrow$

$\underline{a}\ \underline{b}\ \underline{0}\ \underline{6}\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{8}$

$9 \cdot 10 \qquad = 90$ чисел.

$d = 5$ : $\overline{efg} \cdot 3 = 2414$

$\overline{efg} = 804\frac{2}{3}$

$\overline{efg} \in \mathbb{Z}$ $\Big| \Rightarrow$ не подх.

$d = 4$ : $\overline{efg} \cdot 3 = 4414 \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{efg} > 1000 \Rightarrow \lightning \Rightarrow$

$\Rightarrow\ !\,d$ в этом случае $= 6. \Rightarrow$

$\Rightarrow$ при $c = 0$ и $\underline{k = 3}$ 90 чисел

$c = 1$: $\Sigma = \overline{efg} + \overline{defg} + \overline{1defg} = 12414$

$$\begin{array}{r} \overline{1defg} \\ \overline{defg} \\ \overline{efg} \\ \hline 12414 \end{array}$$

$\Rightarrow$ ~~defg~~ $d < 2$ : $d = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3 \cdot \overline{efg} = 414 \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{efg} = 138$.

$\underline{a}\ \underline{b}\ \underline{1}\ \underline{1}\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{8}$

$9 \cdot 10 \qquad = 90$ чисел.

$d = 0 \Rightarrow 3 \cdot \overline{efg} = 2414 \Rightarrow \lightning$

$\Rightarrow$ 90 чисел при $c = 1$ и $k = 3$

$\exists\ k = 4 \Rightarrow \Sigma = n \,\%\, 10000 + n \,\%\, 100000 + n \,\%\, 1000000 = 12414.$, $\Sigma_{макс} > 12414 \Rightarrow$ подх:

$\Sigma = \overline{bcdefg} + \overline{cdefg} + \overline{defg} \Rightarrow$

$\Rightarrow b = 0,\ c < 2$ !

$C = 1$:

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$\overline{1defg} + \overline{defg} + \overline{efg} = 12414 \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{defg} = 1138 \Rightarrow$

$\underline{a}\ \ \underline{0}\ \ \underline{1}\ \ \underline{1}\ \ \underline{1}\ \ \underline{3}\ \ \underline{8}$

$a=9 \Rightarrow$ 9 чисел.

~~этот~~

Эти числа были учтены в случае $k=3$, $c=1$.

$c=0$:

$\Sigma = 3\overline{defg} = 12414 \Rightarrow \overline{defg} = 4138$

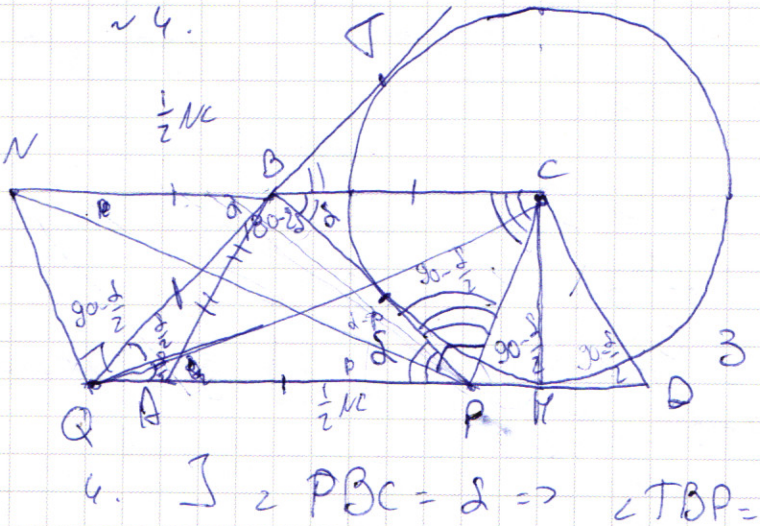
$\underline{a}\ \ \underline{0}\ \ \underline{0}\ \ \underline{4}\ \ \underline{1}\ \ \underline{3}\ \ \underline{8}$

$a=9 \Rightarrow$ 9 чисел.

