МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

$=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$

$3(x^2 - 3x,\quad 3x(x-2)+y(3y-4)=4$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17} \end{cases}$$

$\cancel{2\alpha+2\beta = x}$

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{8}{17} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{\sin}\ \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ -\frac{2}{\sqrt{17}}\cos 2\beta = -\frac{8}{17} \end{cases}$$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

1) $\begin{cases} \sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}} \\ \cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \\ \cancel{\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}} \end{cases}$

$\cancel{\sin 2\alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} + \frac{1}{\sqrt{17}}}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\sin 2\beta$

$\sin(2\alpha+2\beta) + \sin 2\beta = 0$

$2\sin(\alpha+2\beta)\cos\alpha = 0$, т.к. $tg\alpha$ - существует, то $\cos\alpha \neq 0$

$\sin(\alpha+2\beta) = 0$

$\sin\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos\alpha = 0$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$\sin\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos\alpha = 0 \quad |:\cos\alpha \neq 0$, т.к. $tg\alpha$ – сущест.

$tg\alpha \cos 2\beta = -\sin 2\beta$

$tg\alpha = -tg 2\beta$

$tg\alpha = -\frac{1}{4}$

2) $\begin{cases} \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha + 2\beta) = \sin 2\beta \end{cases}$

$2\sin\alpha \cos(\alpha + 2\beta) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \sin\alpha = 0 \\ \cos(\alpha + 2\beta) = 0 \end{array}\right.$

I) $\sin\alpha = 0 \Leftrightarrow tg\alpha = 0$

$\cos\alpha\cos 2\beta - \sin\alpha\sin 2\beta = 0 \quad |:\cos\alpha$, $tg\alpha$ – существует

$\cos 2\beta - tg\alpha \sin 2\beta = 0$

$tg\alpha = ctg 2\beta$

$tg\alpha = -4$

Ответ: $-\frac{1}{4}; -4; 0$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0=0 \\ 3+\frac{4}{3}-6-\frac{8}{3}=4 \end{cases}$$

$$-3-\frac{4}{3}=4$$

$$-\frac{13}{3}=4 \ (л)$$

$\begin{cases} x=1 \\ y=\frac{2}{3} \end{cases}$ не корни

$$3y-2x=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$$

$$(3y-2)-2(x-1)=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$$

$$(3y-2)-\sqrt{(3y-2)(x-1)}-2(x-1)=0$$

1) $\begin{cases} x>1 \\ y>\frac{2}{3} \end{cases}$

$$\frac{(3y-2)}{x-1}-\sqrt{\frac{3y-2}{x-1}}-2=0$$

$$\sqrt{\frac{3y-2}{x-1}}=t \qquad t>0$$

$$t^2-t-2=0$$

$t=-1$ (неудул) $\quad t=2$

$$\sqrt{3y-2}=2\sqrt{x-1}$$

$$3y-2=4x-4$$

$$3y-4x=-2$$

$$3y=4x-2$$

$$(3y-2)^2=16(x-1)^2$$

$$\cancel{\frac{(4x-2)^2}{3} + 3x^2 - \frac{4}{3}(4x-2) - 6x = 4}$$

$$\cancel{\frac{1}{3}(4x-2)(4x-2-4)}$$

$$\cancel{\frac{16x^2-16x+4}{3} - \frac{16x+8}{3} + 3x^2 - 6x = 4}$$

$$3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4$$

$$3(x-1)^2 + 3y^2 - 4y = 7$$

$$3(x-1)^2 + 3\left(y^2 - \frac{4}{3}y + \frac{4}{9}\right) = 7 + \frac{4}{3}$$

$$3(x-1)^2 + \frac{(3y-2)^2}{3} = \frac{25}{3}$$

$$3(x-1)^2 + \frac{16}{3}(x-1)^2 = \frac{25}{3}$$

$$25(x-1)^2 = 25$$

$$(x-1)^2 = 1$$

$$x-1 = \pm 1$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \text{ (не уд усл)} \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

