

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}, \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$|x^2 - 26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x - x^2)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC , повторно пересекает Ω в точке F . Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF , если известно, что $CD = 12$, $BD = 13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $4 \leq x \leq 28$, $4 \leq y \leq 28$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8 - 6x}{3x - 2} \geq ax + b \geq 18x^2 - 51x + 28$$

выполнено для всех x на промежутке $(\frac{2}{3}; 2]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TU . Известно, что $XU = \sqrt{3}$, $TU = \sqrt{2}$, $TZ = 2$. Найдите длину ребра XZ . Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N^3 \quad |x^2 - 26x| \log_5 12 + 26x \geq x^2 + 13 \log_5 (26x - x^2)$$

$$26x - x^2 > 0 \quad (\log_5 26x - x^2 - \text{отрицательн})$$

$$|x^2 - 26x| = |26x - x^2| \quad (\text{по свойству})$$

$$\forall t = 26x - x^2 > 0$$

$$|x^2 - 26x| \log_5 12 + 26x - x^2 \geq 13 \log_5 (26x - x^2)$$

$$t \log_5 12 + t \geq 13 \log_5 t$$

$$\forall z = \log_5 t \quad \text{или} \quad 5^z = t \quad \text{то}$$

$$12^z + 5^z \geq 13^z \quad : 13^z$$

$$\left(\frac{12}{13}\right)^z + \left(\frac{5}{13}\right)^z \geq 1 \quad \text{при } z=2 - \text{равенство.}$$

при увелич z функция убывает

$$\left(\frac{12}{13}\right)^x + \left(\frac{5}{13}\right)^x - \text{убывает} \Rightarrow z \leq 2, \text{ тогда}$$

$$t > 0 \quad \vee \quad t \leq 25. \quad \Rightarrow \quad 0 < x^2 - 26x \leq 25$$

$$\begin{cases} x^2 - 26x > 0 \\ x^2 - 26x \leq 25 \end{cases} \begin{cases} x \in (0; 26) \\ x \in [1; 25] \end{cases} \quad x \in [1; 25]$$

Ответ: $x \in [1; 25]$

№5 Давайте научимся считать $f(x)$, где натур.
 $x = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \dots$ (разлож. на простые множит)

$$x = \underbrace{p_1 \cdot p_1 \dots}_{a_1} \cdot \underbrace{p_2 \cdot p_2 \dots}_{a_2} \dots$$

$$f(x) = f(\underbrace{p_1 \cdot p_1 \dots}_{a_1}) + f(\underbrace{p_2 \cdot p_2 \dots}_{a_2})$$

$$f(x) = f(p_1) \cdot a_1 + f(p_2) \cdot a_2 + \dots$$

$$f(x) = \left[\frac{p_1}{4} \right] a_1 + \left[\frac{p_2}{4} \right] a_2 + \dots$$

$$f(x) = f\left(\frac{x}{y}\right) + f(y) \text{ по услов } \Rightarrow f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$$

$$\text{Тогда если } f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \Rightarrow f(x) - f(y) < 0 \Rightarrow f(x) < f(y)$$

то есть нужно посчитать кол-во пар x, y , где $f(x) \neq f(y)$
 это будет кол-во всех пар, где $f(x) = f(y)$

Всего пар $25 \cdot 25$ т.к от 4 до 25 чисел.

Составим таблицу значений:

$f(x)$	x	кол-во чисел	кол-во пар:
0	4; 6; 8; 9; 12; 16; 18; 24; 27	= 9	$9 \cdot 9 = 81$
1	5; 7; 10; 14; 15; 20; 21; 28	= 8	$8 \cdot 8 = 64$
2	11; 22; 25	= 3	$3 \cdot 3 = 9$
3	13; 26;	= 2	$2 \cdot 2 = 4$
4	17; 19	= 2	$2 \cdot 2 = 4$
5	23	= 1	$1 \cdot 1 = 1$