$\Rightarrow$ Всего чисел: $90+90+9=189$ чисел

Ответ: 189.

№4.




1. $BC$ – бис. $\angle TBP$, т.к. $C$ – центр вневпис. окр.
2. $PC$ – бис. $\angle BPD$, т.к. $C$ – центр вневпис. окр.
3. $QC$ – бис. $\angle BQD$, т.к. $C$ – центр вневпис. окр.
4. Пусть $\angle PBC = \alpha \Rightarrow \angle TBP = 2\alpha \Rightarrow \angle BQP + \angle BPQ = 2\alpha$ (внешн.)

5. $\angle CBP = \angle \cancel{B}BPQ = \alpha$ (накр. лех. $\angle$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BQP = 2\alpha - \angle BPQ = \alpha = \angle BPQ \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle QBP$ – р/б $\triangle$. $\Rightarrow QB = BP$

~~6. $\angle BPD = 180 - \alpha \Rightarrow \angle CPB = 90 - \frac{\alpha}{2}$~~

6. $\angle CPD = \angle BCP$ (накр. л. $\angle$)

$\angle CPD = \angle BPC$ (PC – бис.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BPC = \angle BCP \Rightarrow \triangle BCP$ – р/б $\triangle \Rightarrow$

$\Rightarrow BP = BC$

7. & $\triangle NCP$ = прямоуг $\triangle$:

1. $\angle NPC = 90°$
2. $BP = BC$

$\Big| \Rightarrow PB$ – мед $\triangle NPC \Rightarrow$

$\Rightarrow NB = BC = \frac{1}{2} NC$

$AP = \frac{17}{2} = \frac{NC}{2}$

$\Big| \Rightarrow$ $A\cancel{B}P = BC$, $AP \parallel BC$ $\Big| \Rightarrow$

$\Rightarrow ABCP$ – пар. $\Rightarrow$ $CP = AB$, $AB = CD$ (р/б трап) $\Big| \Rightarrow$

$\Rightarrow CP = CD \Rightarrow \triangle PCD$ (по опр) – р/б $\triangle \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CDP = \angle CPD$ (по св-ву р/б)

$\angle CPD = \angle BCP$ (накр лех $\angle$)

$\Big| \Rightarrow \angle CDP = \angle NCP = \cancel{\angle} = \operatorname{arctg} \frac{8}{15}$.

$\angle CDP = \angle ADC = \operatorname{arctg} \frac{8}{15}$.

8. $\angle BQP = \angle NBQ$ (накр. лех.) $= \alpha$.

9. $BQ = BP$ ($\triangle QBP$ – р/б $\triangle$)

$BP = BC$ ($\triangle BCP$ – р/б $\triangle$)

$\Big| \Rightarrow BQ = BC = \frac{1}{2} NC = NB \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle NBQ$ – р/б $\triangle$. $\Rightarrow$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

9. $\Rightarrow \angle NQB = \dfrac{180 - \angle NBQ}{2} = \dfrac{180-\alpha}{2} = 90 - \dfrac{\alpha}{2}$

10. $\angle BQC = \dfrac{1}{2}\angle BQP = \dfrac{1}{2}\alpha$ ($QC$ – бис.).

