# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

ВАРИАНТ 2 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы $\alpha$ и $\beta$ удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6}, \\ x^2+36y^2-12x-36y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x+\left|x^2-10x\right|^{\log_3 4}\geqslant x^2+5^{\log_3\left(10x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности $\Omega$ и $\omega$ касаются в точке $A$ внутренним образом. Отрезок $AB$ – диаметр большей окружности $\Omega$, а хорда $BC$ окружности $\Omega$ касается $\omega$ в точке $D$. Луч $AD$ повторно пересекает $\Omega$ в точке $E$. Прямая, проходящая через точку $E$ перпендикулярно $BC$, повторно пересекает $\Omega$ в точке $F$. Найдите радиусы окружностей, угол $AFE$ и площадь треугольника $AEF$, если известно, что $CD=\frac{15}{2}$, $BD=\frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция $f$ определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел $a$ и $b$ из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа $p$ ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее $x$). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2\leqslant x\leqslant 25$, $2\leqslant y\leqslant 25$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x-16}{4x-5}\leqslant ax+b\leqslant -32x^2+36x-3$$

выполнено для всех $x$ на промежутке $\left[\frac{1}{4};1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина $N$ которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра $KN$. Известно, что $KL=3$, $KM=1$, $MN=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра $LM$. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6}, \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-12y=\sqrt{2y\cdot(x-6)-(x-6)}, \\ x^2-12x+36+36y^2-36y+9=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-12y=\sqrt{(x-6)\cdot(2y-1)}, \\ (x-6)^2+9\cdot(2y-1)^2=90 \end{cases}$$

ОДЗ $x,y$: $\begin{cases} x-12y\geq 0, \\ (x-6)(2y-1)\geq 0 \end{cases}$

Пусть $a=x-6 \Rightarrow x=a+6$, $b=2y-1 \Rightarrow y=\frac{b+1}{2}$, тогда

$$\begin{cases} a+6-12\cdot\frac{b+1}{2}=\sqrt{ab}, \\ a^2+9b^2=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-6b=\sqrt{ab}, \\ a^2+9b^2=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{a^2-12ab\, a=3\cdot\sqrt{10-b}} \\ \end{cases} \begin{cases} a^2-12ab+36b^2=ab, \\ a^2+9b^2=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2-13ab+36b^2=0, \\ a^2+9b^2=90 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 27b^2-13ab=-90, \\ a^2+9b^2=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{27b^2+90}{13b}, \\ a^2+9b^2=90 \end{cases} (b\neq 0)$$

Рассмотрим отдельно второе уравнение системы:

$$\frac{(27b^2+90)^2}{169b^2}+9b^2=90 \Rightarrow \frac{9\cdot(9b^2+30)^2}{169b^2}+9b^2-90=0 \Rightarrow \frac{81b^4+\overset{540}{\cancel{180}}b^2+900}{169b^2}=10-b^2 \Rightarrow 81b^4+\overset{540}{\cancel{180}}b^2+900=1690b^2-169b^4 \Rightarrow$$

$$\cancel{\Rightarrow 250b^4-1510b^2+900=0 \Rightarrow 25b^4-151b^2+90=0 \Rightarrow b^2=\frac{151\pm\sqrt{151^2-4\cdot 2540}}{50}=\frac{151\pm\sqrt{22801-9000}}{50}=151\pm\sqrt{22801}\sqrt{13801}}$$

$$\Rightarrow 250b^4-1150b^2+900=0 \Rightarrow 5b^4-23b^2+18=0 \Rightarrow b^2=\frac{23\pm\sqrt{529-360}}{10}=\frac{23\pm 13}{10} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b^2=1, \\ b^2=3{,}6 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=\pm 1, \\ b=\pm\sqrt{3{,}6}. \end{array}\right.$$

1) $b=1 \Rightarrow a=\frac{27+90}{13}=9$, $x=a+6=15$, $y=\frac{b+1}{2}=1$, а т.к. $15-12\geq 0$ и $(15-6)\cdot(2-1)\geq 0$, то $(15;1)$ – решение