$$\Delta = 81 + 64 + 9 + 4 + 4 + 1 = 163 \text{ пары, где } f(x) = f(y)$$

Каждая группа соответствует ребню 1 графа G , что $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

$$\text{Ответ: (все пары) - (пары равных)} = 25^2 - 163 = 462$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \sin(\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{\sqrt{17}} \end{cases} \quad \begin{cases} \sin(\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ 2 \cdot \sin(\alpha + 2\beta) \cdot \cos 2\beta = -\frac{2}{\sqrt{17}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(\alpha + 2\beta) = \frac{1}{\sqrt{17}} \\ \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}} \end{cases} \quad \begin{cases} \sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}; \sin 2\beta = \pm \frac{4}{\sqrt{17}} \\ \sin(\alpha + 2\beta) \cdot \cos 2\beta + \cos(\alpha + 2\beta) \cdot \sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{2}{\sqrt{17}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}; \sin 2\beta = \pm \frac{4}{\sqrt{17}} \\ \sin(\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \cos(\alpha + 2\beta) = \pm \frac{4}{\sqrt{17}} \\ \sin(\alpha + 2\beta) \cdot \cos 2\beta + \cos(\alpha + 2\beta) \cdot \sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{2}{\sqrt{17}} \end{cases}$$

$$\frac{-1}{\sqrt{17}} \pm \frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} + \sin 2\alpha = -\frac{2}{\sqrt{17}}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{17}} \pm \frac{16}{17} + \frac{2}{\sqrt{17}} = \sin 2\alpha \Rightarrow \sin 2\alpha = \left[\begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{17}} \\ -\frac{15}{17} \end{array} \right]$$

$$\text{Если } \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = \pi k + \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \pi k + \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \pm 1$$

$$\sin 2\alpha = -\frac{15}{17} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \pm 1$$

Поэтому если $\sin 2\alpha = -\frac{15}{17}$

$$\cos 2\alpha = \pm \frac{8}{17} \Rightarrow \operatorname{tg} 2\alpha = \pm \frac{15}{8}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \left[\begin{array}{l} \frac{15}{8} \\ -\frac{15}{8} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha = x \Rightarrow -15x^2 - 16x = 0 \\ \operatorname{tg} \alpha = -\frac{15}{17} \Rightarrow -15x^2 - 16x + 15 = 0 \end{array} \right] \Rightarrow x_{1,2} = \left[\begin{array}{l} \frac{16 \pm 34}{-30} \\ \frac{16 \pm 34}{30} \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \left[\begin{array}{l} \frac{5}{3} \\ \frac{3}{5} \end{array} \right]$$

$$x_{1,2} = \left[\begin{array}{l} \frac{5}{3} \\ \frac{3}{5} \end{array} \right]$$

Ответ: $\operatorname{tg} \alpha = \pm 1; \pm \frac{3}{5}; \pm \frac{5}{3}$

$$\begin{cases} y-6x = \sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45 \end{cases}$$

$$(y-6x)^2 = xy - 6x - y + 6$$

$$y^2 + xy(13x-1) + 36y^2 + 6x - 6 = 0$$

$$D = (-13x)^2 - 4 \cdot 36$$

$$25(x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow y = \frac{13x-1 \pm \sqrt{25(x-1)^2}}{2}$$

$$y_{1,2} = \begin{cases} 9x-3 \\ 4x+2 \end{cases} \quad y = 9x-3 \Rightarrow y-6 \geq 0 \text{ т.к. } y-6 < \sqrt{xy-6x-y+6}$$

$$y = 4x+2 \Rightarrow 4x+2-6x \geq 0 \Rightarrow 2 \geq 2x \Rightarrow \boxed{1 \geq x} \quad \dots \geq 0 \quad 3x \geq 3 \quad \boxed{x \geq 1}$$