11. $\angle NQC = \angle BQC + \angle NQB = 90 - \dfrac{\alpha}{2} + \dfrac{\alpha}{2} = 90^\circ$

12. $\angle NQD = \angle NQC + \angle CQP = \angle NQC + \dfrac{1}{2}\angle BQP = 90 + \dfrac{\alpha}{2}$

$\angle ADC = 90 - \dfrac{\alpha}{2}$

$\Rightarrow \angle NQD + \angle QDC = 180^\circ$ и

$\Rightarrow \angle NQD$ и $\angle QDC$ – одностр. $\angle$ $\Big| \Rightarrow$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} CD \parallel NQ \\ NC \parallel QD \end{array}\right| \Rightarrow NCDQ$ – пар. $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{NCDQ} = CH \cdot NC$

13. $\triangle NCP$ – прямоуг $\triangle \Rightarrow tg\angle NCP = \dfrac{NP}{PC} = \dfrac{8}{15} \Rightarrow$

$\Rightarrow NP = 8x$; $PC = 15x$

Из т. Пиф. $\Rightarrow NC^2 = NP^2 + PC^2 =$

$= 64x^2 + 225x^2 = 289x^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 = \frac{BC^2}{289} = \frac{BC^2}{\cancel{8 \cdot 66}\ 289} \Rightarrow$

$\Rightarrow = \frac{289}{289} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~Ответ~~ $CP = 15.$

14. $\triangle CPH$ - пр. уг. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \operatorname{tg} \angle CPH = \frac{CH}{PH} = \frac{8}{15} \Rightarrow$

$\Rightarrow CH = 8y;\ PH = 15y$

$\Rightarrow$ Из Т. Пифр.:

$225 = 64y^2 + 225y^2 \Rightarrow y = \frac{15}{17}$

$\Rightarrow \cancel{S} = CH = \frac{8 \cdot 15}{17} = \frac{120}{17}$

$S = CH \cdot BC = \frac{120}{17} \cdot 17 = 120$

~~Ответ: $\operatorname{arctg} \frac{8}{15}$; $90°$; $120$.~~

~~Ответ: $90°$; $\operatorname{arctg} \frac{8}{15}$; $120°$~~

Ответ: $\operatorname{arctg} \frac{8}{15}$; $90°$; $120$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

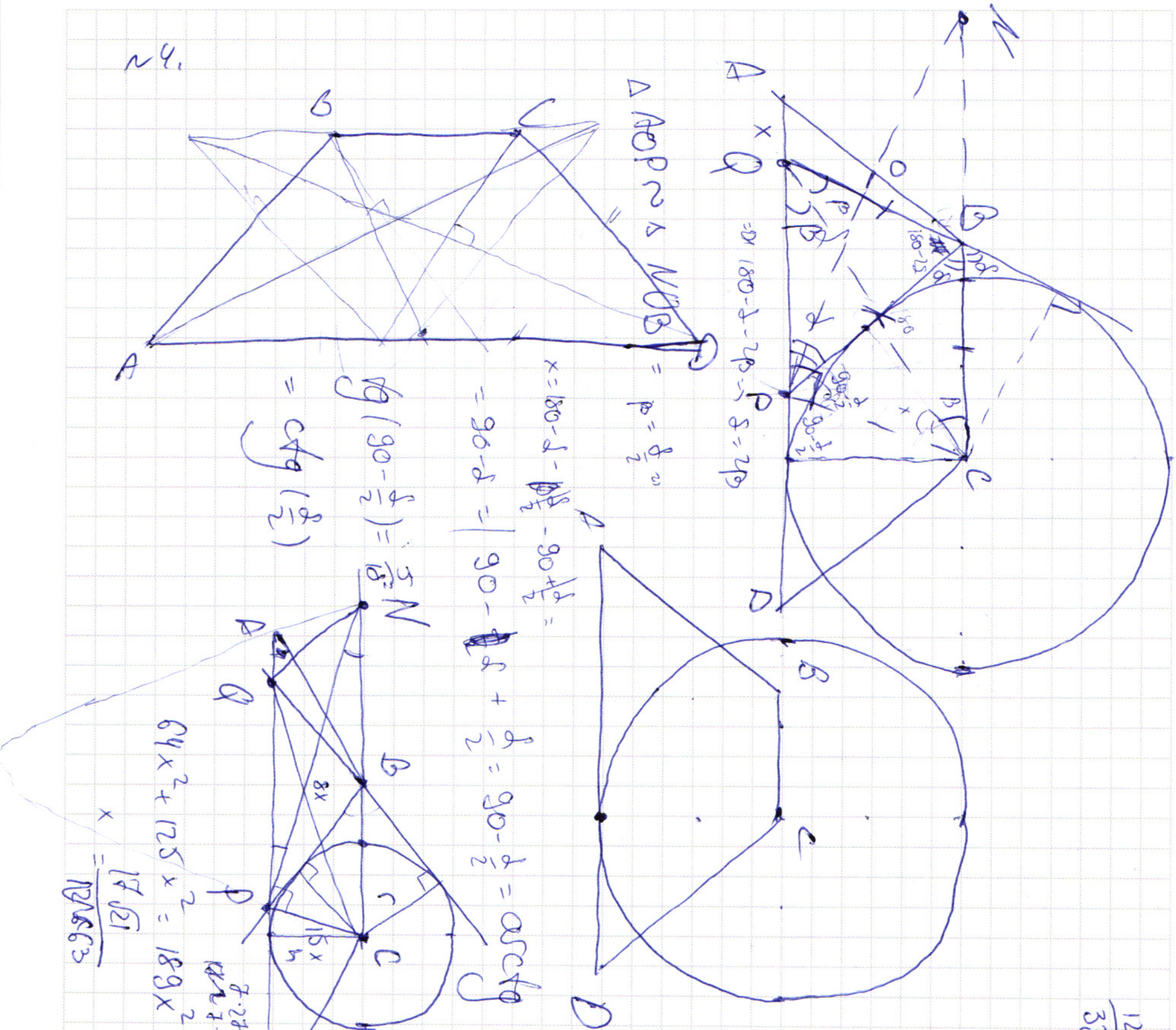
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases}\sqrt{3}\cos(x+y)=5\sin(\frac{\pi}{3}-x)\\ \sin(x+2y)+\sqrt{3}\cos(x+2y)=8\cos(x+\frac{\pi}{6})\end{cases}$$