2) $b=-1 \Rightarrow a=\frac{27+90}{-13}=-9$, $x=a+6=-3$, $y=\frac{-1+1}{2}=0$, а т.к. $-3-12\cdot 0<0$, то не подходит под ОДЗ

3) $b=\sqrt{3{,}6} \Rightarrow a=\frac{27\cdot 3{,}6+90}{13\cdot 6\cdot\sqrt{0{,}1}}=\frac{27\cdot 0{,}6+15}{13\sqrt{0{,}1}}=\frac{31{,}2}{13\sqrt{0{,}1}}$, $x=\frac{31{,}2}{13\sqrt{0{,}1}}+6$, $y=\frac{\sqrt{3{,}6}+1}{2}$, $(x-6)(2y-1)\geq 0$ – ист., $x-12y=\frac{31{,}2}{13\sqrt{0{,}1}}-6\sqrt{3{,}6}=$
$=\frac{31{,}2-6\cdot 13\cdot 6}{13\sqrt{0{,}1}}<0$, сл-но, не подходит под ОДЗ

4) $b=-\sqrt{3{,}6} \Rightarrow a=-\frac{31{,}2}{13\sqrt{0{,}1}}$, $x=\frac{-31{,}2}{13\sqrt{0{,}1}}+6$, $y=\frac{-\sqrt{3{,}6}+1}{2}$, $(x-6)(2y-1)\geq 0$ – ист., $x-12y=-\frac{31{,}2}{13\sqrt{0{,}1}}+6\sqrt{3{,}6}>0$, сл-но, $\left(6-\frac{31{,}2}{13\sqrt{0{,}1}};\frac{1-\sqrt{3{,}6}}{2}\right)$ – решение

Ответ: $(15;1)$, $\left(6-\frac{31{,}2}{13\sqrt{0{,}1}};\frac{1-\sqrt{3{,}6}}{2}\right)$

№3

$10x+|x^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$

ОДЗх: $10x-x^2>0 \Rightarrow x\in(0;10)$, $|x^2-10x|=10x-x^2$

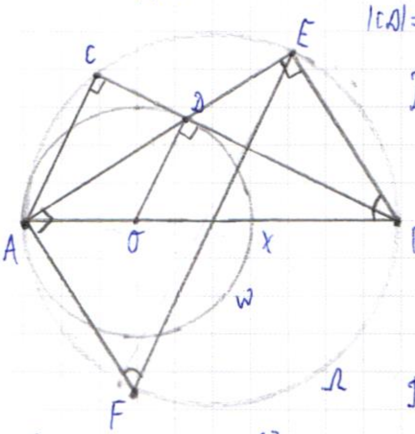
$10x+(10x-x^2)^{\log_3 4} \geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)} \Rightarrow (10x-x^2)^{\log_3 4}-(10x-x^2)^{\log_3 5}+10x-x^2\geq 0 \Rightarrow 4^{\log_3(10x-x^2)}-5^{\log_3(10x-x^2)}+3^{\log_3(10x-x^2)}\geq 0$

Пусть $\log_3(10x-x^2)=a$, тогда $4^a+3^a\geq 5^a \Rightarrow (0{,}8)^a+(0{,}6)^a\geq 1$. Т.к. $0{,}8^2+0{,}6^2=0{,}64+0{,}36=1$, то $a\geq 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \log_3(10x-x^2)\geq 2 \Rightarrow 10x-x^2\geq 9 \Rightarrow x^2-10x+9\leq 0 \Rightarrow x\in[1;9]$

Ответ: $x\in[1;9]$.

№4




$|CD|=7{,}5$, $|BD|=8{,}5$, радиусы-?, $\angle AFE$-?, $S(\triangle AEF)$-?

Решение.