2) $\begin{cases} x < 1 \\ y < \frac{2}{3} \end{cases}$

$$\left(\frac{3y-2}{x-1}\right) + \sqrt{\frac{3y-2}{x-1}} - 2 = 0$$

$$\sqrt{\frac{3y-2}{x-1}} = 1 \qquad \sqrt{\frac{3y-2}{x-1}} = -2 \text{ (не сущ)}$$

$$\begin{cases} 2 - 3y = 1 - x \\ 3(x-1)^2 + \frac{(x-1)^2}{3} = \frac{25}{3} \end{cases}$$

$$10(x-1)^2 = 25$$

$$x - 1 = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x = 1 + \sqrt{\frac{5}{2}} \text{ (не уд усл)}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}} \\ y = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{5}{2}} \end{array}\right.$$

Ответ: $(2;2)$ $\left(1-\sqrt{\frac{5}{2}}; \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{5}{2}}\right)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$$

$$\log_4(x^2+6x)=\frac{\ln(x^2+6x)}{\ln 4}=\frac{\ln(x^2+6x)\cdot\ln 3}{\ln 3\,\ln 4}=$$

$$=\log_3(x^2+6x)\cdot\log_4 3$$

ОДЗ:

$$x^2+6x>0$$

$$(x^2+6x)^{\log_4 3}+x^2+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}$$

$x^2+6x=a$ $\quad a>0$, модуль можно убрать, т.к. подмодульное выражение больше 0 на ОДЗ.

$$a^{\log_4 3}+a \geq a^{\log_4 5} \Big| : a^{\log_4 5}$$

$\cancel{a(}$

$\cancel{a^{\frac{\log_4 3}{\log_4 5}}+a}$

$$a^{\log_4 3-\log_4 5}+a^{1-\log_4 5}\geq 1$$

$$a^{\log_4 \frac{3}{5}}+a^{\log_4\frac{4}{5}}\geq 1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4 a}+\left(\frac{4}{5}\right)^{\log_4 a}\geq 1$$

$$f(a)=a^{\log_4\frac{3}{5}}=\left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4 a},\quad a>0$$

$$f'(a)=\log_4\frac{3}{5}\cdot a^{\left(\log_4\frac{3}{5}-1\right)}<0$$, при любом $a \Rightarrow$

$\Rightarrow$ функция убывает,

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

~~сд~~ $g(a) = \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_4 a}$ – аналогично $f(a)$ – убывает =>

=> $f(a)+g(a)$ – убывает => единственный раз пересекает 1 => имеет решение если находится выше прямой $\varphi(a)=1$, т.к. убывает, то $\log_4 a \le 2$, т.к. при $\log_4 a = 2$ пересекает $\varphi(a)$.

$$\log_4 a \le 2$$
$$0 < a \le 16$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x - 16 \le 0 \end{cases}$$
$$(x+8)(x-2) \le 0$$
$$x \in [-8; 2]$$

ОДЗ:

$x^2 + 6x > 0$

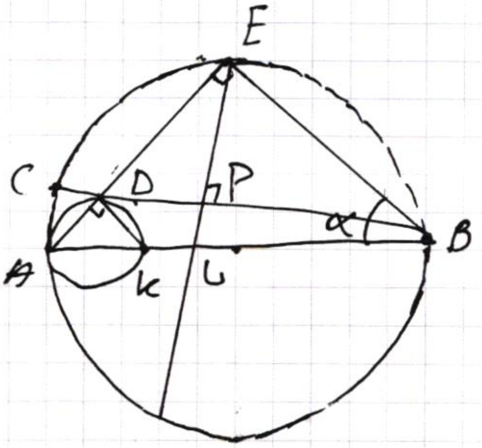
~~$x \in [-6; 0]$~~

$x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$

~~Ответ: $x \in (-6; 0)$~~

Ответ: $x \in [-8; -6) \cup (0; 2]$

№4



$AD \cdot DE = CD \cdot DB$

$\frac{AE}{AD} = \frac{R}{r}$ из подобия

$\triangle AEB \sim \triangle ADK$

$\cancel{\frac{AD + AE}{AD} = \frac{R}{r}}$

$\cancel{\frac{AE}{AD} = \frac{R-r}{r}}$

$AD = \frac{r}{R} \cdot AE$

$DE = AE - AD = AE - \frac{r}{R} AE = AE \frac{R-r}{R}$

$AE^2 \cdot \frac{r(R-r)}{R^2} = CD \cdot DB = \frac{65}{4}$

$AE^2 = \frac{R^2}{r(R-r)} \cdot \frac{65}{4}$

$\sin^2\alpha = \frac{AE^2}{4R^2} = \frac{65}{16 \cdot r(R-r)}$ $\angle ABE = \alpha = \angle AKD$

$\angle ADB = 90° - \alpha$ (между хордой и касательной)
$\angle DKL = 180° - \alpha$
$\angle DPL = 90°$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KLP = 2\alpha \Rightarrow \angle LBP = 90° - 2\alpha$ $\triangle BCA$ - прямоуг (опирается на AB) $\Rightarrow BC \cdot \cos 2\alpha = 2R$

$9(1 - 2\sin^2\alpha) = 2R$ $\quad 1 - 2\sin^2\alpha = \frac{2}{9} R$

$1 - \frac{65}{8r(R-r)} = \frac{2}{9} R$

$\frac{1}{R} - \frac{65}{8rR(R-r)} = \frac{2}{9}$

$\cancel{8r(R-r) = \frac{2}{9} R r (R-r) + 65}$

$\frac{1}{R} - \frac{65}{2r \cdot BD^2} = \frac{2}{9}$ $\quad BD^2 = \cancel{2} R(R-r)$ (т. о кас и сек)

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$\angle DAK = \angle KDB = 90^\circ - \alpha$~~

$\angle DKL = 180^\circ - \alpha$

$$\frac{1}{R} \cancel{+} \frac{5}{26r} = \frac{2}{9}$$

$$26r - 5R = \frac{2}{9} \cdot 26 \cdot r \cdot R$$

$$26r\left(1 - \frac{2}{9}R\right) = 5R$$

$$26r = \frac{45R}{9-2R}$$

$$4R(R-r) = BD^2$$

$$R - \frac{45R}{26(9-2R)} = 26 \cdot 9R - 72R^2 - 45R$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$$

$$f(x)=\frac{4x-3}{2x-2} = \frac{4x-4}{2(x-1)} + \frac{1}{2(x-1)} = 2+\frac{1}{2(x-1)}$$

$$g(x) = 8x^2-34x+30 \qquad g(3)=0$$

$$g(1)=4$$

$$x_0 = \frac{34}{16} = \frac{17}{8}$$

$$g\left(\frac{17}{8}\right) = \frac{17^2}{8} - \frac{17^2\cdot 2}{8} + 30 = -\frac{17^2}{8}+30 =$$