$$y = 9x-3; x \geq 1 \quad | \quad y = 4x+2; x \leq 1$$

$$x > 1 \text{ подставим } y = 9x-3 \text{ во 2:}$$

$$9x^2 + 9x^2 - 18x - 12 \cdot (9x-3) = 45$$

$$90x^2 - 180x + 45 = 45$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 \Rightarrow (x; y) = (2; 15) \\ x_2 = 0 \Rightarrow \text{н.к.} \quad (x > 1) \end{cases}$$

$$x \leq 1 \quad \& \quad 9x^2 + (4x+2)^2 - 18x - 12(4x+2) = 45$$

$$25x^2 - 50x - 20 = 45$$

$$\frac{5}{18} \cdot (x-1)^2 = 1$$

$$(x-1)^2 = \frac{18}{5}$$

$$x_{1,2} = \begin{cases} 1 + 3\sqrt{\frac{2}{5}} \\ 1 - 3\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases} \quad \begin{cases} -1 - 3\sqrt{\frac{2}{5}} \\ 1 + 3\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases}$$

$$x_2 = 1 - 3\sqrt{\frac{2}{5}} \Rightarrow (x; y) \left(1 - 3\sqrt{\frac{2}{5}}; 6 - 12\sqrt{\frac{2}{5}} \right)$$

$$\text{Ответ: } (2; 15); \left(1 - 3\sqrt{\frac{2}{5}}; 6 - 12\sqrt{\frac{2}{5}} \right)$$

$$\text{№6} \quad \frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51x+28 \quad x \in \left(\frac{2}{3}; 2 \right]$$

Заметим, что $3x-2 > 0$ пересечем $x = \frac{2}{3}$ и $\frac{8-6x}{3x-2}$ и $18x^2-51x+28$

Заметим, что $ax+b$ входит в отрезок между этими точками \Rightarrow
 $a \cdot \frac{2}{3} + b \geq$ пересечем с $x=2$ $ax+b$. Также между г. пересече
 $a \cdot 2 + b$

Посмотрим на прямую $a \cdot \frac{2}{3} + b = 2$ $(-3x+4)$ (интер. лог-м. точка)

Заметим, что $-3x+4$ и $\frac{8-6x}{3x-2}$ имеют одну точку.