$|BC|=|CD|+|BD|=16$. Т.к. $\angle ACB$ опирается на диаметр $[AB]$, то $\angle ACB=90°$

Пусть O - центр окр-ти w, тогда $[OD]\perp[BC]$ как радиус касательной,

сл-но, $[AC]\parallel[DO]$, $\triangle ACB\sim\triangle ODB$, $\frac{|OD|}{|AC|}=\frac{|BD|}{|BC|}=\frac{|BO|}{|AB|}$

Пусть радиус окр-ти Ω равен R, окр-ти w - r, тогда $|AB|=2R$, $|BO|=2R-r$

$\frac{|OB|}{|AB|}=\frac{|BD|}{|BC|} \Rightarrow \frac{2R-r}{2R}=\frac{\frac{17}{2}}{16} \Rightarrow \cancel{32R-16r}\ 64R-32r=17R \Rightarrow \cancel{64R=49r},\ 15R=16r,\ r=\frac{15}{16}R,\ \cancel{R=\frac{49}{64}r}$. По т. Пифагора $|AC|=\sqrt{4R^2-256}=2\sqrt{R^2-64}$,

~~$\frac{|OD|}{|AC|}=\frac{|BD|}{|BC|} \Rightarrow \frac{r}{2\sqrt{R^2-64}}=\frac{17}{32} \Rightarrow 16r=17\sqrt{R^2-64} \Rightarrow 256r^2=289\cdot\frac{7^4}{8^4}r^2-289\cdot 64 \Rightarrow r^2\cdot(256+\frac{289\cdot 49^2}{64^2})=289\cdot 64 \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow r^2=\frac{289\cdot 64\cdot 64^2}{289\cdot 49^2-64^3\cdot 4}=\frac{17^2\cdot 8^2\cdot 64^2}{693889-}$~~ Пусть $[AB]\cap$ Окр. $w=X$. По св-ву секущей и касательной $|BX|\cdot|AB|=|BD|^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2R\cdot(2R-2r)=\frac{17^2}{4} \Rightarrow 16R^2-16Rr=289 \Rightarrow$ ~~$\frac{49^2r^2}{4\cdot 64}-\frac{49r^2}{4}=289 \Rightarrow r^2\cdot(\frac{2401}{256}-\frac{49}{4})=289 \Rightarrow r^2\cdot(\frac{49\cdot 149}{}$~~

$\Rightarrow 16R^2-16R\cdot\frac{15}{16}R=289 \Rightarrow R^2=289 \Rightarrow R=17$, $r=\frac{15\cdot 17}{16}$

$\angle AFE=\angle ABE$ как вписанные, $\angle AEB=90°$ как вписанный, опир-ся на диаметр. По т. Пифагора $|AD|=$

$=\sqrt{|AC|^2+|CD|^2}=\sqrt{4R^2-256+\frac{225}{4}}=\sqrt{4\cdot 289-256+\frac{225}{4}}=\sqrt{\frac{4624-1024+225}{4}}=\frac{\sqrt{3825}}{2}$, по т. косинусов $\cos EAB=\frac{|AD|^2+|AB|^2-|BD|^2}{2\cdot|AD|\cdot|AB|}=$

$=\frac{\frac{3825}{4}+4\cdot 289-256}{2\cdot\frac{15\sqrt{17}}{4}\cdot 2\cdot 17}=\frac{3825+16\cdot 289-256\cdot 4}{4\cdot 15\cdot 17\cdot\sqrt{17}}=\frac{3825+4624-1024}{4\cdot 15\cdot 17\cdot\sqrt{17}}=\frac{7425}{4\cdot 15\cdot 17\cdot\sqrt{17}}=\frac{495}{4\cdot 17\cdot\sqrt{17}}$; $\sin AFE=\cos EAB=\frac{495}{4\cdot 17\cdot\sqrt{17}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AFE=\arcsin(\frac{495}{4\cdot 17\cdot\sqrt{17}}$

$\triangle AEF=\triangle AEB \Rightarrow \angle FAE=90°$, $S(\triangle AEF)=\frac{1}{2}\cdot|BE|\cdot|AB|\cdot\sin EBA=\frac{1}{2}\cdot|AB|^2\cdot\cos EBA\cdot\sin EBA$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