$$= \frac{240-17^2}{8} = \frac{240-289}{8} = -\frac{49}{8} = -6,125$$

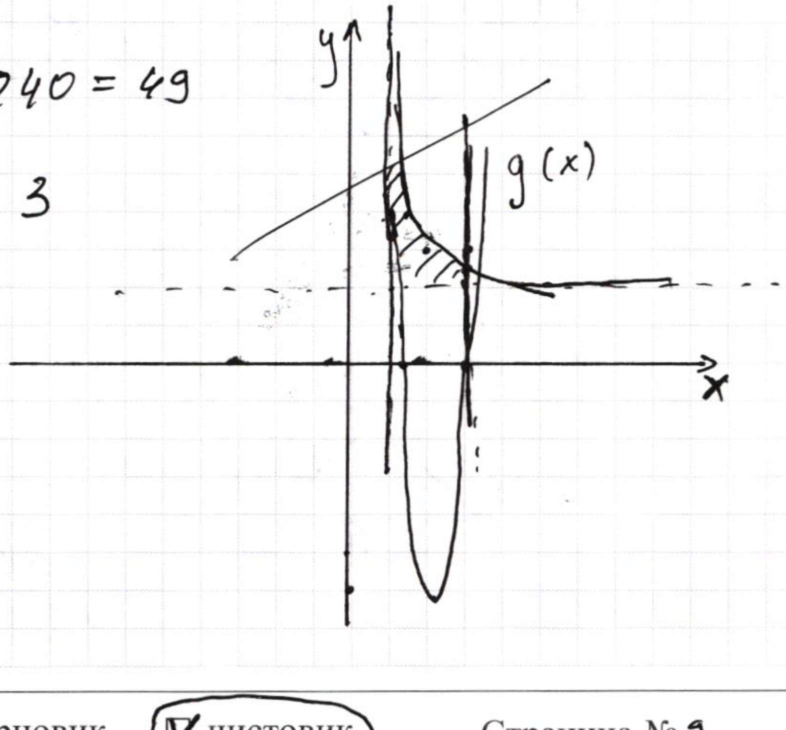
$$17^2=(20-3)^2 = 400-120+9 = 289$$

$$\cancel{g(x)=} \quad \frac{D}{4} = 17^2-240 = 49$$

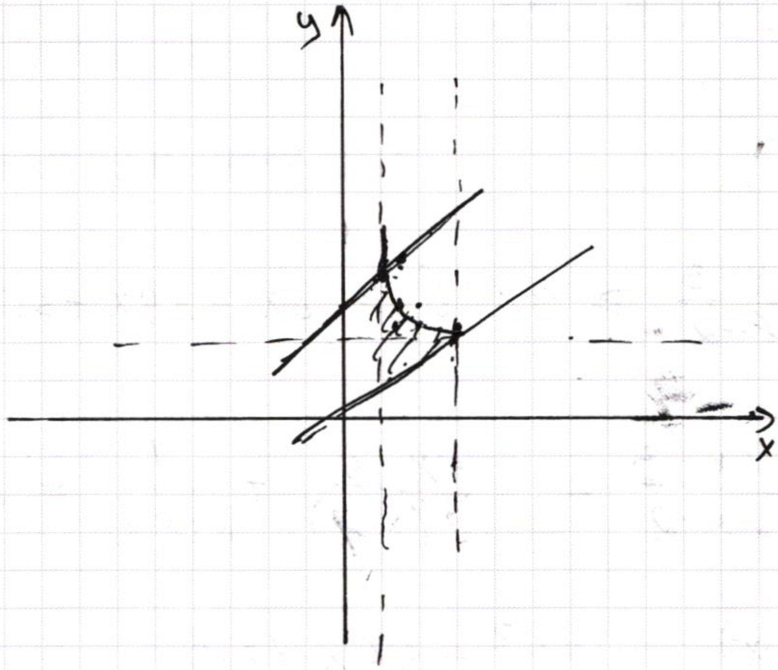
$$x_1 = \frac{17+7}{8} = 3$$

$$x_2 = \cancel{17}\,\frac{5}{4}$$

$$\cancel{g(x)=}$$



$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b$



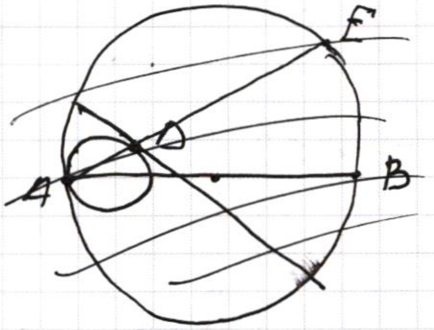
$x+3$

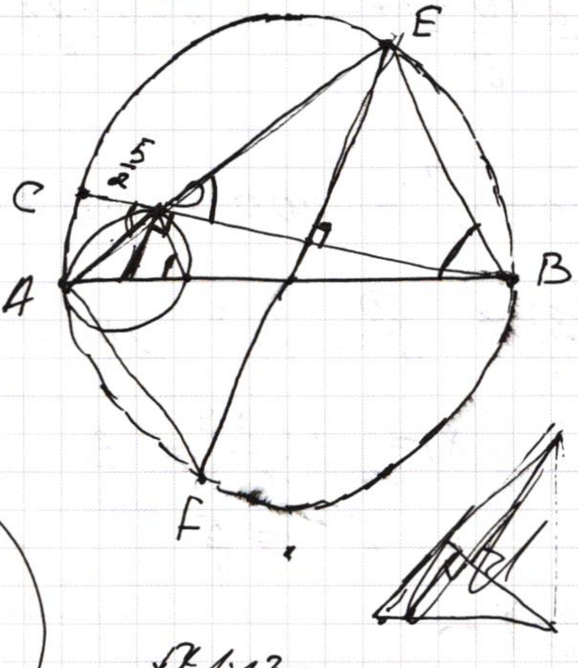
~~$f(x) = 2 + \frac{1}{2(x-1)}$~~

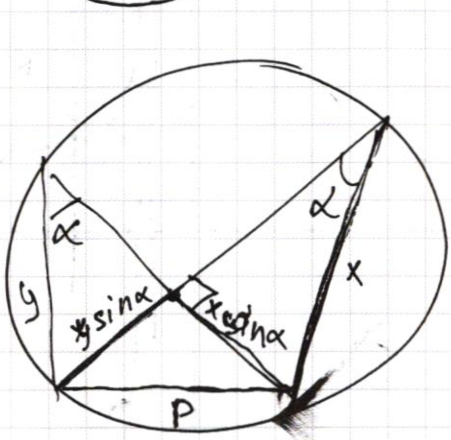
$f(x) = 2 + \frac{1}{2(x-1)}$

$f(3) = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ ~~$y = ax+b$ проходит~~

$ax+b \leq \frac{9}{4}$







~~$x^2\sin^2\alpha$~~

$\frac{p}{\sin\alpha} = 2R$

$4R^2 = x^2 + y^2$

$\frac{\sqrt{x^2\sin^2\alpha + y^2\sin^2\alpha}}{\sin\alpha} = 2R$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$$3y-2x=\sqrt{3y(x-1)-2(x-1)}$$