$$\frac{1}{2}\sin(x+2y)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(x+2y)=4\cos(x+\frac{\pi}{6})$$

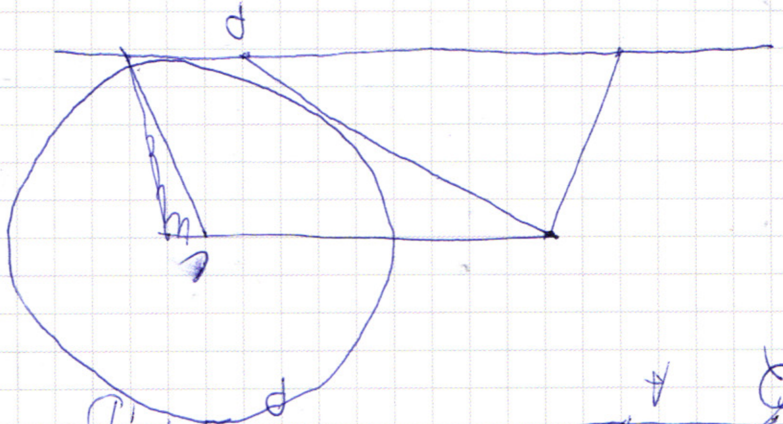
$$\cos\frac{\pi}{6}\cos(x+2y)+\sin\frac{\pi}{6}\sin(x+2y)=4\cos(x+\frac{\pi}{6})$$

