МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

+1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

+2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}, \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4. \end{cases}$$

$3^{\log_4 t}$ $\quad t^{\log_t 3\cdot\log_4 t}$

$t^{\log_4 3}$

+3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant|x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

+4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

+5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

+6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

~7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$tg(a) = -tg(-a)$

$tg(a) = tg(a+\pi k)$

$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cdot\cos\frac{a-b}{2}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{-\frac{4}{17}}{-\frac{1}{\sqrt{17}}} = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\cos(2\alpha+2\beta) = \pm\sqrt{1-\frac{1}{17}} = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

1) $\begin{cases}\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}\\ \cos 2\alpha+2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}\\ \cos(2\beta) = \cos(2\alpha+2\beta)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}\\ \pm 2\beta = 2\alpha+2\beta+2\pi k\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}2\beta = \pm\arccos\frac{4}{\sqrt{17}}\\ \left[\begin{array}{l}\alpha = \pi k\\ \alpha = -2\beta+\pi k\end{array}\right.\end{cases} \Rightarrow tg\,\alpha = tg\,\pi k = 0$

$\cancel{tg(-2\beta+\pi k) = \pm tg(}$

$tg\,\alpha = \pm tg\,2\beta = \frac{\sin 2\beta}{\cos 2\beta} = \pm\frac{1}{4}$

$\sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

Ответ: $tg\,\alpha = -\frac{1}{4};\ 0;\ \frac{1}{4}$

№ 2

$a = 3y-2$

$b = x-1$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3y-2x = \sqrt{3xy-2x-3y+2}\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a-2b = \sqrt{ab}\\ 3b^2+\frac{a^2}{3} = 8\frac{1}{3}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a-2b = \sqrt{ab}\\ 9b^2+a^2 = 25\end{cases}$

$\begin{cases}a^2-4ab+4b^2 = ab\\ a^2+9b^2 = 25\end{cases} \Rightarrow -5ab-5b^2 = -25 \quad b^2+ab-5=0$

$\cancel{b^2-5} = 5-b^2 = b\sqrt{25-9b^2}$

$a = \sqrt{25-9b^2}$

$5-b^2 = b\sqrt{25-9b^2} \quad 25-10b^2+b^4 = 25b^2-9b^4$

$10b^4-35b^2+25=0 \quad 2b^4-7b^2+5=0 \quad (2b^2-5)(b^2-1)=0$

$b=\pm 1 \quad b = \pm\sqrt{\frac{5}{2}} = \pm\sqrt{2{,}5} \Rightarrow b^2 = 1,\ a^2 = 16 \ \Big|\ b^2 = \frac{5}{2},\ a^2 = 7\frac{1}{2}$

~~Проверка.~~ Проверка: $a<0\ b>0$ не подх. $b<0\ a>0$

☐ черновик ☑ чистовик

Страница №1

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$b=1$ $a=4$ (т.к. $\sqrt{ab}$)

$b=-1$ $a=-2$ (т.к. $\sqrt{ab}$) решений нет.

$b=\frac{5}{2}$ a решений нет.

$b=-\frac{5}{2}$ $a=-\frac{5}{2}$

$3y-2=4$ $y=2$

$x-1=1$ $x=2$

$x=-\frac{3}{2}$ $x-1=-\frac{5}{2}$

$y=-\frac{1}{6}$ $3y-2=-\frac{5}{2}$

Ответ: $(2;2)\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{6}\right)$

N 3.1

$t=x^2+6x$

$3^{\log_4 t}+t\geq|t|^{\log_4 5}$ $\quad t\geq 0$ т.к. $\log_4 \boxed{t}$ =>

$3^{\log_4 t}+t\geq t^{\log_4 5}$

1) $0\leq t\leq 1$ $\quad \log_4 5>1 \Rightarrow t^{\log_4 5}<t$

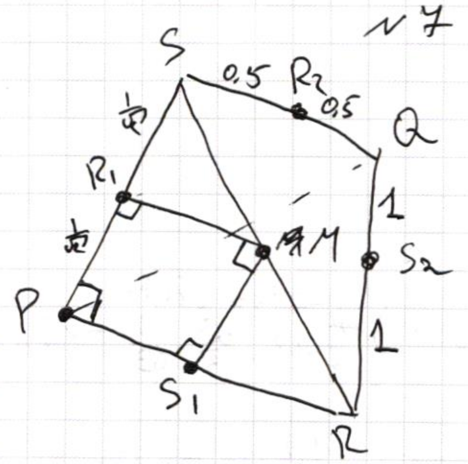
, а $3^{\log_4 t}>0 \Rightarrow$ неравенство выполн.

~~2) $t\geq 1$~~

~~$\log_a b+\log_a c\geq\log_a(b+c)$ при $b\geq 1$; $c\geq 1$, $a\geq 1$~~

$\log_4 t\geq 0 \Rightarrow 3^{\log_4 t}\geq 1 \Rightarrow$

N 7



в плоскост SPR

SM=MR

~~SM=MR~~ т.к. M середи

~~SP=RR~~

то RR_1MS_1 – паралел. и

P, R_1, M, S_1 – лежат

на одной окр. т.к. сечение

сферы плоскостью – круг. =>

PR_1MS_1 – прямоугольник.

$R_1R_2=\frac{1}{2}PQ$ и $R_1R_2\parallel PQ$

$S_1S_2=\frac{1}{2}PQ$ и $S_1S_2\parallel PQ$

$\Rightarrow R_1R_2=S_1S_2$ и $R_1R_2\parallel S_1S_2 \Rightarrow$ в плоскост

$R_1R_2S_2S_1$ – $R_1R_2S_2S_1$ – прямоугольник.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.2

$t = x^2+6x$

$3^{\log_4 t} + t \geq |t|^{\log_4 5}$ $\quad t \geq 0$ т.к. $\log_4 t$ – сущ. $t=0$ ✓

$\cancel{t^{\log_4 5} = 4^{\log_4 t \cdot \log_4 5} = 5^{\log_4 t}}$ $\quad t>0$

$3^{\log_4 t} = t^{\log_t 3 \cdot \log_4 t} = t^{\log_4 t \cdot \log_4 3} = t^{\log_4 3}$

$t^{\log_4 3} + t^{\log_4 4} \geq t^{\log_4 5}$

$t^{\log_{4} \frac{3}{5}} + t^{\log_{4} \frac{4}{5}} \geq 1$

$t^{\log_4 \frac{3}{5}} + t^{\log_4 \frac{4}{5}} \geq 1$ – монотонно убывающая. т.к. $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{5} < 1$

при $t=16 \Rightarrow 4^{2\log_4 \frac{3}{5}} + 4^{2\log_4 \frac{4}{5}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow$ при $t \geq 16$

неверно.

при $x^2+6x \leq 16$ $\quad x^2+6x-16 \leq 0$

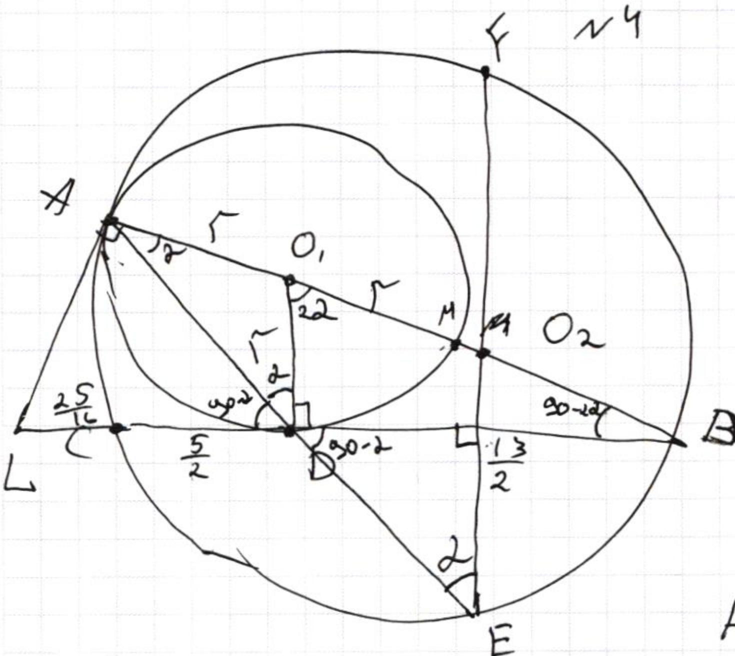
$(x+8)(x-2) \leq 0$ $\quad x^2+6x \geq 0$

$x \in [-8;2]$ $\quad x(x+6) \geq 0$

$x \in (-\infty;-6][0;\infty]$

Ответ: $[-8;-6][0;2]$

№4



LH - общ. кас.

$LH^2 = LC \cdot LB = LC(LC+CB)$

$LH = LD = LC + CD$

$LH = LC + \frac{5}{2}$

$LC^2 + 5LC + \frac{25}{4} = LC^2 + 9LC$

$LC = \frac{25}{16}$

$LA = LD = \frac{65}{16}$

$AB^2 = \left(\frac{65}{16}\right)^2 + \left(\frac{169}{16}\right)^2 = \left(\frac{13}{16}\right)^2\left(\frac{25+169}{\cancel{441}}\right)$

$AB = \frac{13}{16}\sqrt{194}$

$AB = 2R \quad R = \frac{13}{32}\sqrt{194}$

т.к. $\angle BAF = \angle FEA \Rightarrow$

O_2 - лежит на диаметре и

серпер к хорде $\Rightarrow$ O_2 - цент. окр.

$BD^2 = (2R - 2r) \cdot 2R$

$4R^2 - 4Rr - \frac{169}{4} = 0$

$\frac{13}{256} \cdot 194 - \frac{13}{8}\sqrt{194}\, r - \frac{169}{4} = 0$

$r = \frac{13 \cdot 194 - 169 \cdot 64}{\frac{13}{8}\sqrt{194}}$

$tg\alpha = \frac{BD}{r} = \frac{\frac{13}{2}}{\frac{13 \cdot 194 - 169 \cdot 64}{\frac{13}{8}\sqrt{194}}} \qquad \alpha = arctg\,\frac{52\sqrt{194}}{194 - 13 \cdot 64}$

т.к. EF - диамет. т.к. O_2 лежит на $EF \Rightarrow \angle EAF = 90°$

Ответ: $R = \frac{13}{32}\sqrt{194}$; $r = \frac{(194 - 13 \cdot 64)8}{\sqrt{194}}$; $\angle AFE = 90° - arctg\,\frac{52\sqrt{194}}{194 - 13 \cdot 64}$

$S_{AEF} = \frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot FE^2}{2} = 2R^2 \cdot \sin\alpha\cos\alpha = \frac{169}{256} \cdot 194 \cdot \sin\left(2 arctg\,\frac{52\sqrt{194}}{194 - 13 \cdot 64}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

N (15 штук)

не. нулевые (N)

$a = 1\ 2\ 3\ 4\ \boxed{5}\ 6\ \boxed{7}\ 8\ 9\ \boxed{10}\ \boxed{11}\ 12\ \boxed{13}\ \boxed{14}\ \boxed{15}\ 16\ \boxed{17}\ 18\ \boxed{19}\ \boxed{20}\ \boxed{21}\ \boxed{22}\ \boxed{23}\ 24\ \boxed{25}\ \boxed{26}\ 27$

$f(a) = 0\ 0\ 0\ 0\ \boxed{1}\ 0\ \boxed{1}\ 0\ 0\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ 0\ \boxed{3}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ 0\ \boxed{4}\ 0\ \boxed{4}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{5}\ 0\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ 0$ нулевые (n)

$f(1) = f(x) + f(\frac{1}{x}) = 0$ если $f(x) > 0 \Rightarrow f(\frac{1}{x}) < 0$ n-10 штук.

$f(\frac{1}{x}) = f(\frac{1}{y}) + f(\frac{y}{x}) < 0$ если $f(\frac{1}{y}) > f(\frac{1}{x}) \Rightarrow f(\frac{y}{x}) < 0$

$f(\frac{1}{a}) = 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ 0\ -1\ 0\ 0\ -1\ -2\ 0\ -3\ -1\ -1\ 0\ -4\ 0\ -4\ -1\ -1\ -2\ -5\ 0\ -2\ -3\ 0$

$f(\frac{1}{N}) < 0$ т.к. $f(N) > 0$ + таких ~~вс~~ пар. $n \cdot N = 150$

$f(\frac{n}{N}) < 0$ т.к. $f(\frac{n}{N}) = f(\frac{1}{N})$

$f(\frac{1}{b_2}) = -2$ $b_2 = 11, \cancel{13}, \cancel{17}, \cancel{19}, 22, \cancel{23}, 25, \cancel{26}$ (3 штук)

$f(\frac{1}{b_1}) = -1$ $b_1 = 5, 7, 10, 14, 15, 20, 21$ (7 штук)

$f(\frac{1}{b_3}) = -3$ $b_3 = 13; 26$ (2 штуки)

$f(\frac{1}{b_4}) = -4$ $b_4 = 17; 19$ 2 штуки

$f(\frac{1}{b_5}) = -5$ $b_5 = 23$ 1 штука.

$f(\frac{b_i}{b_j}) < 0$ если $i < j$ т.к. $f(\frac{1}{b_i}) > f(\frac{1}{b_j}) \Rightarrow$

$f(\frac{b_1}{b_j})$ $1 < j \le 5$ всего j: 8 чисел $\Rightarrow$ разл. $f(\frac{b_1}{b_j}) = 8 \cdot 7 = 56$

$f(\frac{b_2}{b_j})$ $2 < j \le 5$ всего j: 5 чисел $\Rightarrow$ разл. $f(\frac{b_2}{b_j}) = 3 \cdot 5 = 15$

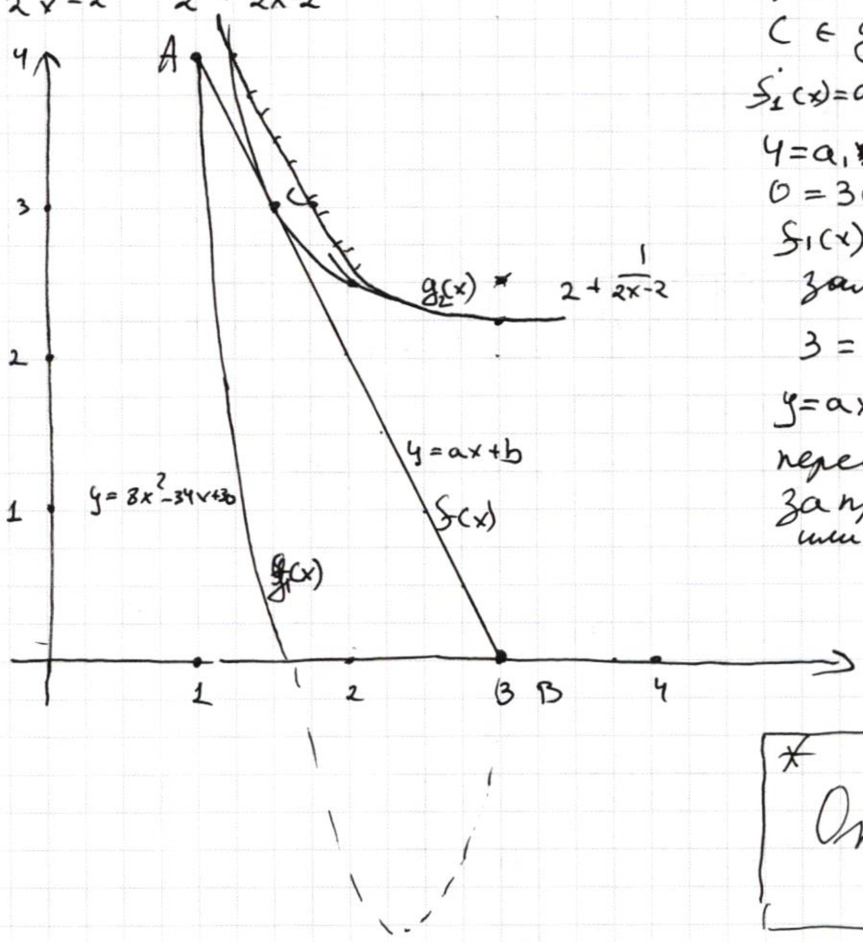
$f(\frac{b_3}{b_j})$ $3 < j \le 5$ всего j: 3 числа $\Rightarrow$ разл. $f(\frac{b_3}{b_j}) = 2 \cdot 3 = 6$

$f(\frac{b_4}{b_5}) = f(\frac{17}{23})$ или $f(\frac{19}{23})$ ~ 2

всего: $f(\frac{x}{y}) = 150 + 56 + 15 + 6 + 2 = 229$

№5

$$\frac{4x-3}{2x-2} = 2 + \frac{1}{2x-2}$$



$y=ax+b$ $\quad A(1;4)$ $\quad B(3;0)$ $\quad C(\frac{3}{2};3)$

$A;B \in g_1(x)$

$C \in g_2(x)$

$f_1(x)=a_1x+b_1$

$4=a_1+b_1 \qquad a_1=-2$

$0=3a_1+b_1 \qquad b_1=6$

$f_1(x)=-2x+6$

заметим что $C \in f_1(x)$

$3=-2\cdot\frac{3}{2}+6=-3+6=3$

$y=ax+b$ имеет точку пересечения с $f_1(x)$ за пределом отрезка AB или не имеет вовсе

$\boxed{\text{Ответ: } a=-2;\ b=6 \quad (-2;6)}$ *

Пусть $a \geq a_1 \Rightarrow f(1)=a+b \geq a_1+b_1$

$f_1(1)=a_1+b_1 \Rightarrow f(1)-f_1(1) \geq 0$

$(a+b)-(a_1+b_1) \geq 0$

$f(3)=3a+b \qquad f(3)-f_1(3) \geq 0$

$f_1(3)=3a_1+b_1$

$f(\frac{3}{2})=\frac{3}{2}a+b \qquad 1\left[\begin{array}{l}(3a+b)-(3a_1+b_1)\geq 0\\ (\frac{3}{2}a+b)-(\frac{3}{2}a_1+b_1)\leq 0\end{array}\right.$

$f_1(\frac{3}{2})=\frac{3}{2}a_1+b_1$

1) $3a-3a_1+b-b_1 \geq \frac{3}{2}a-\frac{3}{2}a_1+b-b_1 \Rightarrow a \geq a_1$

2) $(3a+2b)-(3a_1+2b_1) \leq 0 \leq (3a+3b)-(3a_1+3b_1) \Rightarrow 2b-2b_1 \leq 3b-3b_1$

$b-b_1 \geq 0 \quad b \geq b_1$

$\Rightarrow f(x)$ пересекает $g_2(x)$ в 2 точках.

$f_1(x)$ – касатель. к $g_2(x)$ в точке $\frac{3}{2}$

$g_2(x)$ – т.к. если приравнять $f_1(x)$ и $g_2(x)$ то получится 1 корень:

$-2x+6=2+\frac{1}{2x-2} \quad 4x^2-12x+9=0 \quad (2x-3)^2=0 \quad x=\frac{3}{2}$ *

$3y-2x=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$

$\cancel{(3y \quad +2)(y \quad -2)}$

$3x^2-6x+3y^2-4y-4=0$

$D=\cancel{3}4\left(9-3(3y^2-4y-4)\right)=4\left(-9y^2+12y+21\right)=4(-3y+7)(3y+3)$

$12(7-3y)(y+1)$

$9y^2+4x^2-12xy=3xy-2x-3y+2$ $\quad a=3y-2 \quad \times\begin{smallmatrix}19\\19\end{smallmatrix}$

$\begin{cases}9y^2+4x^2-15xy+2x+3y-2=0\\3y^2+3x^2-6x-4y-4=0\end{cases}$ $\quad b=x-1$

$a^2=9y^2-12y+4$

$(3y-2x)=(3y-2)(x-1)$

$3y(y-2)-2(y-2)$

$(3y-2)(y-2)$

$3x(x-1)-3(x-1)$

$a-2b=\sqrt{ab}$

$3b^2+\frac{a^2}{3}=8\frac{1}{3}$

$3x^2-6x+3 \qquad 3y^2-4y+\frac{4}{3}$

$-4\frac{1}{3}$

$\times\begin{smallmatrix}35\\35\end{smallmatrix}$

1225

$-\frac{3}{2}+\frac{6}{2}=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{6}{2}+\frac{3}{2}+\frac{4}{2}}$

$6a^2-10a-4=0$

$(3a+2)(a-2)$

$a=-\frac{1}{3} \quad a=2$

$a-2b=\sqrt{ab} \qquad a^2+4b^2-4ab=ab$

$9b^2+a^2=25 \qquad a^2+4b^2-5ab=0$

$\cancel{b=\frac{\sqrt{1-a^2}}{3}} \qquad 25-5b^2-5ab=0$

$a^2=25-9b^2 \qquad 5b^2+5ab-25=0 \qquad b^2+ab-5=0$

$5b^2+5b\sqrt{1-9b^2}-1=0$

$1-5b^2=25b\sqrt{1-9b^2}$

$1-10b^2+25b^4=25b^2-225b^4$

$250b^4-35b^2+1=0$

$D=35^2-1000=225=15^2$

$b^2=\frac{35\pm15}{500}=\frac{1}{10};\frac{1}{25}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad a^{\log_a b} = b \quad t^{\log_4 t} \quad 5^{\log_4 t} \quad 5^{\log_4 t - \log_4 5} \quad 4$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha + 2\beta)\cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos(2\alpha + 2\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$-\frac{1}{\sqrt{17}} \cos 2\beta \pm \frac{4}{\sqrt{17}} \sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\cos(2\alpha + 2\beta) = \pm \frac{4}{\sqrt{17}}$

$2\sin(2\alpha + 2\beta)\cos(2\beta) = -\frac{8}{17}$

$\cancel{\cos(2\beta) = -\frac{4}{17}}$

$\cos(2\beta) = \frac{4}{\sqrt{17}}$ $\quad \sin 2\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\cos(2\beta + 2\alpha) = \pm \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\cos(2\beta + 2\alpha) = \pm \cos(2\beta)$

$2\beta + 2\alpha = \pm 2\beta + 2\pi k$

$\cancel{2\alpha = 2\beta}$ $\quad \alpha = \pi k$

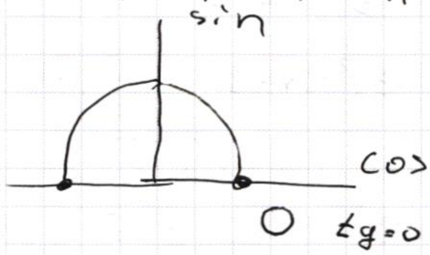
$\alpha = -2\beta + 2\pi k$

$\boxed{\alpha = \arccos \frac{4}{\sqrt{17}} + \pi k}$

$\boxed{\alpha = \pi k}$

$\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{17}$



$tg\, 2\beta = \frac{\sin 2\beta}{\cos 2\beta}$

$a^{?} = 6x + x^2$

$3^{\log_4 a} + a \geq |a|^{\log_4 5}$

$\log_4 a \cdot \log_4 5$

$\log_b c = d$ $\quad \boxed{c = b^d}$

$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

a^d

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

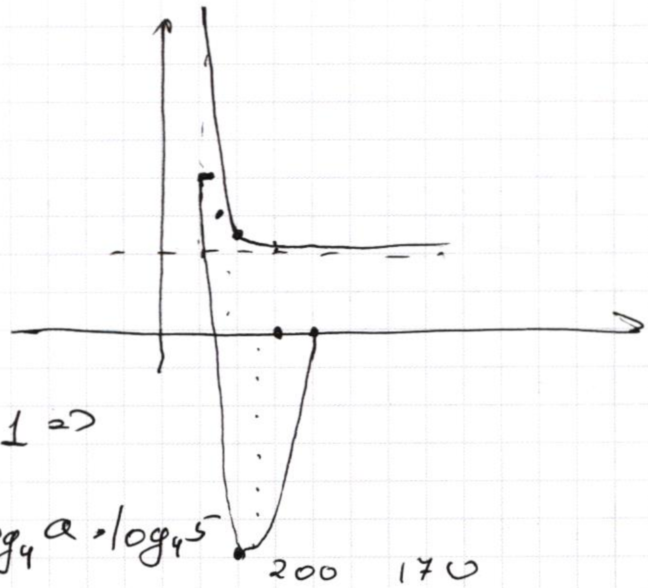
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{3^2+4}$

$\cancel{\log_a b+c}$

$\cancel{\log_a b+\log}$



Пусть $x^2+6x=a\geq 1 \Rightarrow$

$\log_4 3\cdot\log_4 a+\log_4 a\geq\log_4 a\cdot\log_4 5$

200 170

$\log_4 a=0$ или

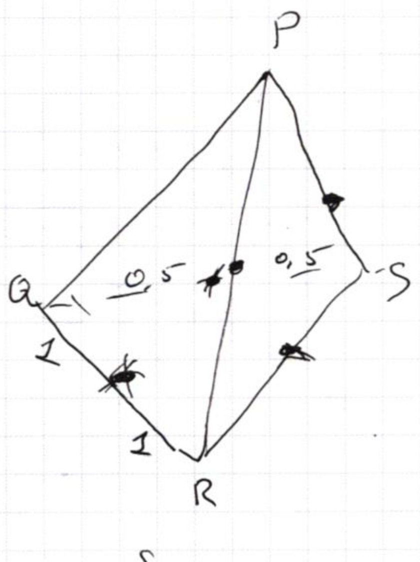
$(x-5)(8x-6)$

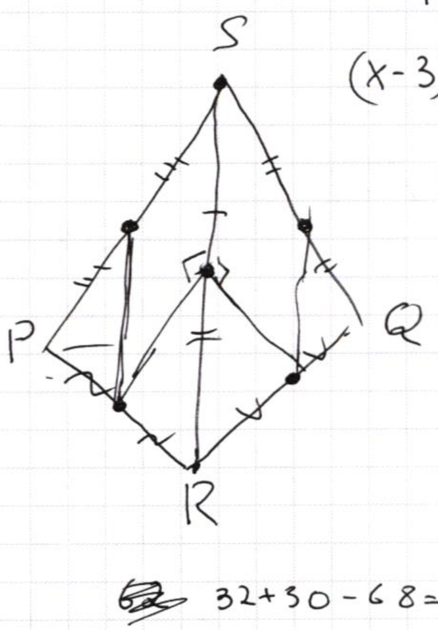
$3^{\log_4 a}+a\geq 5a^{\log_4 5}\leq a$

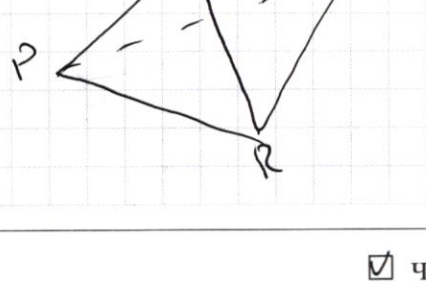
$D=3\cancel{4}$ $17^2-\cancel{240}$ 189 $\frac{34}{16}$

72+30−102

$(x-3)(8x-10)$







$\cancel{62}$ $32+30-68=-\cancel{6}-6$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

23 5 7 11 13 17 19 23

f00 1 1 2 3 4 4 5

$f(6) = f(2) + f(3) = f(12) + f(\frac{1}{2})$

$f(3) = 0$

$f(3)$

$f(\frac{1}{2}) = 0$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
0	0	0	0	$\boxed{1}$	0	$\boxed{1}$	0	0	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	0	$\boxed{3}$	$\boxed{1}$	$\boxed{1}$	0	$\boxed{4}$	0	$\boxed{4}$	$\boxed{1}$	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{5}$	0	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	0

$f(\frac{1,2,3,4}{5}) = f(1,2,3,4) + f(\frac{1}{5})$

$\underset{0}{f(1)} = \underset{1}{f(5)} + \underset{-1}{f(\frac{1}{5})}$

$f(\frac{2}{5}) = \underset{0}{f(2)} + \underset{-1}{f(\frac{1}{5})}$

$\boxed{16x - 34}$ $\qquad 24 - 34 = \boxed{-10}$

$-2x + 6 = 2 + \frac{1}{2x-2}$

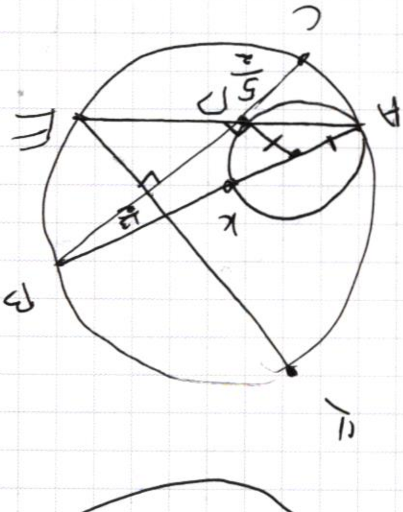
$4 - 2x = \frac{1}{2x-2}$

$4(2-x)(x-1) = 1$

$-8 + 12x - 4x^2 = 1 \qquad 4x^2 - 12x + 9 = 0$

$\cancel{(2x-2)(2x-\;)} = 0$

$D = 144 - 144$



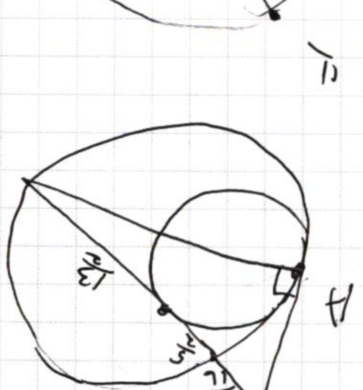
$BD^2 = BK \cdot BA = (2R - 2r) \cdot 2R$

$\frac{169}{4} = 4R^2 - 4Rr$

$\cancel{(2R-r)^2 = r^2 + BD^2}$

$k \cdot 9 = k + \frac{5}{2}$

$8k = \frac{5}{2} \quad k = \frac{5}{16}$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)