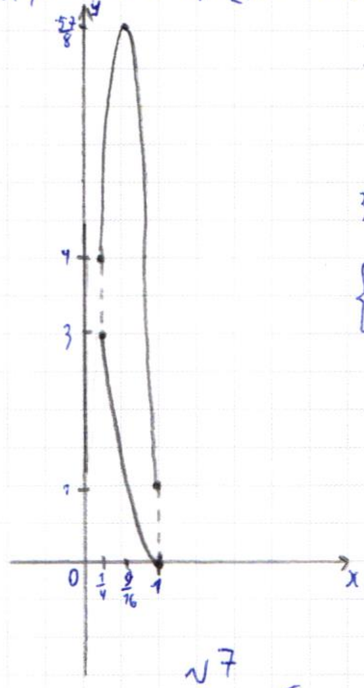
№5

$\frac{16x-16}{4x-5} \le ax+b \le -32x^2+36x-3,\ x\in[\frac{1}{4};1]$

$f_1(x)=\frac{16x-16}{4x-5}=4+\frac{4}{4x-5}$ - график ф-ии - гипербола, $f_1(\frac{1}{4})=4-1=3$, $f_1(1)=4-4=0$

$f_2(x)=-32x^2+36x-3$ - график ф-ии - парабола (ветви вниз), $x_в=\frac{36}{64}=\frac{9}{16}$, $y_в=\frac{-81}{8}+\frac{18\cdot 9}{8}-\frac{24}{8}=\frac{57}{8}=7\frac{1}{8}$

$f_2(\frac{1}{4})=-2+9-3=4$, $f_2(1)=-32+36-3=1$




Т.к. график $ax+b$ - прямая, при этом оба условия (ниже параболы, выше гиперболы) выполняются одновременно на пр-ке $[\frac{1}{4};1]$, сл-но, прямая при $x=\frac{1}{4}$ $3\le y_1\le 4$ и при $x=1$ $0\le y_2\le 1$, $y=ax+b$

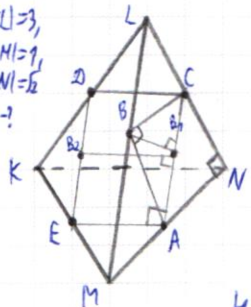
$\begin{cases} 3\le \frac{1}{4}a+b\le 4, \\ 0\le a+b\le 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3\le -\frac{3}{4}a\le -3, \\ 0\le a+b\le 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}a=-3, \\ 0\le a+b\le 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-4, \\ 4\le b\le 5 \end{cases}$

Значит, $a=-4$, $b\in[4;5]$

Ответ: $a=-4$, $b\in[4;5]$

№7

$|KL|=3$,
$|KM|=1$,
$|MN|=\sqrt{2}$
$|LM|$-?




Пусть A - середина $[MN]$, C - сер-а $[LN]$, B - $[LM]$, D - $[LK]$, E - $[KM]$. Т.к. любое сечение сферы даёт окружность, то чет-ники EDCA и ABCN вписанные, а т.к. $[BC]\parallel[AN]$, $[AB]\parallel[CN]$, $[EA]\parallel[KN]\parallel[CD]$, $[ED]\parallel[LM]\parallel[AC]$ как средние линии, то EDCA и ABCN - прямоугольники (т.к. в пар-мме противоположные углы равны, а в вписанном чет-нике их сумма равна 180°), сл-но, $\angle LNM=90°$, $|EB|=\frac{|KL|}{2}=1{,}5$, $|BD|=\frac{|KM|}{2}=0{,}5$, $|BC|=\frac{|MN|}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}$, по т. Пифагора $|AC|^2=|AN|^2+|CN|^2 \Rightarrow \frac{|LM|^2}{4}=\frac{|MN|^2}{4}+\frac{|LN|^2}{4} \Rightarrow$

$|LM|^2=2+|LN|^2$

№5

Т.к. любое составное число можно представить в виде пр-я простых, то

p: $f(2)=0$, $f(3)=0$, $f(5)=1$, $f(7)=1$, $f(11)=2$, $f(13)=3$, $f(17)=4$, $f(19)=4$, $f(23)=5$

сост.: $f(4)=f(2)+f(2)=0$, $f(6)=0$, $f(8)=0$, $f(9)=0$, $f(10)=1$, $f(12)=0$, $f(14)=1$, $f(16)=0$, $f(15)=1$, $f(18)=0$, $f(20)=1$, $f(21)=1$,

$f(22)=2$, $f(24)=0$, $f(25)=2$

В целом, для любого целого $x$ $f(x)$ равен сумме $f(p)$, где $p$ - его простые делители.

