МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2) $\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$

*усл: $3y-2x \geq 0 \rightarrow y \geq (2/3)\cdot x$

$3xy-2x-3y+2 \geq 0.$

1) $3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}$. зная *усл, получим

$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2.$

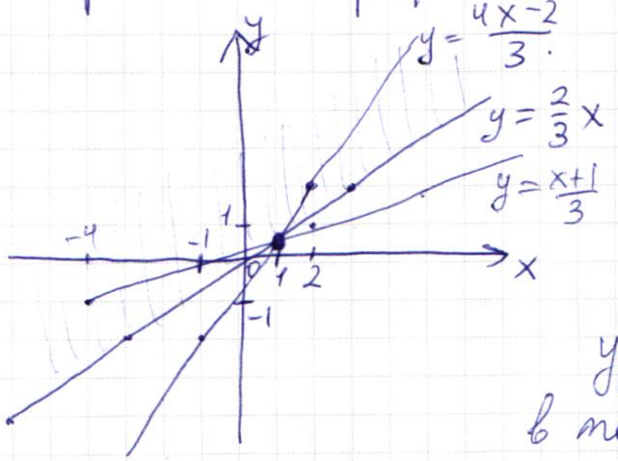
$9y^2-15xy+4x^2+2x+3y-2=0.$

$(3y-4x+2)(3y-x-1)=0$

$\left[\begin{array}{l} 3y-4x+2=0 \\ 3y-x-1=0. \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=\frac{4x-2}{3} \\ y=\frac{x+1}{3} \end{array}\right.$

! Условие сущ-я корня в конце задачи!

построим эти графики и нанесем *условие:



Заметим, что они пересекаются в точке $(1;\frac{2}{3})$

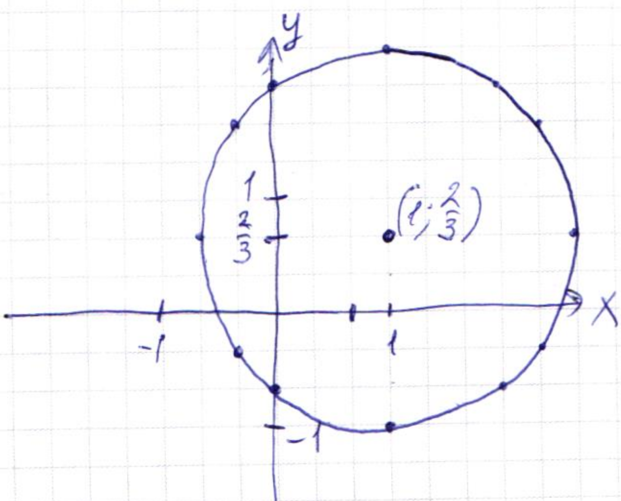
Получается, решения первого уравнения – ломаная с изгибом в точке $(1;\frac{2}{3})$.