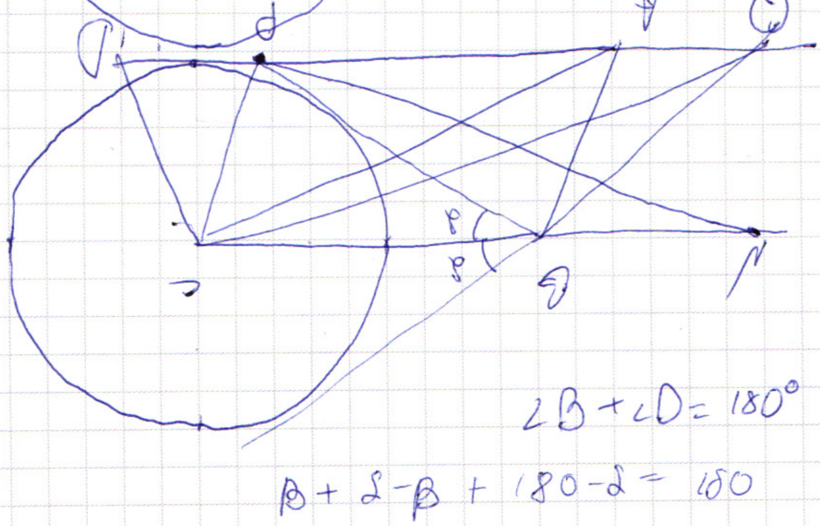
$$\begin{cases}\cos(x+2y-\frac{\pi}{6})=4\cos(x+\frac{\pi}{6})\\ \sqrt{3}\cos(x+y)=5\sin(\frac{\pi}{3}-x)\end{cases}$$

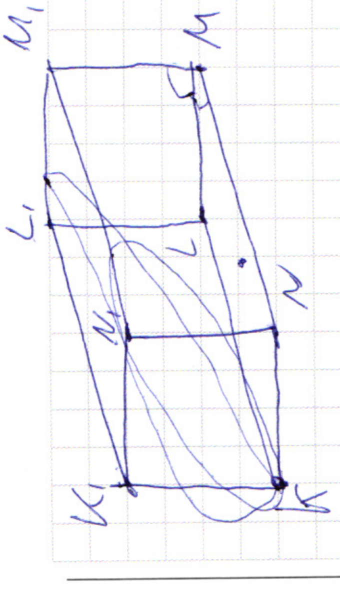
$$\sin^2(\frac{\pi}{6})\cos(x+2y-\frac{\pi}{6})$$

$$\sin(\frac{\pi}{6})(\frac{1}{2}\sin(x+2y)+\sin(x+2y-\frac{\pi}{3})-$$

$$\sin\alpha\cos\alpha= \\ =\frac{1}{2}(\sin(\alpha+\alpha)+\sin 0)$$







$$\angle B+\angle D=180^\circ$$

$$\beta+\delta-\beta+180-\delta=180$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$n \% 10^{k} + n \% 10^{k+1} + n \% 10^{k+2} =$