~~Если $x$ и $y \in \mathbb{N}$, $2 \le x \le 25$ и $2 \le y \le 25$~~ Любое же рациональное можно представить как частное целых и посчитать его, н-р, $f(2)=f\left(\frac{6}{3}\right)=f(6)+f\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right)=0$, $f(5)=f\left(\frac{25}{5}\right)=f(25)+f\left(\frac{1}{5}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{5}\right)=1$

т.е. $f(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$, но при этом $f \geq 0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad tg\alpha - ?$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos2\beta + \sin2\beta\cos(2\alpha+2\beta) + \sin2\alpha = -\frac{2}{5}$

$4^a - 5^a + 3^a \geq 0$

$4^a + 3^a \geq 5^a$

$2+1{,}7 \geq 2{,}2$

$x = 10^{2}$

$(10x-x^2)^{\log_3 4} = a$

$a - a \quad a^{\log_3 4} - a^{\log_3 5} + a \geq 0$

$a^{\log_3 \frac{4}{3}} + 1 \geq a^{\log_3 \frac53}$

$\sqrt{2y(x-6)-1(x-6)} = \sqrt{(x-6)(2y-1)}$

$x>12y \begin{cases} x-12y = \sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases} \Rightarrow x^2-24xy+144y^2 = 2xy-12y-x+6$

$(x^2-12x+36)+(36y^2-36y+9)=90 \Rightarrow (x-6)^2+(6y-3)^2=90$

$6 \quad 2\cdot6\cdot3$

$10x+|x^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)} \Rightarrow 10x+|x^2-10x|^{\log_3 4} - x^2 - (10x-x^2)^{\log_3 5} \geq 0$