2) $3x^2+3y^2-6x-4y=4$

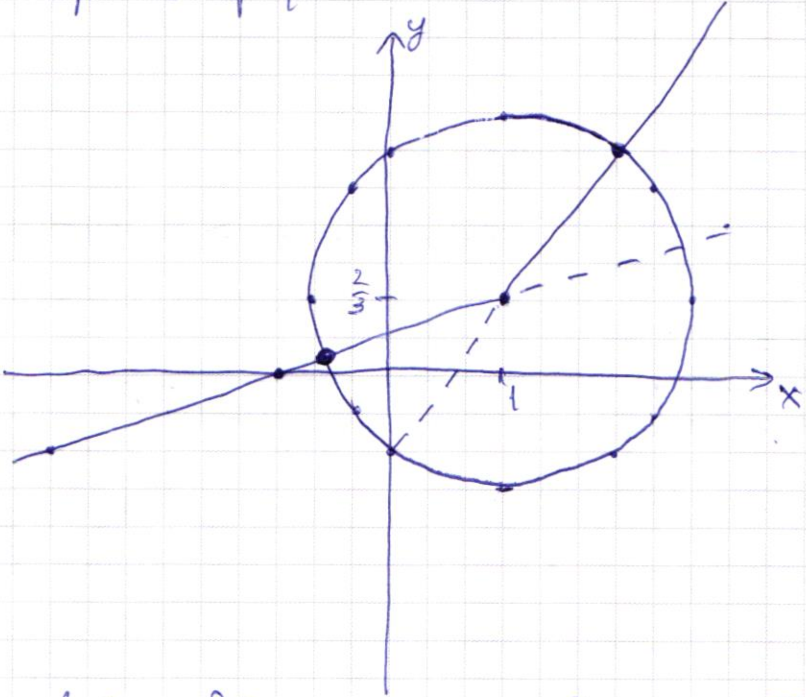
$x^2-2x+y^2-\frac{4}{3}y=\frac{4}{3}$

$(x-1)^2+(y-\frac{2}{3})^2=(\frac{5}{3})^2$

построим график



построим графики вместе



видим два решения — одно с „обрезком" прямой $\frac{4x-2}{3}$, другое — с $\frac{x+1}{3}$. Найдем их:

1) $\begin{cases} \frac{x+1}{3} = y \\ (x-1)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \end{cases}$

$\Longrightarrow (x-1)^2 + \left(\frac{x-1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

$\frac{10}{9} \cdot (x-1)^2 = \frac{25}{9}$

$(x-1)^2 = 2,5$

$x - 1 = \pm\cancel{1}\sqrt{\frac{5}{2}}$

$x = 1 \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$, но по рисунку видим, что $x < 0$,

сл-но подходит $x = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}}$ и $y = \frac{2 - \sqrt{2,5}}{3}$

2) $\begin{cases} \frac{4x-2}{3} = y \\ (x-1)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \end{cases} \Rightarrow (x-1)^2 \cdot \frac{25}{9} = \frac{25}{9}$

$(x-1)^2 = 1$

$x = 0$ и $x = 2$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

но по рисунку видим, что $x>0$, сл-но $x=2$ подх.
а тогда $y=2$.

Но! Проверим условие сущ-я „$\sqrt{\ }$":

1) $3\cdot\frac{1-\sqrt{2,5}}{1}\cdot\frac{2-\sqrt{2,5}}{3}-2\cdot\frac{1-\sqrt{2,5}}{1}-3\cdot\frac{2-\sqrt{2,5}}{3}+2=$

$=2+2,5-3\sqrt{2,5}-2+2\sqrt{2,5}-2+\sqrt{2,5}+2=2,5>0$

сл-но подходит!

2) $3\cdot2\cdot2-2\cdot2-3\cdot2+2=12-4-6+2=4>0$
сл-но подходит!

Ответ: $\left(\frac{1-\sqrt{2,5}}{1};\frac{2-\sqrt{2,5}}{3}\right)$ и $(2;2)$

№3) $3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geq|x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$ | * $x^2+6x>0$ $\Rightarrow x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty)$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+x^2+6x\geq5^{\log_4(x^2+6x)}$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+4^{\log_4(x^2+6x)}\geq5^{\log_4(x^2+6x)}$

1) $\log_4(x^2+6x)\leq0.$
тогда $3^{\log_4(x^2+6x)}\geq5^{\log_4(x^2+6x)}>0$, и $4^{\log_4(x^2+6x)}>0$
сл-но $3^{\log_4(x^2+6x)}+4^{\log_4(x^2+6x)}>5^{\log_4(x^2+6x)}$
при допустимых x. Подходят. Найдем их.
$\log_4(x^2+6x)\leq0.$ $\Rightarrow x^2+6x<1\Rightarrow x\in[-3-\sqrt{10};-3+\sqrt{10}]$

но с учетом *усл, область выглядит так:

$$x \in [-3-\sqrt{10}; -6) \cup (0; -3+\sqrt{10}]$$

2) $\begin{cases} \log_4(x^2+6x) > 0. \\ 3^{\log_4(x^2+6x)} + 4^{\log_4(x^2+6x)} \geq 5^{\log_4(x^2+6x)} \end{cases}$

заметим, что $3^2+4^2=5^2$, $3+4>5$, $3^3+4^3<5^3$

используя монотонность ~~обеих~~ ~~частей~~ функций

$f(a)=3^a+4^a$ и $g(a)=5^a$,

поймем, что $3^a+4^a-5^a \geq 0$ при $a \leq 2$.

$\log_4(x^2+6x) \leq 2$.

$x^2+6x \leq 16$.

$(x-2)(x+8) \leq 0$.