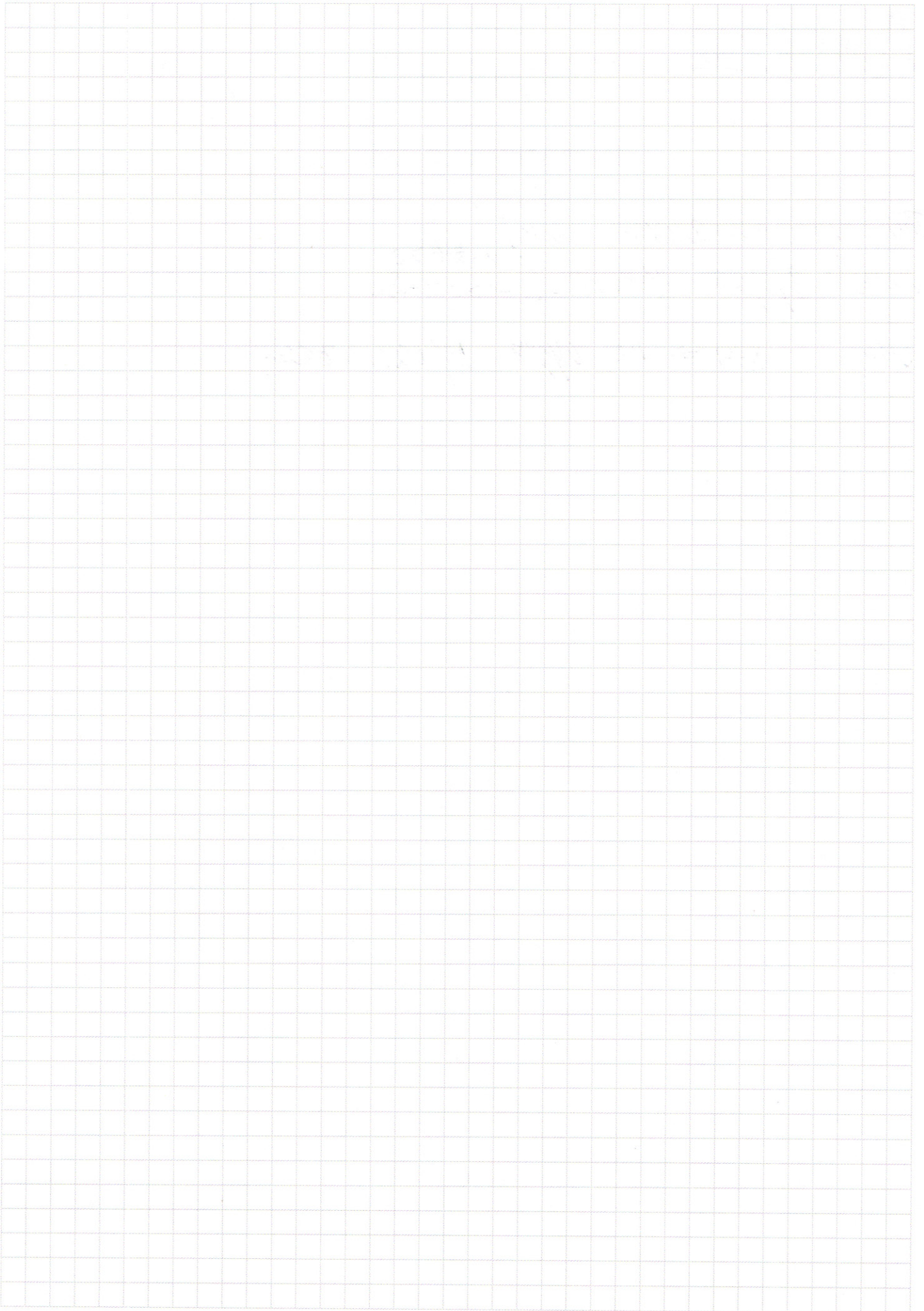
$$-3x+4 \geq \frac{8-6x}{3x-2}; \quad 3x-2 > 0 \quad (3x-2)(-3x+4) \geq 8-6x$$

$$-9x^2 + 24x + 16 \leq 0$$

$$-(4-3x^2) \leq 0 \quad (1-3x)^2 > 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

То есть касаются $b(-)\frac{4}{3}$.
Может другая граница $\begin{cases} a \cdot \frac{2}{3} + b \geq 2 \\ -1 \geq 2a + b \end{cases}$
Выше $-3x + 4 \Rightarrow$ не будет пересекаться.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

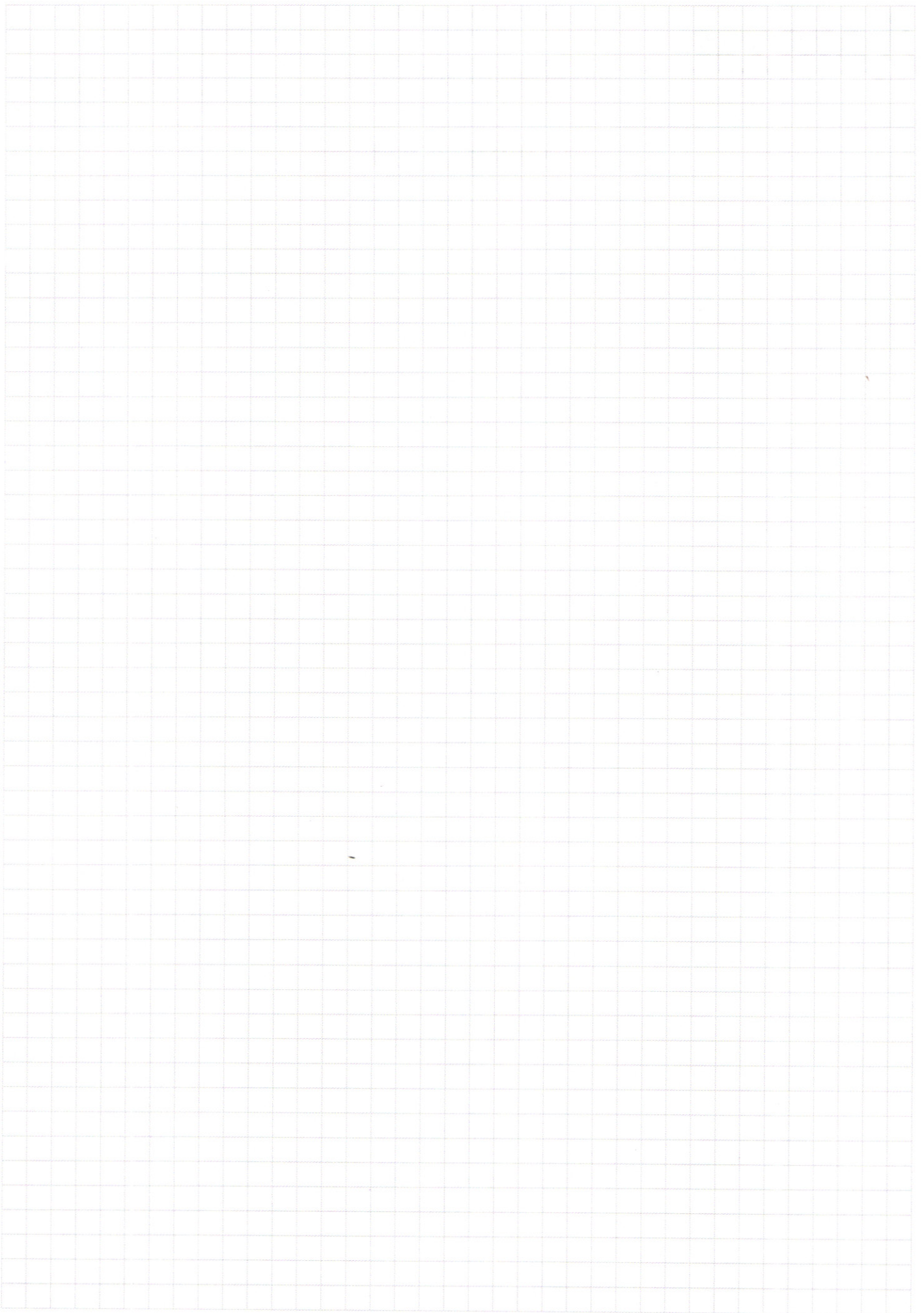
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР (заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда: 1) $y = 7x - 1$
2) $y = 6x$.

Подставим в 1:

$$(3x - 3)^2 + (y - 6)^2 = 90$$

1) при $y = 7x - 1$

$$(3x - 3)^2 + (7x - 1 - 6)^2 = 90$$

$$(3x - 3)^2 + (7x - 7)^2 = 90$$

$$9x^2 - 2 \cdot 9x + 9 + 49x^2 - 2 \cdot 49x + 49 = 90$$

$$9x^2 - 18x + 9 + 49x^2 - 98x + 49 = 90$$

$$58x^2 - 46x + 58 = 90$$

$$58x^2 - 46x - 32 = 0 \quad (:2)$$

$$29x^2 - 23x - 16 = 0 \quad D = b^2 - 4ac$$

$$D = (23)^2 + 4 \cdot 29 \cdot 16 = 529 + 1856 = 2385 = 3\sqrt{5 \cdot 53}$$

$$\begin{array}{r} 2385 \\ 477 \\ \hline 159 \\ 53 \end{array}$$

311 - простое.

$$529 = 23^2$$

$$\begin{array}{r} 145 \\ + 18 \\ \hline 163 \end{array}$$

$$3\sqrt{265}$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ \times 53 \\ \hline 159 \\ 2650 \end{array}$$

12
33

$$\begin{array}{r} \times 29 \\ 64 \\ \hline 1160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 81 \\ + 64 \\ \hline 145 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 145 \\ + 9 \\ \hline 154 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2809 \\ + 1856 \\ \hline 4665 \end{array}$$

2) при $y = 6x$ $311 \Rightarrow A \rightarrow + \frac{72}{12} = 90$

$$(3x-3)^2 + (6x-6)^2 = 90$$

$$9x^2 - 18x + 9 + 36x^2 - 72x + 36 = 90$$

$$45x^2 - 90x + 45 = 90$$

$$45x^2 - 90x - 45 = 0 : 45$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac \quad D = 4 + 4 = 8 = 2\sqrt{3}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = [1 \pm \sqrt{3}]$$

$$\begin{cases} x = 1 - \sqrt{3} \\ x = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

$$y = 6 - 6\sqrt{3}$$

$$y = 6 + 6\sqrt{3}$$

Ответ(2) : $\left(\begin{matrix} 1 - \sqrt{3}; 6 - 6\sqrt{3} \\ 1 + \sqrt{3}; 6 + 6\sqrt{3} \end{matrix} \right)$

2) при $y = 7x - 1$

$$(3x-3)^2 + (7x-1-6)^2 = 90$$

$$9x^2 - 18x + 9 + 49x^2 - 2 \cdot 49x + 49 = 90$$

$$58x^2 - 106x + 58 = 90$$

$$58x^2 - 106x - 32 = 0 : 2$$

$$29x^2 - 53x - 16 = 0$$

$$D = 53^2 + 4 \cdot 29 \cdot 16 = 1856 + 2809 = 4665 = \sqrt{5 \cdot 3 \cdot 311}$$

$$x_{1,2} = \frac{53 \pm \sqrt{4665}}{2 \cdot 29} = \frac{53 \pm \sqrt{4665}}{58}$$

$$\begin{array}{r} 311 \overline{) 31113} \\ \underline{26} \\ 51 \\ \underline{45} \\ 6 \\ \underline{5} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4665 \overline{) 5} \\ \underline{45} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

$$933 \overline{) 311}$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ \underline{53} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 159 \\ \underline{159} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2809 \\ \underline{2809} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ \underline{58} \\ 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \underline{7} \\ 98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ \underline{12} \\ 98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1856 \\ \underline{1856} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2809 \\ \underline{2809} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4665 \\ \underline{4665} \\ 0 \end{array}$$

+

№6

$$\begin{cases} \frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \\ 18x^2-51x+28 \leq ax+b \end{cases}$$

1) $ax+b = \frac{1}{3}$

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geq \frac{1}{3} \geq 18x^2-51x+28$$

2) $18x^2-51x+28=0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 51^2 - 4 \cdot 18 \cdot 28 = 2601 - 2016 = 585$

$$\begin{array}{r} 2601 \\ -2016 \\ \hline 0585 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 585 \quad | \quad 5 \\ 5 \quad | \quad 117 \\ \hline 08 \quad | \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 585 \quad | \quad 3 \\ 3 \quad | \quad 195 \\ \hline 28 \quad | \quad 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 195 \quad | \quad 3 \\ 3 \quad | \quad 65 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 195 \quad | \quad 3 \\ 3 \quad | \quad 65 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \quad | \quad 5 \\ 5 \quad | \quad 13 \\ \hline 15 \end{array}$$

$585 = 9 \cdot 5 \cdot 13 = 3\sqrt{65}$

$$x_{1,2} = \frac{51 \pm 3\sqrt{65}}{2 \cdot 18} = \frac{51 \pm 3\sqrt{65}}{36}$$

то есть прямые касаются. Любая другая прямая $\left[\begin{array}{l} a \cdot \frac{2}{3} + b \geq 2 \\ -1 \geq 2a + b \geq 2 \end{array} \right.$

выше $(-3x+4) \Rightarrow$ не будет

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 28 \\ \hline 18 \\ +224 \\ +280 \\ \hline 504 \\ \hline 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ \times 51 \\ \hline 51 \\ +510 \\ \hline 2601 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ \times 51 \\ \hline 51 \\ +510 \\ \hline 2601 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