$= 12414$

$c = 6$

0 c def
c def
def

1 2 3 4 5 % 10 = 5

% 100 = 45

% 1000 = 345

$cdef = \frac{12414}{3} =$

9 99

6 138

9 9

cdef
def
ef

0 0 4 138

+ 999
99
1098
+ 9
1107

$n \cdot n \cdot 0 \cdot cdef$

9 · 9

81

9 9 9 9
9 9 9
9 9 9

+ 9 9 9 9
9 9 9
10 9 9 8
+ 9 9
1 1 0 9 7

$def = \frac{2414}{3}$

11 138
1138
138
12414

9 10 1 1 3 8
a b 0 c d e f

$10^5, 10^4, 10^3$

{0,1}

1 c d e f
9 d e f
def

a 0 0 c d e f

$10^6, 10^5, 10^4$

def = 414

138

a 0 c 0 d e f
1 1 1 3 8

10 def
def
def

3(def) = 2414

def = 804,6

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$32+2\sqrt[3]{64y^2-x^2}$

$x-6\sqrt[3]{32+2\sqrt[3]{64y^2-x^2}}$

$+\frac{3}{124}$

$(8y-x)(8y+x)$

$-216($

$(x-216)^2 = x^2-432x+216^2$

$8y+x = 2\sqrt[3]{-216(8y+x)}+32$

$-\frac{216}{216}$ $0$ $\frac{36}{6}$

$8y+x=-12\sqrt[3]{8y+x}+32$

$(a+b)^3 = (a^3+b^3)(a^2-ab+b^2) = 7 \cdot 35$

$a^3-b^3$

$\frac{216}{-92}$ $124$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

35 5 4 6 9

$(a\pm b)^3 = a^3 \pm$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$

8 3·4·3 36 3·3·2 54 27

$\cancel{(a-b)^3 = a^3-3a^2b-3b^2a+b^3}$

3 2 27 54 36 8

$\cancel{(a-b)^3 = a^3-3a^2b} -$

$(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3b^2a-b^3=1$

3 2 27 54 36 8

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{t(t-1)(t+\frac{1}{2})}{(t+1)^2(3t+1)} \geq 0$ $3\sqrt{\log_{2x^3} x} \leq -3\log_{2x} x$

$\frac{\log_{2x} x}{\log_2 2x} = \frac{t^2}{1+t^2}$

№ 1.

$$\begin{cases} x - \sqrt[3]{64y^2 - x^2} = 124 \\ 8y - \sqrt[3]{64y^2 - x^2} = -92 \end{cases}$$

$x - 8y = 124 + 92$

$x - 8y = 216$

$8y = x - 216$

$y = \frac{x}{8}$

$8y - \sqrt[3]{(8y)^2 - x^2} = -92$

$x - 216 - \sqrt[3]{(x-216)^2 - x^2} = -92$

$x - 216 - \sqrt[3]{216^2 - 432x} = -92$

$x - \sqrt[3]{216(216-2x)} = -92 + 216$

$x - 6\sqrt[3]{216-2x} = 124$

$x - 124 = 6\sqrt[3]{216-2x}$

$(x-124)^3 = 216^2 - 432x$

$x^3 - 3x^2 \cdot 124 + 3 \cdot 124^2 \cdot x - 124^3 = 216^2 - 432x$

$\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \quad \frac{t}{1+3t}$

$\log_{2x^3} x^9 \geq 0$

$\log_{2x^3} x^9 \geq \log_{2x^3} 1$

$$\begin{cases} x > \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ x^9 \geq 1 \end{cases}$$

$x \in (1; +\infty)$

$$\begin{cases} x < \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ x^9 \leq 1 \end{cases}$$

$x \in (0; \frac{1}{\sqrt[3]{2}})$

$$\begin{cases} x \in (0; \frac{1}{\sqrt[3]{2}}) \cup (1; +\infty) \\ x \in (\frac{1}{2}; 1] \end{cases}$$

$\Rightarrow x \in (\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt[3]{2}})$

$\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^3 = \frac{1}{2}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

$\frac{\log_{2} x}{\log_{2} x} \leq -\frac{1}{3}$ $\leq \frac{2}{1+t}$

$\frac{3+3t-1-3t}{(1+3t)(1+t)} \geq 0$

$\frac{2}{(1+3t)(1+t)} \leq 0$

$t = -1$, $t = -\frac{1}{3}$

$t^3 + 12t - 32 = 0$

$8 + 24 - 32 = 32 - 32 = 0$

$\frac{18}{0,027}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$8y = 8 - x$

$8 - x - \sqrt[3]{-216 \cdot 8} = -92$

$8 - x + 12 = -92$

$x = 8 + 12 + 92$

$x = 112 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \frac{8-x}{8} = -13$

$x = 112$

$y = -13$

$112 - \sqrt[3]{64 \cdot 169 - 112^2} = 124$

$112 - \sqrt[3]{(8 \cdot 13 - 112)(8 \cdot 13 + 112)} = 112 - \sqrt[3]{-8 \cdot 216} = 112 + 2 \cdot 6 = 112 + 12 = 124$

$-104 + 12 = -92$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)