$x \in [-8; 2]$, но с ОДЗ: $x \in [-8; -6) \cup (0; 2]$

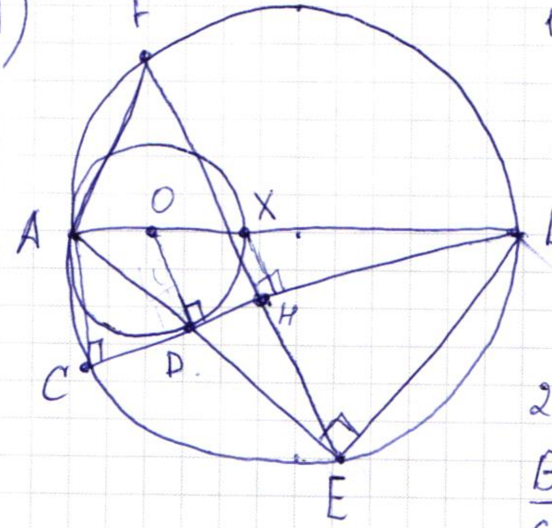
объединяя промежуток с п.1),

получим

$[-8; -6) \cup (0; 2]$

Ответ: $[-8; -6) \cup (0; 2]$

№4)



1. Пусть O – центр малой окр-ти. тогда раз BC – касательная, то $OD \perp BC$.

Проведем AC. т.к. AB – диам, то $AC \perp BC \Rightarrow OD \parallel AC$

2. По Т. обр. Т. Фалеса,

$$\frac{BD}{CD} = \frac{BO}{OA} = \frac{BX+XO}{OA} = \frac{BX+OA}{OA}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

также, по Т. о кас-й и сек-й, $BD^2 = BX \cdot BA =$
$= BX \cdot (BX + XA) = BX(BX + 2 \cdot OA)$,

Сост. систему.

$$\begin{cases} BD^2 = BX(BX + 2\cdot OA) \\ \frac{BD}{CD} = \frac{BX + OA}{OA} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{169}{4} = BX^2 + 2\cdot BX \cdot OA \\ \frac{13}{5} = \frac{BX}{OA} + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{169}{4} = BX^2 + 2\cdot BX\cdot OA \\ 5BX = 8OA \end{cases} \Rightarrow \frac{169}{4} = \frac{64}{25}OA^2 + \frac{16}{5}OA^2$$

отсюда $OA = \frac{65}{24}$ (r малый)

$$AB = 2AO + \frac{8}{5}AO = \frac{65}{12} + \frac{13}{3} = \frac{117}{12}.$$

$$AB/2 = \frac{117}{24} = \frac{39}{8} \text{ (} r \text{ большой)}$$

3. $AE = AB \cdot \sin AFE$.

т.к. AB - диам, то $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{AB^2 - AB^2 \sin^2 BAE}$

$\sin BAE = \sin DAO$.

по Т. кос., $\cos DAO = (DO^2 - AO^2 + AD^2) : (2 \cdot AO \cdot AD) = \frac{AD}{2AO}$

из $\triangle CAD$: $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{AB^2 - BC^2 + CD^2}$

т.е. $AD = \frac{25}{8}$

отсюда $\cos DAO = \frac{AD}{2AO} = \frac{25 \cdot 24}{16 \cdot 65} = \frac{15}{26}$.

$\sin DAO = \sqrt{1 - \cos^2 DAO} = \frac{21}{26}$.

$$AE = AB \cdot \cos BAE = \frac{39}{8} \cdot \frac{15}{26} = \frac{45}{16}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$\sin AFE = \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{45}{16} \cdot \dfrac{8}{39} = \dfrac{45}{78} = \dfrac{15}{26}.$

$\angle AFE = \arcsin\dfrac{15}{26}.$

Ответ: $r_1 = \dfrac{65}{24}$, $r_2 = \dfrac{39}{8}$; $\angle AFE = \arcsin\dfrac{15}{26}$

№5) $f\left(\dfrac{x}{y}\right) < 0$, только если $\dfrac{x}{y} = p$ и $\left[\dfrac{p}{4}\right] = -1$,

раз $x > 0$ и $y > 0$.

$\left[\dfrac{p}{4}\right] = -1$, если $p = \{1; 2; 3\}$

1) $\dfrac{x}{y} = 1$

$x = y$.

от 3 до 27 – всего 25 пар.

2) $\dfrac{x}{y} = 2$.

$x = 2y$.

$(6;3)$, $(8;4)$ и т.д. до $(26;13)$ – всего 11 пар.

3) $\dfrac{x}{y} = 3$.

$x = 3y$

$(9;3)$, $(12;4)$ и т.д. до $(27;9)$ – всего 7 пар.

Ответ: $25 + 11 + 7 = 43$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

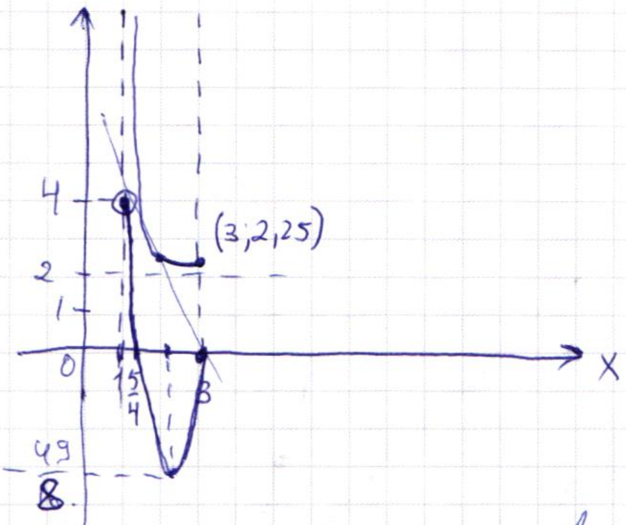
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6) $\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax+b \geqslant 8x^2-34x+30.$

Построим графики $y_1=\frac{4x-3}{2x-2}$ и $y_2=8x^2-34x+30$ на $[1;3]$



по рисунку понятно, что . в точке $x=3$. график $ax+b$ между нижней (0) и верхней (2,25) границами, т.е. $0 \leq 3a+b \leq 2,25$

а также можем сказать, что отрезок нашей прямой должен левой границей быть в т. (1;4) или выше. т.е. $a+b \geqslant 4$

~~составим систему~~. но еще мы видим, что

$\begin{cases} \cancel{0 \leq 3a+b \leq 2,25} \\ \cancel{a+b \geqslant 4} \end{cases}$ отрезок нашей прямой должен касаться или не касаться графика

$y = 2 + \frac{1}{2x-2}$.

~~т.е. $a \le y_1'$~~

$y_1' = 2 \cdot \frac{-1}{(2x-2)^2} = \frac{-1}{2x^2-4x+2}$.

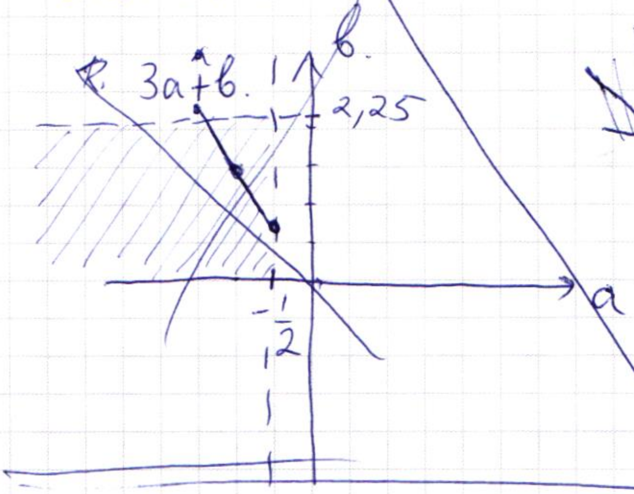
$a \le -1 / (2x^2-8x+8)$

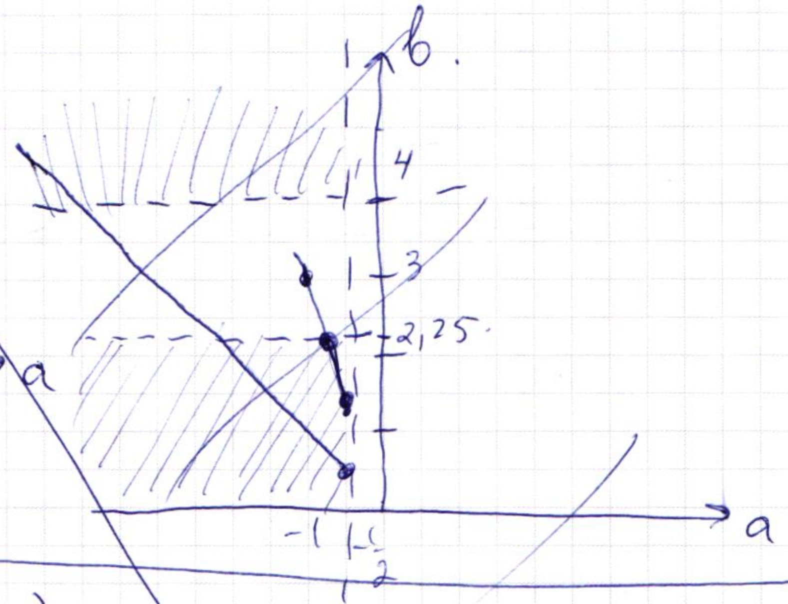
на $x \in (1;3]$ $2x^2-8x+8 \in [0;2]$

сл-но $a \le -\frac{1}{2}$.