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{(3y-2)(x-1)} \\ \cancel{3x(x-1)+y(3y-2)=4+3x+2y} \end{cases}$$

$\cancel{y \geq \frac{2}{3}}$ ОДЗ: $\cancel{(3y-2)(x-1)\geq 0}$

$\cancel{9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y}+2$

$\cancel{9y^2-15xy+4x^2=2-(2x+3y)}$

$\cancel{3x^2+3y^2-y-8x=4+\sqrt{3xy-2x-3y+2}}$

$3x^2-6x+b \quad +3y^2-4y+a=4+a+b$

$\frac{D}{4}=9-3b=0$

$b=3$

$\cancel{3y}$ $\frac{D}{4}=4-3a=0 \quad a=\frac{3}{4} \qquad \frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$3(x-1)^2 \quad + \qquad\qquad 3\left(y-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{(3y-2)^2}{3}$

$$\begin{cases} 3(x-1)^2 + \dfrac{(3y-2)^2}{3} = 7 + \dfrac{3}{4} = \dfrac{31}{4} \\ \sqrt{(3y-2)(x-1)} = (3y-2x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y-2 = a \\ x-1 = b \end{cases} \qquad a-2b = 3y-2x$$

$$\begin{cases} 3b^2 + \dfrac{a^2}{3} = \dfrac{31}{4} \\ a-2b = \sqrt{ab} \end{cases}$$

$$a - \sqrt{ab} - 2b = 0 \quad | : b$$

$$\frac{a}{b} - \sqrt{\frac{a}{b}} - 2 = 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = 2 \qquad \sqrt{a} = 2\sqrt{b}$$

$$a^2 = 16b^2$$

$$3b^2 + \frac{16}{3}b^2 = \frac{31}{4}$$

$$\frac{25}{3}b^2 = \frac{31}{4}$$

$$b^2 = \frac{93}{100}$$

$$\cancel{f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) =}$$

$$\cancel{= \left[\frac{x}{4}\right] + \left[\frac{1}{4y}\right]}$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$$

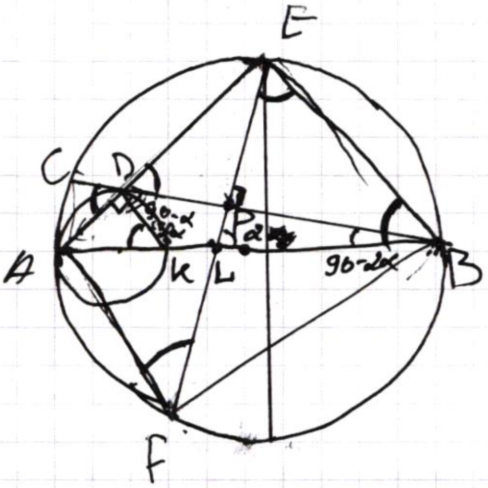
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$BD^2 = 2R(2R-2r)$

R – радиус Ω

r – радиус ω

~~отрез~~ теорема о касательной и секущей

$\cancel{AD \cdot DE =}$

$DE \cdot AE = 2R(2R-2r)$

$\cancel{DE \cdot AE = CD \cdot DB}$

$\cancel{DE\ CDE}$

$AE^2 + EB^2 = 2R$

$AD \cdot DE = CD \cdot DB$

$\triangle AEB \sim \triangle ADK$ (по острому углу) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{r}{R}$

$AE = \frac{R}{r} \cdot AD$

$\cancel{\frac{R}{r} \cdot AD^2 = CD}$ $\quad \frac{r}{R} AE^2 = CD \cdot DB$

$\angle AKD = \angle ADC$ (угол между хордой и кас) $\Big| \Rightarrow$

$\angle ADC = \angle PEB$ (вертик)

$\Rightarrow \cancel{\triangle ADK \sim \triangle DEP \Rightarrow A}$ $\angle PBE = \angle PEB$ (т.к. $\angle AEB = 90$)

$\Rightarrow \angle ABE = \angle AKD = \angle PEB \Rightarrow \angle AFE = \angle ABE$ (на одну дугу)

$\Rightarrow \angle AFE = \angle FEB$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\angle AKD = \alpha$; $\angle DKB = 180 - \alpha$

$\angle KDB = 90^\circ - \alpha$ ($\angle$ между хордой и касат)

$\angle DPL = 90^\circ$ (по усл)

$180^\circ - \alpha + 90^\circ - \alpha + 90^\circ + \angle KLP = 360^\circ$

$\angle KLP = 2\alpha$

$AB = BC \cdot \sin(90^\circ - 2\alpha) = BC \cdot \cos 2\alpha$

$\sin\alpha = \frac{AE}{AB} = \frac{AE}{2R} =$

$AE = \sqrt{\frac{R}{r} CD \cdot DB}$

$\sin^2\alpha = \frac{R\, CD \cdot DB}{4 R^{\cancel{2}} r} = \frac{CD \cdot DB}{4Rr} = \frac{13 \cdot 5}{16 \cdot R \cdot r}$

$AB = BC \cdot \left(1 - \frac{13 \cdot 5}{8 R \cdot r}\right)$

$\begin{cases} 18 R^2 r = 9 \left(8 R r - 13 \cdot 5\right) \\ \frac{13^2}{4} = 4R^2 + 4rR \end{cases}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)