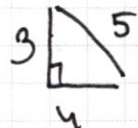
$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6} \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45 \end{cases}$$

(-9)

$$\begin{array}{r} 90 \\ 90 \\ \hline 8100 \end{array}$$

$$9x^2 - 18x = (3x)^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3x$$

$$(3x - 3)^2 = 9x^2 - 18x + 9$$



$$y^2 - 12y = y^2 - 2 \cdot 6 \cdot y \Rightarrow (y - 6)^2$$

(-36)

$$(3x - 3)^2 + (y - 6)^2 - 9 - 36 = 45$$

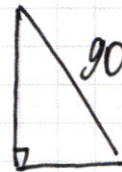
$$(3x - 3)^2 + (y - 6)^2 - 45 = 45$$

$$(3x - 3)^2 + (y - 6)^2 = 90$$

$$(3x - 3)^2 + (y - 6)^2 = 90$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ 45 \\ 15 \\ 5 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 3 \end{array} \right.$$

10 · 9



1) $y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}$ ↑²

$$(y - 6x)^2 = xy - 6x - y + 6$$

$$y - 6x \geq 0$$

$$y^2 - 2 \cdot y \cdot 6x + 36x^2 = xy - 6x - y + 6$$

$$y^2 - 12xy + 36x^2 = xy - 6x - y + 6$$

$$y^2 - 13xy + 36x^2 = -6x - y + 6$$

$$y^2 + 36x^2$$

$$90^2 = 8100$$

$$\begin{array}{r} 4665 \\ 933 \\ 311 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right.$$

Шифр:

3	4	5
6	8	10
12	16	20
24		40
48		80
96		160

$$\begin{array}{r} 4665 \\ -3 \\ \hline 16 \\ -15 \\ \hline 16 \\ -15 \\ \hline 15 \end{array} \left| \begin{array}{l} 3 \\ 5 \\ 3 \end{array} \right. \cdot 3$$

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51x+28$$

$777 = 7 \cdot 111$

$$\begin{array}{r} \overline{2601} \\ 1824 \\ \hline 777 \end{array}$$

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b$$

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b$$

$$\begin{array}{r} \times 51 \\ \hline 51 \\ 2550 \\ \hline 2601 \\ -1824 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{18} \\ 28 \\ \hline 96 \\ 360 \\ \hline 456 \\ \times 4 \\ \hline 1824 \end{array}$$

$$18x^2-51x+28$$

$$D=b^2-4ac$$

$$D=51^2-4 \cdot 18 \cdot 28 \Rightarrow 777 = 7 \cdot 111$$

$$(3x-3)^2 + (y-6)^2 = 90$$

$$y-6x = \sqrt{xy-6x-y+6} \quad \text{+0cp}$$

$$(y-6x)^2 = xy-6x-y+6$$

$$y^2-12xy+36x^2 = xy-6xy+6 \quad y^2-12xy+36x^2-2xy+24$$

$$y^2-12xy-xy+36x^2 = -6x-y+6$$

$$y^2-13xy+36x^2 = -6x-y+6$$

$$y^2-13xy+36x^2+6x+y-6=0$$

$$y^2-y(13x-1)+36x^2+6x-6=0$$

$$D=b^2-4ac \Rightarrow D=(13x-1)^2-4(36x^2+6x-6)$$

$$D=169x^2-26x+1-144x^2-24x+24$$

$$D=25x^2-50x+25=0 \quad (25)$$

$$x^2-2x+1=0 \quad (x-1)^2$$

$$y_{1-2} = \frac{+(13x-1) \pm |x-1|}{2} = \frac{13x-1 \pm (x-1)}{2} = \begin{cases} 7x-1 \\ 6x \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{36} \\ 4 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$1) \frac{13x-1+x-1}{2} =$$

$$\frac{13x-1-(x-1)}{2} = \frac{13x-x-x+1}{2} = 12x$$