Сост. систему.

$$\begin{cases} a \le -\frac{1}{2} \\ 0 \le 3a+b \le 2{,}25 \\ a+b \ge 4 \end{cases}$$





---

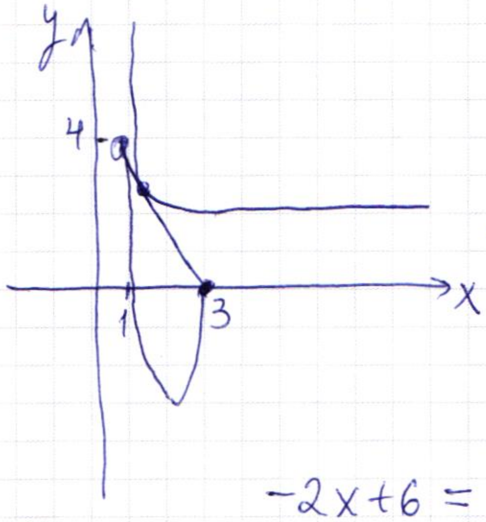
1. $ax+b$ прох. через $(1;4)$ и ~~максимум~~ касается либо не пересекает график гиперболы.

тогда ~~$b \ge 4$.~~ $a+b=4$

т. касания: $a = y_1' = -\frac{1}{2x^2-4x+2}$

Заметим, что прямая $y=-2x+6$ проходит через точки $(1;4)$ и $(3;0)$, а также она !касается! графика $y=2+\frac{1}{2x-2}$. При любых других выбранных коэфф-тах либо будет пересечение, чего нам допускать нельзя, либо будет пересечение с другим графиком $y = 8x^2 - 34x + 30$.

в самом деле:



— единственный способ расположить прямую.

$$-2x+6 = \frac{1}{2x-2} + 2$$

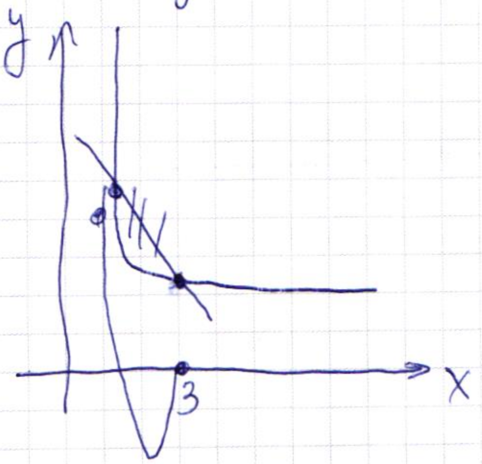
$$(-2x+4)(2x-2) = 1$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

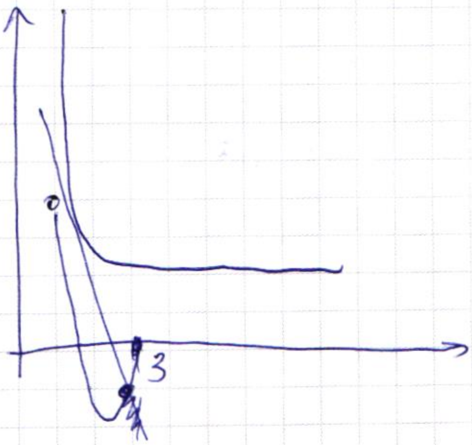
$$(2x-3)^2 = 0.$$

единственное решение => касание

иначе будет так:



или так:



Ответ: $a = -2$, $b = 6$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$ $\qquad D=289-240=49.$

$x_{1,2}=\frac{17\pm7}{8}$

$2+\frac{1}{2x-2} \geq ax+b \geq 2\cdot(4x^2-17x+15)$ $\qquad x_в=\frac{17}{8}.$

$2+\frac{1}{2x-2} \geq ax+b \geq 2\cdot(4x-5)(x-3)$

$\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{\cancel{16\cdot 8}\,30-289}{\cancel{16}\,32}$

$\frac{5}{4};3.$

для 3: $ax+b$

$=-\frac{49}{16}.$

1) $ax+b \leq \frac{4x-3}{2x-2}=2+\frac{1}{2x-2}$

$ax+b=2+2x-2$

$ax+b$

$a+b \leq 2+\frac{1}{0{,}0001}.$

$ax-\frac{1}{2x-2}=2-b.$

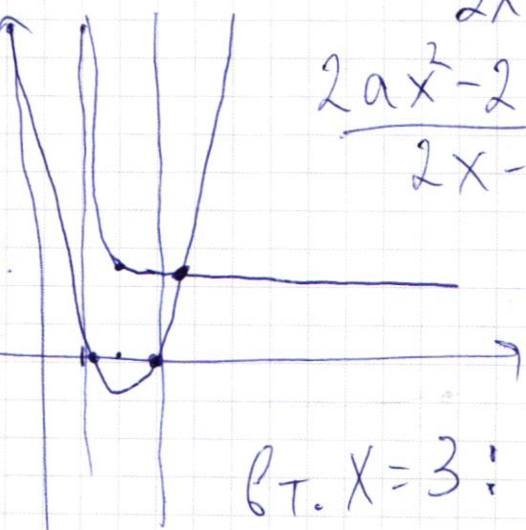
$\frac{2ax^2-2ax-1}{2x-2}=2-b$

$2ax^2-2ax-1=4x-2bx-4+2b.$

$2ax^2+(2b-2a-4)x+3-2b=0.$

$D\leq0:$

$(2b-2a-4)^2-4\cdot2a\cdot(3-2b)\leq0.$



$-2x+4=\frac{1}{2x-2}.$

$-4x^2+12x-8=1$

$4x^2-12x+9=0.$

в т. $x=3$:

$0\leq 3a+b\leq 2{,}25.$

$a=-2$ $\qquad -2x+6=2+\frac{1}{2x-2}$

$b=6.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4. \end{cases} \to 3x^2-6x+3+3y^2-4y+\frac{4}{9}=7\frac{4}{9}.$$

$$x^2+y^2-2x-\frac{4}{3}y=\frac{4}{3}.$$

$$(x-1)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{3}+1+\frac{4}{9}=\frac{25}{9}=\left(\frac{5}{3}\right)^2.$$

$$3xy-2x-3y+2=x(3y-2)-1(3y-2)=(x-1)(3y-2)$$

$$\cancel{(3y-2x)}\quad 3y-2x\geq 0\quad y\geq\frac{2x}{3}$$

$4x-2=x+1$

$3x=3$

$x=1$

$4x-2=2x$

$x=1$

$$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2.$$

$$9y^2-15xy+4x^2+2x+3y=2.$$

$$\cancel{(3y-2x)^2=(x-1)(3y-2)}.$$

$$\cancel{3\,9y^2+3y+\frac{1}{4}+4x}$$

$$2{,}25y^2+3y+1+6{,}75y^2+x^2+2x+1+3x^2-15xy=4.$$

$$\sqrt{6{,}75}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{20{,}25}=4{,}5.$$

$$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$$

$$9y^2-15xy+4x^2+2x+3y-2=0.$$

$$(3y-4x+2)(3y-x-1)=0.$$

$$3y-4x+2=0\qquad 3y-x-1=0.$$

$$y=\frac{2-4x}{3}\qquad y=\frac{x+1}{3}.$$

$$\sin(2(\alpha+\beta))$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)=2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)$$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2 \quad \Big| \; x^2+6x>0.$$

$$(x^2+6x)^{\log_4 3}+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}-x^2.$$

$x=0$. $\ln 3+\ln 4 \vee \ln 5$, $\ln \cancel{2} \ln 5$.

$$-(x^2+6x)^{\log_4 3}+(x^2+6x)^{\log_4 5} \leq x^2+6x.$$

$5^x \ln 5$

$$a^b+a^{\cancel{d}} \leq a^c \quad \log$$

$$(x^2+6x)^1+(x^2+6x)^{\log_4 3} \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}.$$

$$\cancel{(x^2+6x)\left(1+(x^2+6x)^{\log_4 5-1}\right)}$$

$(3^x+4^x)' = 3^x\ln 3+4^x\ln 4$

$\cancel{x^2+6}$

$$\log_4 3+\log_4\left(\tfrac{5}{3}\right)$$

$$(x^2+6x)^1+(x^2+6x)^{\log_4 3} \geq (x^2+6x)^{\log_4 3}\cdot(x^2+6x)^{\log_4\left(\frac{5}{3}\right)}$$

$$(x^2+6x)^{1-\log_4 3}+1 \geq \cancel{\log}(x^2+6x)^{\log_4\left(\frac{5}{3}\right)}$$

$$(x^2+6x)^{\log_4 \cancel{(\frac{4}{3})}}+1 \geq$$

$3^a+4^a \vee 5^a$

$\vee 25\ln 5$.

$\cancel{4^{\log_4(x^2+6x)}}$

$9\ln 3+16\ln 4$

x^2+6x-1

$D=9+1=10.$

$x=-3\pm\sqrt{10}.$

$$3^{\cancel{\log}\, a}+6x \geq 5^a-x^2$$

$$\cancel{3^a-5}\; 5^a-3^a \leq \cancel{4}\, x^2+6x$$

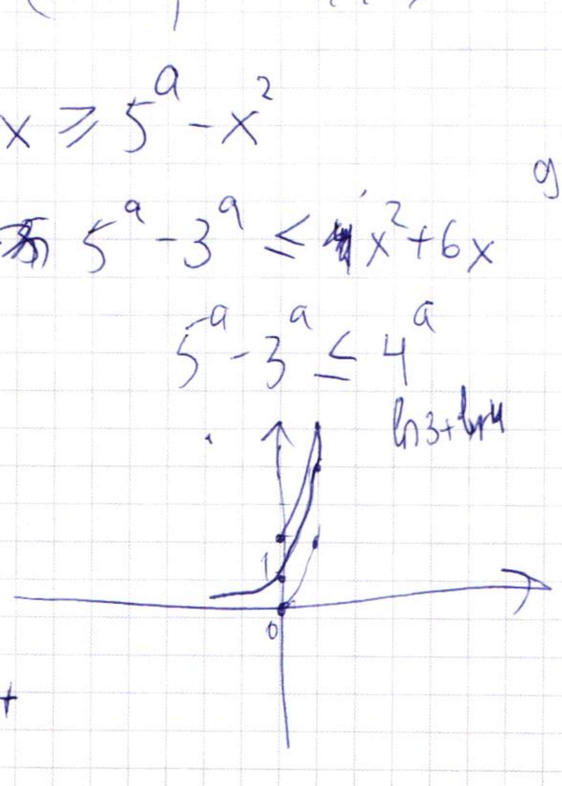
$\cancel{5^a\, 3^a}$

$$5^a-3^a \leq 4^a$$

$\ln 3+\cancel{\ln 4}$

$5^a \leq 4^a+3^a.$

$100^x \ln 4$



$\frac{1}{\sqrt{3}}$. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\frac{1}{5^2}$ $\frac{1}{4^2}+\frac{1}{3^2}$

$\frac{1}{25} \cancel{<} \frac{1}{16}+\frac{1}{9}.$

$16\cdot 9 \vee 25\cdot 9+25\cdot 16.$

$144 \vee$

$(100^x)'+$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

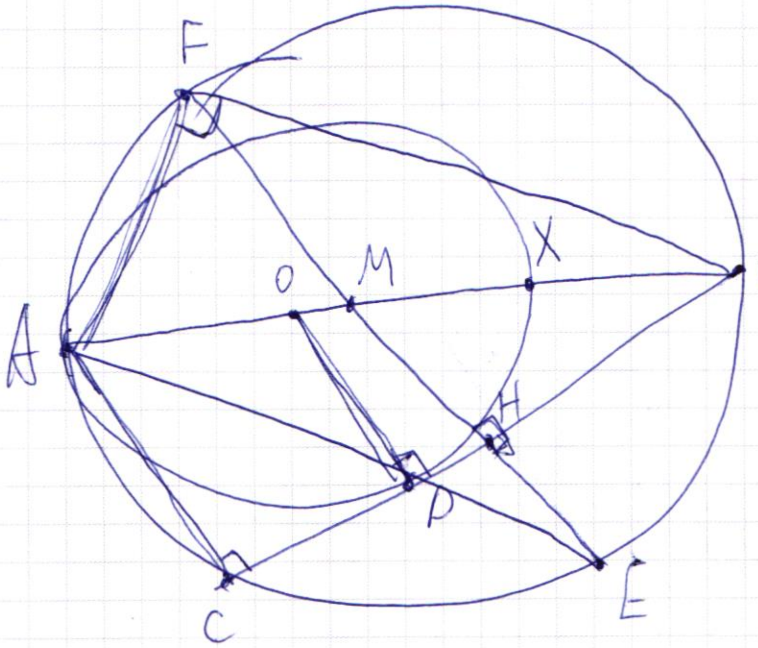
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$r_1, r_2, \angle AFE,$

$S(AFE)$

CP, BD

$DB^2 = BX^2 + 2BXr = \frac{169}{4}$

~~EH·HF~~

$AD \cdot DE = CD \cdot BD = \frac{65}{4}$

$CB = 9$

$BC = AB \cdot \sin C$

$\frac{169}{4} = 25r^2 + 10r^2$

~~BD~~

$140r^2 = 169$

$r = \frac{13}{2\sqrt{35}}$

~~AD·DE = FH·HE~~

~~$\frac{AD}{}\frac{DE}{HE} = \frac{FH}{AD}$~~

$\frac{13}{18} = \frac{BX+r}{BX+2r}$

$13BX + 26r = 18BX + r$

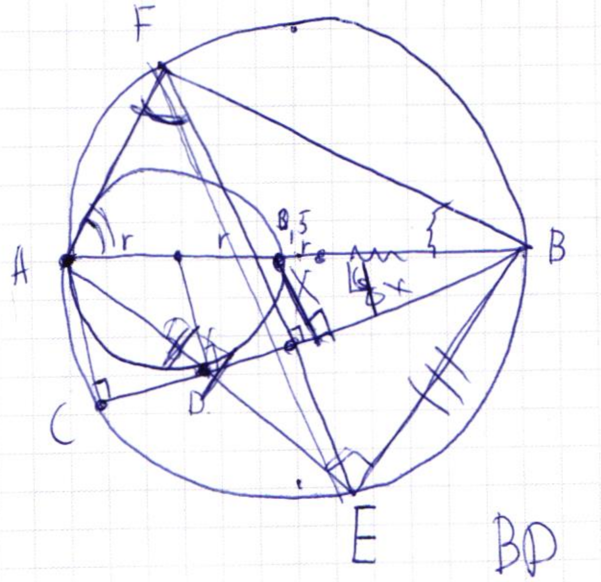
$5BX = 25r$

$BX = 5r$

$BX + 2r = 7r = 2R$

$\frac{R}{r} = \frac{7}{2}$

$\frac{144}{25} \cdot OA^2 = \frac{169}{4}$



$\frac{BD}{BC} = \frac{13}{18}$

$BX + r$

$OA^2 = \frac{169 \cdot 25}{144 \cdot 4} =$

$\frac{65}{24}$

$\frac{BD}{BX+r} = \frac{BC}{BX+2r}$

$\frac{117 \cdot 2}{\frac{65}{5}} = \frac{234}{65}\ \frac{18}{5}\ BX \cdot (BX+2r)$

$\frac{BX+r}{r} = \frac{13}{5}$

$BX = \frac{8}{3}r$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$\left(\frac{117}{24}\right)^2 - 9^2 + \frac{25}{4} = \frac{117^2}{24^2}$

$\left(4+\frac{21}{24}\right)^2 = 16 + \frac{168}{24} + \frac{441}{576} = \frac{\sqrt{16\cdot576+168\cdot24+441}}{24}$

$= 4,875$

$810+486$
$=1296.$

$4,875$
$4,875$

$\frac{117}{24} = \frac{39}{8}.$

$f(ab) = f(a)+f(b)$

$f(p) = \left[\frac{p}{4}\right]$ прост. р.

$\frac{1521}{64} + \frac{25\cdot16}{64} - \frac{81\cdot16}{64} =$

$3 \le y \le 27$

$f\left(\frac{x}{y}\right) =$

$\frac{1921-1296}{64} = \frac{25}{8}.$

$\cancel{f(xy) < 0}$

$\cancel{f(x)+f(y) < 0}$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \Rightarrow 1$

$\cancel{676-225=441}$

$\cancel{\sin 2\alpha \cos 2\beta} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\sin(\alpha+2\beta)\cos(\alpha+2\beta) + 2\sin\alpha\cos\alpha = -\frac{8}{17}$

$\cos2\alpha\cos2\beta - \sin2\alpha\sin2\beta =$

$2(\sin\alpha\cos2\beta + \cos\alpha\sin2\beta)($

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)