ОДЗ $10x-x^2>0 \Rightarrow x\cdot(x-10)<0 \Rightarrow x\in(0;10)$

$(10x-x^2)^{\log_3 4} - (10x-x^2)^{\log_3 5} + 10x - x^2 \geq 0$

$\geq 0 \quad \geq 0 \quad \geq 0$

$(10x-x^2)\cdot((10x-x^2)^{\log_3\frac43} - (10x-x^2)^{\log_3\frac53}+1)$

$(10x-x^2)^{\log_3\frac43}\cdot(1-$

$(10x-x^2)^{\log_3 4} + (10x-x^2) \geq (10x-x^2)^{\log_3 5}$

$(10x-x^2)\cdot((10x-x^2)^{\log_3 4-1} - 1) \geq (10x-x^2)^{\log_3 5}$

$(10x-x^2)^{\log_3 4-1} - 1 \geq (10x-x^2)^{\log_3 5-1}$

$(10x-x^2)^{\log_3\frac43} - 1 \geq (10x-x^2)^{\log_3\frac53}$

$\begin{cases} x-12y = \sqrt{(x-6)(2y-1)} \\ (x-6)^2+9(2y-1)^2=90 \end{cases}$

$x-6=a,\ x=a+6$

$2y-1=b,\ y=\frac{b+1}{2}$

$\begin{cases} a-6b = \sqrt{ab} \\ a^2+9b^2=90 \end{cases}$

$a^2-13ab+36b^2=0$

$a^2+9b^2=90$

$27b^2-13ab=90$

$a = \frac{27b^2+90}{13b}$

$a^2 = \frac{36\cdot b^2+8100}{169b^2} + 9b^2 = 90$

$a^2 + \frac{9(8100-540a^2+9a^4)}{169a^2} = 90$

$9\cdot8100 - 540\cdot9a^2 + 81a^4 = 90\cdot169a - 169a^4$

$250a^4 - 90\cdot($

$a^2-13ab+36b^2=0$

$4a^2+36b^2=90$

$3a^2+13ab=90 \Rightarrow b = \frac{90-3a^2}{13a}$

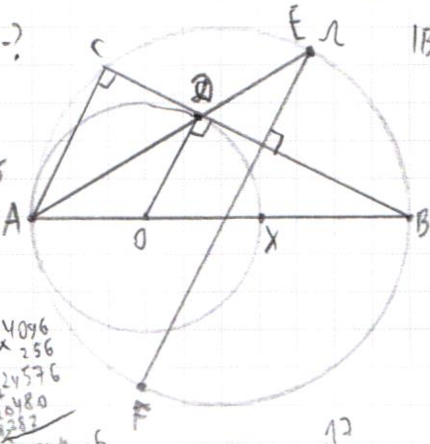
$21801 \mid 3 \quad 7267 \ ?$

$\Omega - R,\ \omega - r$

$R_1, R_2$, $\angle AFE$, $S(AEF)$ $-?$

$|CD|=7{,}5$

$|BD|=8{,}5$




$|BD|^2 = |BX|\cdot|AB| = 2R\cdot(2R-2r) = 4R^2-4Rr = \frac{17^2}{4}$

$\frac{|BD|}{|BC|} =$

$64^3\cdot4 = 2^{20}$

Вычисления на полях: $289\cdot64 = 18496$; $256\cdot16$; $1024\cdot4$; $138{,}01 : 118$; $118\cdot118 = 13924$; $27\cdot6 = 162$; $7425 : 15$; $4624 + 3825 = 8449$; $8449 - 1024 = 7425$; $3825 : 5 = 765$; $765 : 5 = 153$; $153 : 9 = 17$; $225\cdot17 = 3825$; $7425 : 5 = 1485$; $1485 : 3 = 495$; $495 : 17$; $64\cdot64 = 4096$; $4096\cdot256 = 1048576$; $289\cdot16 = 4624$; $151\cdot151 = 22801$; $64\cdot64\cdot64$; $3512+225 = 3737$; $49\cdot49 = 2401$; $2401\cdot289 = 693889$; $17\cdot17 = 289$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

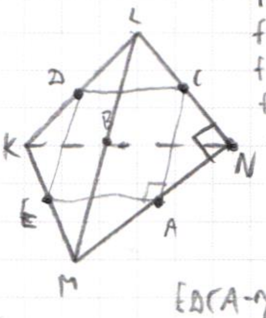
$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(p)=[p/4]$

$f(2)=0$
$f(3)=0$
$f(5)=1$
$f(7)=1$
$f(11)=2$
$f(13)=3$
$f(17)=4$

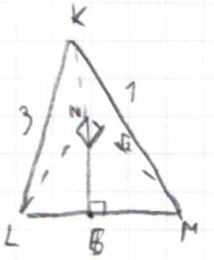
$f(6)$

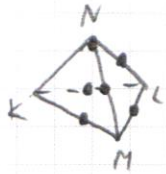
$|KL|=3$
$|KM|=1$
$|MN|=\sqrt{2}$



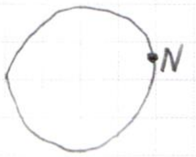

EDCA-прям-ник

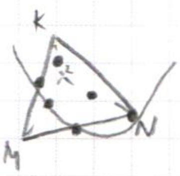
ABCN-~~квадрат~~ прям-ник




$f(2)=f(6\cdot\frac{1}{3})=f(6)+f(\frac{1}{3})=>f(\frac{1}{3})=0$





$\frac{16\cdot(x-1)}{4x-5}$

$\frac{16x-16}{4x-5} \leq ax+b \leq -32x^2+36x-3$

$x_B=\frac{-36}{-2\cdot 32}=\frac{9}{16}$, $y_B=\frac{-32\cdot 81}{16\cdot 16}+\frac{36\cdot 9}{16}-3=-\frac{81}{8}+\frac{18\cdot 9}{8}-\frac{24}{8}=\frac{81-24}{8}=\frac{57}{8}$

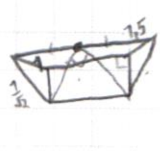
$\frac{16x-20+4}{4x-5}=4+\frac{4}{4x-5}\leq ax+b \leq -32x^2+36x-3$

$x=\frac{1}{4}$: $4+(-1)=3\leq ax+b\leq -32\cdot\frac{1}{16}+9-3=4$

$x=1$: $4+(-4)=0\leq ax+b \leq 1$

$f_1(\frac{1}{2})=4+-\frac{4}{3}=$

$12\leq 1k+4b\leq 16$
$0\leq k+b\leq 1$
$12\leq 3b\leq 15$
$4\leq b\leq 5$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА